

PAA
Journal

JOURNAL

DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET FILS,
13900 Quai des Grands-Augustins, 55.

Physics (Theoretic and applied)

JOURNAL

DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME NEUVIÈME. — ANNÉE 1890.

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

10, RUE D'ULM, 10.

1890



JOURNAL

DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

RECHERCHES SUR LA POLARISATION ROTATOIRE MAGNÉTIQUE DANS LE SPATH D'ISLANDE (1);

PAR M. CHAUVIN.

La propriété que possèdent certaines substances, de faire tourner le plan de polarisation de la lumière qui les traverse sous l'influence d'un champ magnétique, a été, depuis sa découverte par Faraday en 1845, étendue à tous les corps solides transparents isotropes, ainsi qu'aux liquides et aux gaz.

Parmi les cristaux, l'action magnétique n'a été observée que sur le quartz et sur quelques échantillons de béryl et de tourmaline. Le plus grand nombre d'espèces n'a pas manifesté la propriété rotatoire, et aucune n'a été l'objet d'une étude complète sur ce sujet. C'est cette lacune qui m'a conduit aux recherches actuelles.

J'ai opéré sur un cristal biréfringent uniaxe non doué du pouvoir rotatoire naturel, afin d'avoir un phénomène plus simple. La rareté des échantillons de cristaux *épais et transparents* nécessaires pour ces recherches m'a fait employer le spath d'Islande, qui, suivant Wertheim, en raison de sa grande biréfringence, ne pouvait être doué du pouvoir rotatoire magnétique.

L'étude complète du phénomène doit comprendre non seulement la mesure de la rotation produite par le champ magnétique

---

(1) Extrait d'un Mémoire plus étendu publié dans les *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*.

sur le plan de polarisation des rayons qui traversent le cristal dans différentes directions, mais aussi l'analyse des modifications qu'apporte le champ magnétique sur la nature de la lumière qui se propage dans le cristal.

Ce travail se trouve donc naturellement divisé en deux Parties :

1° Mesure des rotations;
2° Analyse de la lumière.

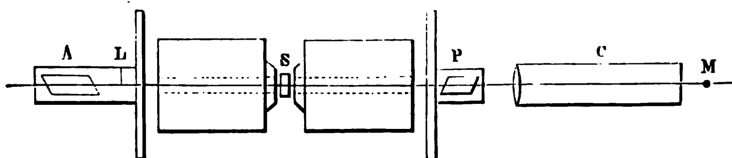
Mesure des rotations.

I. Méthode et appareils de mesure. — La méthode employée est celle du polarimètre à pénombre.

La suite des expériences consiste à analyser l'action magnétique aux divers points de l'un des bras de la croix d'un spath observé dans une lumière suffisamment parallèle. Le degré de parallélisme est déterminé par la condition de donner aux branches de la croix un étalement tel que la petite surface, vue dans le champ de l'analyseur sous chaque inclinaison du cristal, paraisse uniformément éclairée. C'est l'expérience qui donne la relation convenable entre la grandeur du diaphragme limitant le champ et le degré du parallélisme des rayons lumineux.

La disposition générale des appareils de mesure est indiquée sur la *fig.* 1. Elle comprend les différentes parties dont la description suit.

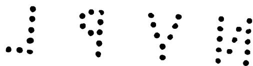
Fig. 1.



1° *Source lumineuse* M. — La méthode du polarimètre à pénombre exige une source intense et homogène. On sait combien ces deux conditions simultanées sont difficiles à réaliser.

Voici, après bien des tâtonnements, le procédé que j'ai employé :

Dans un petit creuset de grès, fendu latéralement sur une largeur de 1^{cm} à 2^{cm}, on coule du sel fondu; puis on fait arriver, suivant



la partie de la surface latérale libre du petit bloc de sel ainsi obtenu et tangentiellement à són arête supérieure, le dard du chalumeau à gaz oxhydrique. On obtient ainsi une belle lumière très intense et très fixe.

2° *Collimateur*. — Le collimateur C a 32^{cm} de longueur. Son ouverture focale a environ $\frac{1}{3}$ de millimètre de diamètre. Les rayons qui partent du bord extrême de l'ouverture, et vont au centre optique de la lentille collimatrice, font donc avec l'axe un angle voisin de $2'$. C'est là le degré de parallélisme des rayons lumineux.

3° *Polariseur*. — Le polariseur P est un nicol, monté, pour les nécessités du réglage, sur un cercle divisé. La graduation est faite en demi-degrés sur tranche. Le cercle se meut, au moyen d'un pignon denté, devant un vernier au $\frac{1}{15}$, qui donne par conséquent les deux minutes.

4° *Support du cristal. Électro-aimant*. — L'électro-aimant est celui de Ruhmkorff muni de ses petites pièces polaires coniques. Il est actionné par une machine Edison de 50 lampes.

Le cristal, disposé sur un théodolite Secrétan dont on a enlevé les lunettes, est placé en S entre les pôles de l'électro-aimant, distants de 5^{cm}. Il peut recevoir des mouvements de rotation autour d'un axe horizontal et autour d'un axe vertical. Ces mouvements sont mesurés sur les deux cercles divisés du théodolite. Pour éviter l'échauffement du cristal, on emboîte les pièces polaires de l'électro-aimant dans deux petites caisses plates en zinc, où l'on fait circuler un courant continu d'eau froide.

5° *Analyseur*. — L'analyseur est constitué en principe par un nicol lié à une lame demi-onde qui couvre seulement la moitié du champ.

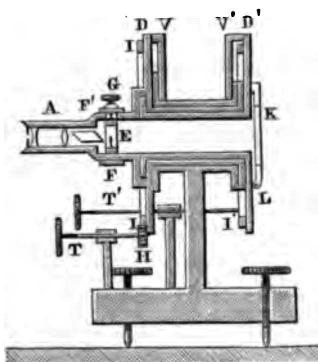
Supposons qu'on reçoive sur ce système un rayon polarisé rectilignement; lorsque la vibration incidente coïncide avec l'axe de la lame demi-onde, les deux moitiés du champ sont également éclairées. Inversement, cette condition d'égal éclairement détermine la vibration incidente.

L'emploi de cet analyseur peut être étendu à la lumière ellip-

tique dans certaines limites. En effet, lorsque l'axe de la lame demi-onde coïncide avec l'un des axes d'une vibration elliptique, les deux moitiés du champ ont même intensité. Inversement, cette condition détermine l'axe de la vibration elliptique incidente. L'expérience montre que la méthode peut s'appliquer jusqu'à un rapport d'axes égal à $\frac{1}{10}$ environ. Elle convient, en particulier, à toutes les ellipses que nous aurons à déterminer dans ce travail.

La *fig.* 2 indique la disposition de l'analyseur.

Fig. 2.



Le nicol, suivi d'une petite lunette de Galilée, est monté dans un tube A fixé au centre d'un cercle divisé D qui se meut devant un vernier V. La graduation est faite sur tranche. Le cercle D est mis en mouvement à l'aide d'un pignon denté H qui engrène avec une roue dentée II fixée sur une des faces de ce cercle. Entre le nicol et le cercle divisé est ménagée dans le tube une partie libre évidée, où peut s'introduire une bague E, maintenue à l'aide d'un anneau FF' faisant ressort. Cette bague porte à son intérieur, monté entre deux verres, un petit écran percé d'une ouverture, dont une moitié est recouverte par la lame demi-onde.

On règle la sensibilité en faisant tourner la bague sur elle-même, de manière à modifier l'angle de la lame demi-onde et du nicol. Une petite tige fixée à la bague, et traversant une encoche pratiquée dans l'anneau-ressort qui l'entoure, permet d'opérer facilement ces mouvements. Un bouton de serrage G se vissant sur la tige sert à immobiliser le système dans la position convenable.

L'expérience montre que, avec le degré de parallélisme des rayons lumineux déjà indiqué et avec la source de lumière employée, on est dans de bonnes conditions en donnant à l'ouverture du diaphragme qui porte la lame demi-onde un diamètre de 3^{mm}.

L'analyseur que nous venons de décrire est complété par un dispositif permettant de mesurer le rapport des axes d'une vibration elliptique : nous y reviendrons dans la suite.

Ajoutons enfin que, pour les facilités du réglage, collimateur, polariseur et analyseur peuvent recevoir des déplacements continus.

II. Réglage de l'appareil. — Avant d'établir le cristal sur son support, il faut régler toutes les autres parties de l'appareil. Ce réglage consiste à les fixer les unes à la suite des autres dans une orientation convenable et à déterminer certaines constantes nécessaires aux mesures ultérieures.

1° *Mise en place des appareils.* — L'électro-aimant ne pouvant être déplacé facilement en raison de sa masse, c'est lui qui sert de repère.

On agit d'abord méthodiquement sur le collimateur, jusqu'à ce que le faisceau lumineux traverse l'électro-aimant suivant son axe. Puis on interpose le polariseur, muni de diaphragmes, afin de n'utiliser que le centre du nicol.

Il importe de régler le tirage du collimateur. On tient compte des imperfections de taille du nicol en ne faisant ce réglage qu'après interposition du polariseur. Pour l'effectuer, on se sert de deux lunettes que l'on pointe successivement sur le collimateur. Celui-ci est réglé si les deux lunettes sont alors au point l'une sur l'autre : cela n'a lieu en effet que lorsque collimateur et lunettes sont simultanément pointés sur l'infini.

Reste à régler l'analyseur, c'est-à-dire à faire coïncider son axe géométrique avec l'axe du faisceau lumineux incident. L'analyseur porte, comme l'on sait, une lunette de Galilée permettant de viser la lame demi-onde. Par un simple changement d'oculaire, on transforme cette lunette en lunette astronomique à réticule, permettant de viser l'ouverture focale du collimateur. Celle-ci apparaît dans le champ comme un petit point lumineux. On modifie la

distance de ce point au point de croisement des fils du réticule, par des déplacements convenables de l'appareil, jusqu'à ce que cette distance demeure constante pour une rotation complète du cercle de l'analyseur. Ce mode de réglage corrige tous les défauts de centrage du réticule, des lentilles, etc. On reconstitue enfin la lunette de Galilée.

2° *Établissement des constantes.* — Il faut encore, avant toute mesure, fixer l'orientation du polariseur. Celle-ci doit être telle que le plan de polarisation du rayon qui en sort coïncide sous toutes les incidences avec l'une des sections principales du cristal à étudier. Or, lorsque ce dernier est convenablement réglé sur son support, et nous verrons tout à l'heure comment s'effectue ce réglage, l'une de ses sections principales passe par l'axe vertical du théodolite, et l'autre lui est perpendiculaire. Il faut donc orienter le polariseur de manière que l'une de ses sections principales contienne l'axe vertical du théodolite. Voici la méthode de réglage employée :

Le polariseur occupant d'abord une position quelconque, fixée par la lecture du cercle divisé auquel il est lié, on détermine dans l'analyseur la direction de la vibration incidente; puis on place sur le théodolite une lame demi-onde traversée par le faisceau lumineux.

Soient A (*fig.* 3) l'axe du théodolite; V la vibration incidente; A′ l'axe de la lame demi-onde. L'interposition de celle-ci amène V dans une position symétrique V′. On détermine dans l'analyseur la direction V′. La différence des lectures donne l'angle $VOV' = 2\alpha$. Si x et y désignent les angles de OV et OA′ avec OA;

$$y - x = \alpha; \tag{1}$$

on fait alors tourner l'équipage mobile du théodolite de 180° autour de l'axe vertical OA. L'axe de la lame demi-onde OA′ prend la direction OA″, symétrique par rapport à OA. La vibration OV devient OV″. On cherche à l'aide de l'analyseur la nouvelle position OV″; d'où l'angle $VOV'' = 2\beta$, et

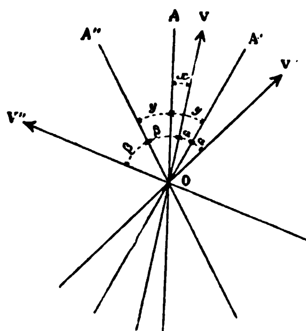
$$y + x = \beta. \tag{2}$$

De (1) et de (2) on tire

$$x = \frac{\beta - \alpha}{2};$$

x est l'angle dont il faut tourner le polariseur pour amener sa section principale suivant OA.

Fig. 3.



On a ainsi la position que doit garder le polariseur pendant toute la série de mesures. On connaît en même temps la position de l'analyseur fixant la direction de la vibration incidente. C'est ce que nous appellerons le *zéro de l'analyseur*.

3° *Réglage du cristal.* — Il reste enfin à régler méthodiquement le cristal sur son support.

Lorsque le rayon incident est polarisé dans une section principale du cristal, il traverse ce cristal sans altération. C'est ce qui a lieu ici, en particulier, suivant le plan de polarisation initial, lorsqu'on amène l'axe du cristal dans ce plan.

Si l'analyseur est au zéro, c'est-à-dire dans la position où les deux moitiés du champ ont une intensité égale sans le cristal, en faisant tourner ce cristal autour de l'axe *horizontal* du théodolite, il arrive un moment où le champ redevient uniforme : c'est précisément lorsque la section principale, déterminée par l'axe du cristal et le rayon incident, vient coïncider avec le plan de polarisation initial.

L'uniformité du champ étant ainsi obtenue en un point, elle doit théoriquement se maintenir si l'on fait tourner le cristal autour de l'axe *vertical* du théodolite. Le plan de polarisation initial est en effet perpendiculaire à cet axe d'après un réglage antérieur; et, en faisant tourner ainsi le cristal, la section principale

reste constamment en coïncidence avec le plan de polarisation. Or l'expérience ne vérifie jamais complètement ce résultat.

Lorsqu'on fait tourner le cristal autour de l'axe vertical du théodolite, les deux moitiés du champ ne restent pas constamment d'égale intensité, c'est-à-dire que la vibration incidente ne se transmet pas sans altération. Au début de ces recherches, avant d'être en possession de méthodes rigoureuses de réglage, je trouvais ainsi des variations considérables dans les intensités des deux moitiés du champ. Ces variations tenaient à la fois au réglage défectueux des appareils et aux imperfections de la taille du cristal.

Malgré la rigueur du réglage et l'emploi de spaths minutieusement taillés (1), l'uniformité permanente du champ ne peut être obtenue d'une manière complète. Mais, en passant d'une incidence quelconque à une autre, il suffit d'une rotation de *quelques secondes* autour de l'axe horizontal du théodolite pour rétablir l'égalité des deux moitiés du champ. La valeur de cette rotation est donc de l'ordre du degré de perfection de la taille du cristal. D'ailleurs, une différence de quelques secondes dans la position du spath n'entraîne dans la mesure des rotations que des erreurs de l'ordre même des erreurs d'expérience. On peut donc, pour chaque incidence, ou bien partir de zéros légèrement différents, ou bien partir toujours du même zéro en faisant chaque fois tourner le cristal d'un angle convenable autour de l'axe horizontal : on a pratiquement le même résultat.

III. Résultats des mesures de rotations. — 1° *Valeur des constantes.* — La première détermination à faire est celle du zéro du polariseur et de l'analyseur par la méthode décrite précédemment.

Voici les résultats de trois séries de mesures faites en donnant à la lame demi-onde des positions différentes.

Chaque nombre inscrit dans la première colonne du Tableau ci-dessous est la moyenne de quatre ou cinq lectures.

(1) Les deux spaths employés dans ces recherches ont été taillés avec une grande habileté par M. Laurent. Qu'il me soit permis de le remercier ici bien vivement de son extrême obligeance.

Polariseur, o.
Analyseur, $n = 1°,6'$.

Analyseur. Après interposition de la lame demi-onde.	Analyseur. Après rotation de 180° autour de l'axe vertical du théodolite.	Différences à $n = 1°6'$. $n' - n = 2\beta$.	$n - n'' = 2\alpha$.	Diff. $\frac{2\beta - 2\alpha}{4}$. — $x = \frac{2\beta - 2\alpha}{4}$.
$n' =$ 8°.4'	$n'' = -$0°.10'	6°.58'	1°.16'	1°.26'
8.14	$-$0.18	7.8	1.24	1.26
12.20	$-$4.30	11.14	5.36	1.24
		Moyenne à 2′ près		1.26

La section principale du polariseur fait donc un angle de 1°26′ avec l'axe du théodolite. La position pour laquelle cette section contient l'axe est par conséquent à la division 1°26′ du cercle divisé auquel est lié le polariseur. La position correspondante de l'analyseur est à la division 1°26′ + 1°6′ = 2°32′. C'est le zéro de l'analyseur.

2° *Marche d'une expérience.* — Après avoir déterminé les constantes, on interpose le cristal. Voici la marche d'une expérience.

Le cristal étant placé dans une position à étudier, on fait la lecture du cercle horizontal du théodolite : cette lecture sert ultérieurement à fixer l'inclinaison de l'axe optique sur les rayons incidents; puis on détermine l'inclinaison autour de l'axe horizontal qui donne pour zéro 2°32′ dans l'analyseur, ou un zéro très voisin : ce qui, d'après une remarque antérieure, n'entraîne qu'une erreur de quelques secondes dans l'inclinaison du cristal, sans influence pratique sur la valeur de la rotation magnétique.

On fait alors passer le courant successivement dans les deux sens, et l'on détermine la nouvelle position de la vibration qui sort du cristal. Chaque mesure est la moyenne de trois ou quatre lectures ne différant pas de plus de 4′ ou 6′. La moyenne est estimée exacte à 2′ près environ.

3° *Première série de mesures relatives à une valeur fixe du courant.* — Voici une première série de mesures faites avec une

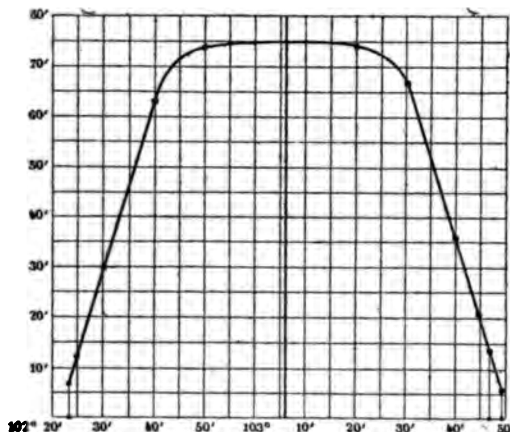
intensité de courant égale à 20 ampères, correspondant à 1521 unités absolues de champ magnétique :

Théodolite.	Lectures faites à l'analyseur. Zéro.	1er sens du courant.	2e sens du courant.	Rotations. 1er sens.	2e sens.	Moyenne.
102°.23'	2°.28'	2°.34'	2°.20'	0°. 6'	0°. 8'	0°. 7'
102.25	2.32	2.44	2.20	0.12	0.12	0.12
102.30	2.32	3. 2	2. 2	0.30	0.30	0.30
102.40	2.28	3.32	1.26	1. 4	1. 2	1. 3
102.50	2.26	3.40	1.12	1.14	1.14	1.14
103. 5	2.30	3.44	1.16	1.14	1.14	1.14
103.20	2.28	3.42	1.14	1.14	1.14	1.14
103.30	2.34	3.40	1.28	1. 6	1. 6	1. 6
103.40	2.30	3. 6	1.54	0.36	0.36	0.36
103.45	2.30	2.50	2. 8	0.20	0.22	0.21
103.47	2.34	2.50	2.22	0.16	0.12	0.14
103.49	2.34	2.40	2.28	0. 6	0. 6	0. 6

On voit que les rotations sont égales dans les deux sens, ce qui n'était pas évident *a priori* pour les cristaux.

De plus, la courbe de ces résultats (*fig.* 4) semble indiquer que la rotation s'annule pour des valeurs finies de l'abscisse.

Fig. 4.



Cette remarque amène naturellement à chercher la variation que subit la courbe pour diverses intensités du champ magnétique.

4° *Deuxième série de mesures, relatives à diverses intensités du champ magnétique.* — J'ai cherché sous chaque incidence les valeurs de la rotation pour des courants égaux successivement à 10, 15, 20, 30 et 40 ampères, correspondant à 822, 1233, 1521, 2034 et 2425 unités absolues de champ magnétique.

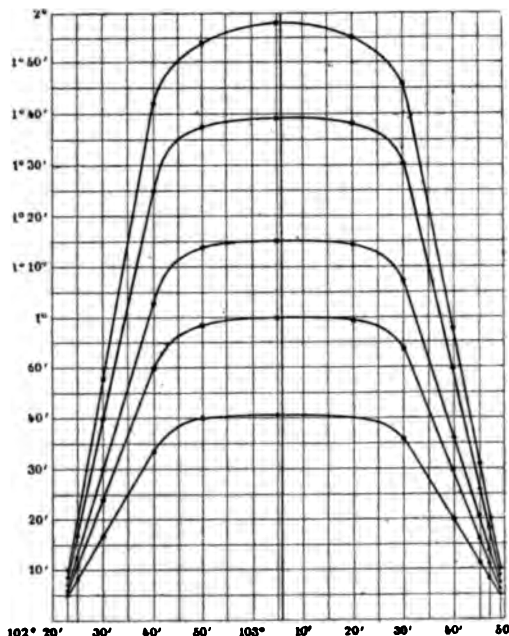
Voici les résultats obtenus :

Théodolite.	Courant en ampères.	Rotations.	Théodolite.	Courant en ampères.	Rotations.
	10	0°. 5′		10	0°.40′
	15	0.59		15	0. 6
102°.23′....	20	1.14	103°.20′....	20	0. 7
	30	1.38		30	0. 8
	40	1.55		40	0. 9
	10	0. 8		10	0.36
	15	0.11		15	0.54
102.25....	20	0.12	103.30....	20	1. 6
	30	0.17		30	1.30
	40	0.19		40	1.46
	10	0.17		10	0.20
	15	0.24		15	0.30
102.30....	20	0.30	103.40....	20	0.36
	30	0.40		30	0.50
	40	0.48		40	0.58
	10	0.34		10	0.11
	15	0.50		15	0.17
102.40....	20	1. 3	103.45....	20	0 21
	30	1.25		30	0.26
	40	1.42		40	0.32
	10	0.40		10	0. 9
	15	0.59		15	0.11
102.50....	20	1.14	103.47....	20	0.14
	30	1.38		30	0.18
	40	1.54		40	0.20
	10	0.40		10	0. 5
	15	1. 0		15	0. 5
103. 5....	20	1.14	103.49....	20	0. 6
	30	1.39		30	0. 8
	40	1.58		40	0.10

Les courbes de ces résultats (*fig.* 5) montrent que, si le champ magnétique croît, l'action rotatoire ne s'étale pas en même temps

à droite et à gauche de l'axe. Toutes les courbes prolongées viennent sensiblement couper la ligne des abscisses aux deux mêmes points symétriques par rapport à l'axe.

Fig. 5.



A l'examen de ces résultats, il ne semble guère douteux que l'action magnétique s'étende, en changeant de sens, au delà des directions de rotation nulle. C'est, en effet, ce que confirme la série de mesures suivantes.

5° *Nouvelles mesures relatives à un courant d'intensité fixe.* — Ces mesures sont relatives à un courant fixe de 25 ampères, correspondant à un champ magnétique égal à 1808 unités. Les mesures y sont faites sous des incidences beaucoup plus rapprochées que dans les séries précédentes. C'est à cela que sont dus les importants résultats obtenus.

Théodolite.	Lectures faites à l'analyseur. 1er sens du courant.	2e sens du courant.	Demi-différence.
101°.28′	2°34′	2°.34′	0°. 0′
101.32	2.42	2.34	+0. 4
101.35	2.40	2.34	+0. 3
101.37	2.36	2.36	0. 0
101.40	2.20	2.28	−0. 4
101.43	2.26	2.36	−0. 5
101.45	2.24	2.32	−0. 4
101.47	2.20	2.20	0. 0
101.50	2.26	2.16	+0. 5
101.53	2.28	2.16	+0. 6
101.55	2.34	2.26	+0. 4
101.57	2.36	2.36	0. 0
102. 0	2.34	2.46	−0. 6
102. 3	2.44	3. 2	−0. 9
102. 5	2.48	3. 2	−0. 7
102. 8	2.56	2.56	0. 0
102.12	3. 2	2.44	+0. 9
102.15	3. 2	2.38	+0.12
102.18	2.44	2.26	+0. 9
102.22	2.32	2.32	0. 0
102.25	2.18	2.36	−0. 9
102.28	2.18	2.50	−0.16
102.30	2.46	3.20	−0.17
102.35	3.20	3.36	−0. 8
102.38	3.28	3.28	0. 0
102.40	3.36	3.12	+0.12
102.50	3.34	1.44	+0.55
103. 0	3.58	1.20	+1.19
103.10	4. 4	1.12	+1.26
103.20	4. 6	1.10	+1.28
103.30	4. 4	1.12	+1.26
103.40	4. 0	1.18	+1.21
103.50	3.34	1.36	+0.59
104. 0	3. 6	2.36	+0.15
104. 4	2.38	2.38	0. 0
104. 7	2.24	2.48	−0.12
104.12	2.22	2.56	−0.17
104.15	2.26	2.52	−0.13
104.18	2.28	2.38	−0. 5
104.20	2.36	2.36	0. 0
104.22	2.44	2.32	+0. 6

Théodolite.	Lectures faites à l'analyseur. 1er sens du courant.	2e sens du courant.	Demi-différence.
104°.25'	2°.44'	2°.26'	−0°. 9'
104.28	2.48	2.24	−0.12
104.31	2.50	2.32	+0. 9
104.34	2.40	2.40	0. 0
104.37	2.54	3. 8	−0. 7
104.40	2.54	3.12	−0. 9
104.43	2.50	3. 0	−0. 5
104.45	2.44	2.44	0. 0
104.47	2.38	2.30	+0. 4
104.50	2.40	2.28	+0. 6
104.53	2.24	2.16	+0. 4
104.55	2.28	2.28	0. 0
104.57	2.32	2.26	−0. 3
105. 0	2.22	2.32	−0. 5
105. 3	2.30	2.38	−0. 4
105. 5	2.34	2.34	0. 0
105. 7	2.36	2.30	+0. 3
105.10	2.38	2.30	+0. 4
105.14	2.34	2.34	0. 0

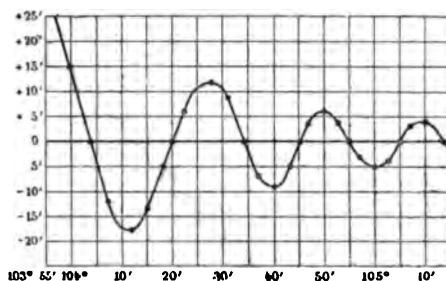
En dehors de ces limites, les rotations sont trop petites pour être appréciées.

L'axe du cristal correspond sensiblement à la division 103°21'. On voit qu'à droite et à gauche les rotations passent, pour un même sens du courant, par des valeurs alternativement de sens contraires, et deviennent nulles pour une série de directions symétriques par rapport à l'axe.

Distance des zéros à l'axe.	Distance des zéros entre eux.
0°.43'	
	16'
0.59	
	14
1.13	
	11
1.24	
	10
1.34	
	10
1.44	
	9
1.53	

La *fig.* 6 montre une partie de la courbe de ces résultats, tracée à partir du premier point de rotation nulle.

Fig. 6.



6° *Mesures relatives à un spath plus épais.* — Les résultats précédents sont relatifs à un spath de 26^{mm} d'épaisseur.

Dans un cristal uniaxe, si b et a désignent les vitesses ordinaires et extraordinaires perpendiculaires à l'axe, la direction correspondant à une différence de marche $\frac{\lambda}{2}$ fait avec l'angle I donné par la formule (1)

$$\sin I = \sqrt{\frac{b\lambda}{\varepsilon(a^2 - b^2)}}.$$

Dans le spath, on a

$$a = \frac{1}{1{,}519}, \qquad b = \frac{1}{1{,}665};$$

de plus,

$$\lambda = 0{,}000589 \quad \text{et} \quad \varepsilon = 26;$$

d'où

$$I = 47'.$$

Or la première direction de rotation nulle est à $43'$ de l'axe. Elle est donc très voisine de la première frange, un peu plus rapprochée de l'axe que celle-ci. Si le premier point de rotation nulle suit la première frange, il doit se rapprocher de l'axe lorsque l'épaisseur du cristal augmente. Ce nouveau cristal avait 33^{mm} d'épaisseur. Voici les résultats des mesures faites sur lui :

(1) VERDET, *Leçons d'Optique physique*, t. II, p. 150.

Distances à l'axe.	Rotations.	Distances à l'axe.	Rotations.
0°.0′	1°.52′	1°.6′	0°.0′
0.5	1.52	1.9	−0.8
0.10	1.50	1.12	−0.11
0.15	1.48	1.15	−0.7
0.20	1.44	1.17	0.0
0.25	1.24	1.19	+0.5
0.30	0.56	1.22	+0.9
0.35	0.26	1.25	+0.4
0.37	0.14	1.26	0.0
0.39	0.9	1.28	−0.5
0.42	−0.12	1.30	−0.7
0.45	−0.17	1.32	−0.5
0.51	−0.10	1.34	0.0
0.54	0.0	1.35	+0.3
0.51	+0.10	1.38	+0.5
1.0	+0.14	1.40	+0.2
1.4	+0.7	1.42	0,0

Les directions de rotation nulle sont réunies dans le Tableau ci-dessous :

Distance des zéros à l'axe.	Distance des zéros entre eux.
0°.39′	
	15′
0.54	
	12
1.6	
	10
1.17	
	9
1.26	
	8
1.34	
	8
1.42	

Ces résultats sont conformes aux prévisions : à mesure que l'épaisseur du cristal augmente, les zéros se rapprochent de l'axe.

Les divers zéros dans le champ magnétique ont les mêmes positions relatives que les franges dans le cristal en dehors du champ magnétique.

Ces dernières s'obtiennent par la relation

$$\sin I' = \sin I \sqrt{K},$$

I étant la position de la première frange et K l'ordre de la frange.

Cristal de 26mm d'épaisseur.

Zéros successifs observés.	Zéros successifs calculés.
0°.43′	0°. 0′
0.59	0.60
1.13	1.14
1.24	1.26
1.34	1.36
1.44	1.45
1.53	1.53

Cristal de 33mm d'épaisseur.

Zéros successifs observés.	Zéros successifs calculés.
0°.39′	0°. 0′
0.54	0.55
1. 6	1. 7
1.17	1.18
1.26	1.27
1.34	1.35
1.42	1.43

Les différences sont de l'ordre des erreurs d'expériences.

Analyse de la lumière.

I. Méthode de mesure. — Pour compléter l'analyse des phénomènes présentés par le spath dans un champ magnétique, il faut étudier la modification produite par l'aimantation sur la nature de la lumière qui traverse le cristal.

Les méthodes ordinaires d'analyse des vibrations elliptiques : la méthode de de Sénarmont, modifiée par Wiedemann, et la méthode de Jamin, ne s'adaptaient pas simplement aux dispositions expérimentales précédentes. Il était important, d'autre part, de conserver dans cette étude une sensibilité de même ordre que dans les mesures de rotation et d'utiliser la même source de lumière jaune homogène.

1° *Appareil de mesure.* — En avant de l'analyseur déjà décrit est placé un quart d'onde K (*fig.* 2), monté sur un cercle divisé D′ qui se meut devant un vernier V′. Ce cercle, divisé sur tranche comme D, est disposé dans la même monture que ce dernier, ainsi que l'indique la figure. Les deux cercles D et D′ peuvent tourner séparément autour du même axe à l'aide de deux pignons dentés que commandent deux tiges T et T′, et qui engrènent avec des roues dentées I et I′ fixées sur l'une des faces de chacun des cercles. De plus, le quart d'onde K, monté dans un petit cadre à charnière L, peut être rabattu au-devant de l'analyseur ou relevé à volonté.

Si l'axe de la lame demi-onde coïncide avec une vibration rec-

tiligne incidente, en faisant tourner le quart d'onde au devant, l'égalité d'éclairement des deux moitiés du champ est rétablie lorsque l'axe du quart d'onde coïncide avec l'axe de la lame demi-onde. C'est ce qu'on peut appeler le *zéro du quart d'onde*. Cette position est fixée par le cercle divisé sur lequel il est monté.

Ayant ainsi une position relative des deux cercles qui correspond à la coïncidence des axes des lames demi-onde et quart d'onde, on reproduit cette coïncidence, après une rotation quelconque de l'un des cercles, par une rotation égale de l'autre.

2° *Première méthode de mesure.* — Pour analyser une vibration elliptique, on détermine d'abord la direction de ses axes à l'aide de l'analyseur, ce qui est possible pour des ellipses dont le rapport des axes ne dépasse pas $\frac{1}{10}$ (dans les mesures actuelles, ce rapport ne dépasse pas $\frac{1}{50}$); puis on interpose le quart d'onde, dont on fait coïncider l'un des axes avec celui de la lame demi-onde dans la position trouvée. Les axes du quart d'onde sont alors dirigés suivant les axes de l'ellipse; celle-ci, en le traversant, se transforme en vibration rectiligne, dont la direction fait avec l'axe de l'ellipse un angle φ, tel que $\tang\varphi = \frac{a}{b}$, a et b étant les deux axes de l'ellipse. Les deux moitiés du champ n'ont plus la même intensité. On rétablit l'uniformité d'éclairement par une rotation de l'analyseur qui donne l'angle φ.

On fait une seconde expérience en tournant le quart d'onde de 90°. La vibration rectiligne est rétablie symétriquement par rapport à l'axe du quart d'onde. On mesure de nouveau l'angle φ. On prend la moyenne des deux mesures.

3° *Seconde méthode de mesure.* — On peut encore, pour mesurer le rapport des axes de l'ellipse, suivre une méthode un peu différente, qui n'exige pas la connaissance préalable du zéro du quart d'onde.

On établit d'abord le zéro avec l'analyseur seul : on sait qu'alors le grand axe de l'ellipse incidente coïncide avec l'axe de la lame demi-onde. Puis on interpose le quart d'onde, que l'on fait tourner, à l'aide du cercle divisé auquel il est lié, jusqu'à ce que l'uniformité du champ soit rétablie. Cette condition est réalisée lorsque le grand axe de l'ellipse issue du quart d'onde coïncide

avec l'axe de la lame demi-onde. Soit n la division du cercle qui fixe la première position ainsi obtenue.

Cela fait, on échange entre eux les deux axes du quart d'onde par une rotation d'un quart de tour et l'on rétablit l'égale intensité des deux moitiés du champ. Les axes ainsi échangés viennent dans une seconde position, symétrique de la première par rapport aux axes de l'ellipse incidente. Soit n'_1 la division, lue sur le cercle, qui fixe la nouvelle position du quart d'onde.

Posons $90 - n'_1 = n'$,

$$\frac{n' - n}{2}$$

est sensiblement égal à φ.

En effet, soient

$$x = a \cos 2\pi \frac{t}{T} = aC,$$

$$y = b \sin 2\pi \frac{t}{T} = bS$$

les composantes de l'ellipse incidente suivant ses axes Ox et Oy.

Supposons que les axes Ox', Oy' du quart d'onde fassent avec les précédents un angle β. Suivant Ox' et Oy', on a

$$x' = a \cos\beta\, C - b \sin\beta\, S,$$
$$y' = a \sin\beta\, C + b \cos\beta\, S.$$

Si le quart d'onde produit, suivant Oy', un retard de phase $\frac{\pi}{2}$, on aura à la sortie

$$x' = a \cos\beta\, C - b \sin\beta\, S,$$
$$y' = a \sin\beta\, S - b \cos\beta\, C.$$

Pour que l'uniformité du champ soit rétablie, il faut que cette ellipse ait pour axes Ox et Oy. Revenons donc à ces derniers

$$x = C(a \cos^2\beta - b \sin\beta \cos\beta) + S(a \sin^2\beta - b \sin\beta \cos\beta),$$
$$y = -C(b \cos^2\beta + a \sin\beta \cos\beta) + S(b \sin^2\beta + a \sin\beta \cos\beta).$$

L'élimination de C et S entre ces deux relations donne l'équation de l'ellipse par rapport à Ox et Oy. En exprimant que le coefficient du terme en xy est nul, on a

$$\sin 2\beta = \frac{2ab}{b^2 - a^2} = \tan 2\varphi,$$

en posant $\frac{a}{b} = \tan\varphi$.

L'expérience donne 2β.

Or, dans les mesures actuelles, β et φ sont pratiquement égaux.

Remarquons que $\frac{n'+n}{2}$ correspond précisément à l'axe, ou au zéro du quart d'onde. Ce zéro peut donc s'obtenir sans que la lumière incidente soit rectiligne. De plus, cette position relative des deux cercles correspondant à la coïncidence des axes de la lame demi-onde et du quart d'onde se déduit de chaque mesure, ce qui constitue un contrôle permanent.

II. Résultats des mesures sur le spath. — Pour étudier en un point la modification qu'apporte le champ magnétique sur la nature de la lumière qui traverse le cristal, il faut déterminer le zéro avant d'actionner l'électro-aimant, puis analyser la lumière pendant l'aimantation.

En ce qui concerne le zéro, il y a lieu de faire ici une remarque analogue à celle que j'ai déjà faite au sujet des mesures de rotation. Le zéro théorique correspond à une vibration rectiligne et dirigée suivant la vibration incidente. Cette double condition exigerait, pour être remplie, une taille parfaite du cristal.

Mais, comme pour les mesures de rotation, il n'est pas nécessaire que la direction du zéro soit rigoureusement fixée. Une erreur de quelques secondes dans l'orientation n'a pratiquement aucune influence sur la grandeur des résultats obtenus.

On analyse d'abord la lumière issue du cristal avant l'action du champ magnétique; ce qui donne la direction des axes et leur rapport, si la vibration est elliptique.

Les mêmes déterminations sont faites sur le cristal aimanté.

L'angle des axes mesure la rotation; la différence des rapports des axes est l'ellipticité produite par le champ magnétique.

On peut même se dispenser de mesurer l'ellipse avant l'aimantation : il suffit de mesurer les ellipses produites successivement par les deux sens du courant. En effet, soient e l'ellipse avant l'aimantation, φ l'ellipse produite par l'aimantation. Les deux ellipses analysées sont respectivement $e+\varphi$ et $e-\varphi$. Leur demi-différence donne φ.

La mesure du rapport des axes peut se faire indifféremment par l'une des deux méthodes décrites dans le Chapitre précédent.

Lorsqu'on analyse la lumière en un point où la rotation est nulle, l'expérience est particulièrement simple. Après avoir placé la lame demi-onde suivant l'axe de l'ellipse incidente, on interpose le quart d'onde, avec lequel on rétablit l'uniformité du champ successivement pour les deux sens de l'aimantation. La demi-distance des deux positions du quart d'onde donne l'ellipse cherchée. En effet, e et φ ayant les mêmes significations que précédemment, les distances de l'axe du quart d'onde, dans ses deux positions successives, avec l'axe de la lame demi-onde soit respectivement $e+\varphi$ et $e-\varphi$. La demi-différence donne φ. L'expérience est tout à fait semblable à une simple mesure de rotation.

Voici les résultats des mesures faites sur le spath pour un courant de 25 ampères ou 1808 unités.

Ces mesures ont porté successivement sur les spaths de 26^{mm} et de 33^{mm} d'épaisseur. Pour transformer en rapport le nombre donné en minutes par l'expérience, on multiplie ce nombre par 29.10^{-5}, valeur de la minute :

Spath de 26^{mm}.

Distance à l'axe.	Rotation.	Valeur de φ.	Distance à l'axe.	Rotation.	Valeur de φ.
0°.0′	+1°.28′ Maximum	0′	1°.13′	0°.0′	18′ Maximum
0.9	1.26	2	1.19	−0.9 Minimum	9
0.14	1.24	7	1.24	0.0	0
0.19	1.21	21	1.29	+0.6 Maximum	6
0.29	0.59	37	1.34	0.0	12 Maximum
0.40	0.15	44	1.39	−0.5 Minimum	6
0.43	0.0	44 Maximum	1.44	0.0	0
0.51	−0.17 Minimum	20	1.49	+0.4 Maximum	3
0.59	0.0	0	1.53	0.0	1 Maximum
1.7	+0.12 Maximum	11			

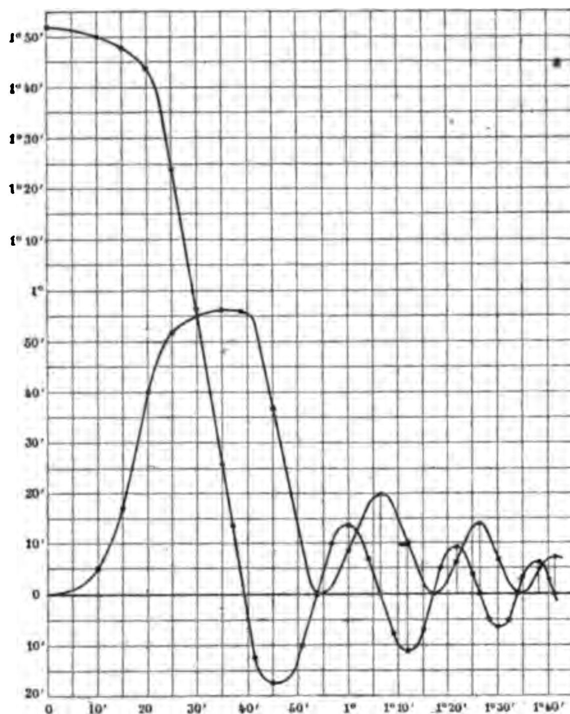
Spath de 33^{mm}.

0.0	+1.52 Maximum	0	1.0	+0.14 Maximum	8
0.10	1.50	5	1.6	0.0	20 Maximum
0.15	1.48	17	1.12	−0.11 Minimum	10
0.20	1.44	40	1.17	0.0	0
0.25	1.24	52	1.22	+0.9 Maximum	6
0.30	0.56	55	1.26	0.0	14 Maximum
0.35	0.26	56	1.30	−0.7 Minimum	6
0.39	0.0	56 Maximum	1.34	0.0	0
0.45	−0.17 Minimum	36	1.38	+0.5	5
0.54	0.0	0	1.42	0.0	7 Maximum

Voici la courbe des résultats relatifs au spath de 33^{mm} (*fig.* 7).

J'ai reproduit simultanément la courbe des rotations, afin de montrer les rapports qui existent entre les deux ordres de mesures.

Fig. 7.



On voit que les points où la rotation magnétique est nulle correspondent alternativement à des ellipses maxima ou nulles.

Dans la direction de l'axe, l'aimantation produit une simple rotation de la vibration incidente. En dehors de l'axe, il y a en général rotation et production de lumière elliptique, sauf pour des incidences particulières. La rotation a lieu alternativement à droite et à gauche de la vibration incidente, pendant que l'ellipse éprouve des variations de grandeur qui suivent une périodicité analogue.

Le long des bras de la croix d'un spath placé dans un champ magnétique et observé entre un polariseur et un analyseur à l'ex-

tinction, la lumière n'est donc pas éteinte : elle présente une série de maxima et de minima, c'est-à-dire précisément toutes les particularités offertes par le quartz.

III. Interprétation des résultats. — Ces résultats peuvent être interprétés comme dans le quartz, suivant les conceptions d'Airy.

Lorsqu'un rayon rectiligne incident se présente sur un spath d'Islande placé dans un champ magnétique, il se transforme en deux elliptiques réciproques inverses qui se propagent avec des vitesses différentes. A la sortie, l'analyse optique donne le résultat de la recomposition de ces elliptiques après qu'ils ont subi l'un par rapport à l'autre une certaine différence de marche en traversant le cristal.

Soit $y = \sin 2\pi \frac{t}{T}$ la vibration incidente.

La décomposition en deux elliptiques inverses donne

$$y' = \frac{1}{1+k^2} \sin 2\pi \frac{t}{T}, \qquad y'' = \frac{k^2}{1+k^2} \sin 2\pi \frac{t}{T},$$
$$x' = \frac{k}{1+k^2} \cos 2\pi \frac{t}{T}, \qquad x'' = \frac{-k}{1+k^2} \cos 2\pi \frac{t}{T}.$$

En traversant le cristal aimanté, l'un des deux elliptiques prend sur l'autre un retard δ et l'on a, par exemple,

$$y' = \frac{1}{1+k^2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\delta}{\lambda}\right), \qquad y'' = \frac{k^2}{1+k^2} \sin 2\pi \frac{t}{T},$$
$$x' = \frac{k}{1+k^2} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\delta}{\lambda}\right), \qquad x'' = \frac{-k}{1+k^2} \cos 2\pi \frac{t}{T}.$$

A la sortie, ces deux elliptiques se recombinent et donnent

$$y = \frac{1}{1+k^2}\left[\sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\delta}{\lambda}\right) + k^2 \sin 2\pi \frac{t}{T}\right] = \frac{B'}{1+k^2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda}\right),$$
$$x = \frac{k}{1+k^2}\left[\cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\delta}{\lambda}\right) - \cos 2\pi \frac{t}{T}\right] = \frac{kA'}{1+k^2} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d'}{\lambda}\right).$$

On en déduit, après identification des deux formes de valeurs

de x et de y.

$$(1)\quad \left\{ \begin{aligned} \frac{B'^2}{A'^2} &= \frac{1 - k^4 - 2k^2 \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}}{4 \sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}} = \frac{(1-k^2)^2}{4 \sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}} - k^2, \\ \operatorname{tang} 2\pi \frac{d' - d}{\lambda} &= \frac{1 - k^2}{1 - k^2} \cot \pi \frac{\delta}{\lambda}. \end{aligned} \right.$$

La méthode de mesure employée donne l'ellipse par ses axes. Mais, lorsqu'on connaît la direction des axes d'une ellipse, direction donnée ici par la rotation α, et leur rapport $\frac{A}{B} = \operatorname{tang} \varphi$, on en déduit le rapport des composantes suivant deux directions rectangulaires quelconques, et la différence de marche correspondant à ces deux directions. Des mesures effectuées on déduira donc $\frac{B'}{kA'}$ et $d' - d$, d'où k et δ en résolvant les équations (1). Voici comment on peut diriger les calculs.

L'ellipse analysée, rapportée à ses axes, a pour équations

$$Y = B \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

$$X = A \cos 2\pi \frac{t}{T}.$$

Par rapport aux axes primitifs, elle a pour équations

$$y = \frac{B'}{1 + k^2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} \right) = - X \sin \alpha + Y \cos \alpha,$$

$$x = \frac{kA'}{1 + k^2} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d'}{\lambda} \right) = X \cos \alpha + Y \sin \alpha.$$

L'identification des deux formes de valeurs de x et de y donne

$$(2)\quad \left\{ \begin{aligned} \frac{kA'}{1 + k^2} \cos 2\pi \frac{d'}{\lambda} &= A \cos \alpha, \\ \frac{kA'}{1 + k^2} \sin 2\pi \frac{d'}{\lambda} &= B \sin \alpha, \\ \frac{B'}{1 + k^2} \cos 2\pi \frac{d}{\lambda} &= B \cos \alpha, \\ \frac{B'}{1 + k^2} \sin 2\pi \frac{d}{\lambda} &= A \sin \alpha, \end{aligned} \right.$$

d'où

$$\tang 2\pi \frac{d'-d}{\lambda} = \frac{\frac{B}{A}\tang\alpha - \frac{A}{B}\tang\alpha}{1+\tang^2\alpha} = \frac{\sin 2\alpha}{\tang 2\varphi}.$$

Dans les expériences actuelles, α et φ sont très petits : on peut donc remplacer $\sin 2\alpha$ et $\tang 2\varphi$ par 2α et 2φ

$$\tang 2\pi \frac{d'-d}{\lambda} = \frac{\alpha}{\varphi} \qquad \text{ou} \qquad \cot 2\pi \frac{d'-d}{\lambda} = \frac{\varphi}{\alpha}.$$

Les équations (2) donnent encore

$$\frac{B'^2}{k^2 A'^2} = \frac{A^2 \sin^2\alpha + B^2 \cos^2\alpha}{A^2 \cos^2\alpha + B^2 \sin^2\alpha} = \frac{\sin^2\varphi \sin^2\alpha + \cos^2\varphi \cos^2\alpha}{\sin^2\varphi \cos^2\alpha + \cos^2\varphi \sin^2\alpha}$$

ou sensiblement

$$\frac{B'^2}{k^2 A'^2} = \frac{1}{\varphi^2+\alpha^2}.$$

Les équations (1) deviennent donc

$$(1') \quad \left\{ \begin{aligned} &\frac{(1+k^2)^2}{4k^2 \sin^2\pi\frac{\delta}{\lambda}} = 1 + \frac{1}{\varphi^2+\alpha^2}, \\ &\frac{1-k^2}{1+k^2} \tang\pi\frac{\delta}{\lambda} = \frac{\varphi}{\alpha}. \end{aligned} \right.$$

La résolution de ces équations donne

$$(3) \quad \left\{ \begin{aligned} &k = \pm \frac{\varphi}{\alpha^2+\varphi^2} \pm \sqrt{1+\frac{\varphi^2}{(\alpha^2+\varphi^2)^2}}, \\ &\tang^2\pi\frac{\delta}{\lambda} = \frac{\varphi^2+(\alpha^2+\varphi^2)^2}{\alpha^2}. \end{aligned} \right.$$

Suivant la direction de l'axe, on a

$$\varphi = 0;$$

donc

$$k = 1 \qquad \text{et} \qquad \tang^2\pi\frac{\delta}{\lambda} = \alpha^2$$

ou sensiblement

$$\pi\frac{\delta}{\lambda} = \alpha.$$

On sait en effet que, dans ce cas, la différence de phase $2\pi\frac{\delta}{\lambda}$ est double de α.

Lorsque ρ n'est pas infiniment petit par rapport à α, c'est-à-dire à quelque distance de l'axe, les formules (3) peuvent être pratiquement simplifiées. En effet, dans ce cas $(\alpha^2+\rho^2)^2$ est très petit par rapport à ρ^2; le quotient $\frac{\rho^2}{(\alpha^2+\rho^2)^2}$ est très grand. La racine carrée de $1+\frac{\rho^2}{(\alpha^2+\rho^2)^2}$ est sensiblement égale à $\frac{\rho}{\alpha^2+\rho^2}$, et l'une des valeurs de k est

$$k=\frac{2\rho}{\alpha^2+\rho^2}.$$

L'autre valeur, donnée par (3), est d'ailleurs $\frac{1}{k}$.

On a de même sensiblement

$$\tan g\pi\frac{\delta}{\lambda}=\frac{\rho}{\alpha}.$$

Quelques cas particuliers sont intéressants à étudier.

Lorsque la différence de marche δ est un multiple impair de $\frac{\lambda}{2}$, la composition des deux elliptiques donne

$$y=\frac{-(1-k^2)}{1+k^2}\sin 2\pi\frac{t}{\mathrm{T}},$$

$$x=\frac{-2k}{1+k^2}\cos 2\pi\frac{t}{\mathrm{T}}.$$

C'est l'équation d'une ellipse rapportée à ses axes.

Ainsi, lorsque la différence de marche entre les deux elliptiques est un multiple impair de demi-longueurs d'onde, l'ellipse sortante a pour axes la direction de la vibration incidente et la direction perpendiculaire. Dans ce cas, la rotation apparente est nulle, et le rapport des axes donne immédiatement

$$\rho=\frac{2k}{1-k^2},$$

d'où k.

Pour ces incidences particulières, on a donc très simplement le rapport des axes des ellipses qui se propagent dans le cristal. En prenant des spaths d'épaisseurs variables, on pourrait avoir par ce moyen les valeurs de k correspondant à autant d'incidences

qu'on voudrait. C'est une des méthodes indiquées par Jamin pour l'étude du quartz ([1]).

Lorsque la différence de marche entre les deux elliptiques réciproques est un multiple pair de $\frac{\lambda}{2}$, la vibration sortante est rectiligne et dirigée suivant la vibration incidente. La rotation apparente est donc nulle et l'ellipse nulle.

D'une manière générale, les points où la rotation magnétique est nulle correspondent donc à des différences de marche égales aux multiples successifs de $\frac{\lambda}{2}$. Nous avons vu que ces points étaient très voisins de ceux qui correspondent aux mêmes différences de marche entre les deux rayons ordinaires et extraordinaires dans le cristal non aimanté, les premiers étant un peu plus rapprochés de l'axe que les seconds. L'écart tient à la petite différence de marche ajoutée par l'action du champ magnétique à la différence de marche due à la biréfringence naturelle.

J'ai calculé les valeurs de k et de δ relatives à une plaque de spath de 1^{mm} d'épaisseur, pour toutes les incidences sous lesquelles j'ai fait à la fois la mesure de la rotation et la mesure de l'ellipse. Les résultats de ces calculs sont contenus dans le Tableau suivant. Ils sont relatifs à la fois aux deux spaths et rangés par incidences croissantes.

Ce Tableau est analogue à celui que Jamin a déduit de ses mesures sur le quartz.

([1]) Jamin, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XXX, p. 55.

Tableau des valeurs des rapports des axes et des différences de marche pour une plaque de spath de 1^mm^ *d'épaisseur.*

Épaisseur.	Incidence.	Rotation α.	Ellipse φ.	k.	$\tang \pi \frac{\delta}{\lambda}$.	$\pi \frac{\delta}{\lambda}$.	$\frac{\delta}{\lambda e}$.
	° ′	° ′	′				
26	0. 0	+1.28	0	1	»	1°28′	0,1003
33	0. 0	1.52	0	1	»	1°52′	0,0003
26	0. 9	1.26	2	0,435	0,034	1°57′	0,0004
33	0.10	1.50	5	0,316	0,055	3°8′	0,0005
26	0.14	1.24	7	0,144	0,084	4°48′	0,0010
33	0.15	1.48	17	0,103	0,16	9°5′	0,0015
26	0.19	1.21	21	0,055	0,26	14°34′	0,0031
33	0.20	1.44	40	0,045	0,38	20°48′	0,0035
33	0.25	1.24	52	0,026	0,62	31°48′	0,0053
26	0.29	0.59	37	0,019	0,62	31°48′	0,0068
33	0.30	0.56	55	0,015	0,98	44°25′	0,0075
33	0.35	0.26	56	0,0095	2,15	65°3′	0,0110
33	0.39	0. 0	56	0,0081	∞	90°	0,0151
26	0.40	0.15	44	0,0072	2,93	71°9′	0,0151
26	0.43	0. 0	44	0,0064	∞	90°	0,019
33	0.45	−0.17	36	0,0062	−2,12	180°−64°45′=115°15′	0,019
26	0.51	−0.17	20	0,0050	−1,17	180°−49°28′=130°32′	0,028
33	0.54	0. 0	0	»	0	180°	0,030
26	0.59	0. 0	0	»	0	180°	0,038
33	0.60	+0.14	8	0,0047	+0,57	180°+29°41′=209°41′	0,035
33	1. 6	0. 0	20	0,0030	∞	270°	0,045
26	1. 7	+0.12	11	0,0034	+0,91	180°+42°18′=222°18′	0,047
33	1.12	−0.11	10	0,0032	−0,91	360°−42°18′=317°42′	0,053
26	1.13	0. 0	18	0,0026	∞	270°	0,057
33	1.17	0. 0	0	»	0	360°	0,060
26	1.19	−0. 9	9	0,0028	−1	360°−45°=315°	0,067
33	1.22	+0. 9	6	0,0028	+0,66	360°+33°25′=393°25′	0,067
26	1.24	0. 0	0	»	0	360°	0,076
33	1.26	0. 0	14	0,0021	∞	360°+90°=450°	0,076
26	1.29	+0. 6	6	0,0018	+1	360°+45°=405°	0,086
33	1.30	−0. 7	6	0,0020	−0,86	540°−40°41′=499°19′	0,084
33	1.34	0. 0	0	»	0	360°+180°=540°	0,091
26	1.34	0. 0	12	0,0017	∞	360°+90°=450°	0,096
33	1.38	+0. 5	5	0,0014	+1	540°+45°=585°	0,098
26	1.39	−0. 5	6	0,0014	−1,2	540°−50°11′=489°49′	0,104
33	1.42	0. 0	7	0,0010	∞	540°+90°=630°	0,106
26	1.44	0. 0	0	»	0	360°+180°=540°	0,115
26	1.49	+0. 4	3	0,0012	+0,75	540°+36°52′=576°52′	0,123
26	1.53	0. 0	6	0,0008	∞	540°+90°=630°	0,134

Dans une étude théorique, publiée en 1885 ([1]), M. Gouy, appliquant le principe de l'indépendance des effets simultanés aux phénomènes produits dans un milieu par l'action combinée du pouvoir rotatoire et de la double réfraction, montre que ce principe permet de retrouver l'hypothèse imaginée par Airy, et conduit à des relations simples entre les quantités k et δ et la rotation ω qui se superpose à la double réfraction φ sous chaque incidence.

Les relations données par M. Gouy sont

$$\frac{\omega}{\pi} = \varphi \frac{2k}{1-k^2},$$
$$\frac{\omega}{\pi} = \delta \frac{2k}{1+k^2}.$$

La première relie directement le pouvoir rotatoire et la double réfraction. La deuxième donne le pouvoir rotatoire en fonction de k et δ seuls. Dans ces formules, les quantités $\frac{\omega}{\pi}$ et φ sont comptées en vibrations ou en ondes; ainsi, pour un quart d'onde et une rotation de 1°, on a

$$\varphi = \frac{1}{4}, \qquad \frac{\omega}{\pi} = \frac{1}{180}.$$

En calculant ces relations pour les valeurs du Tableau ci-dessus, on a :

Incidences.	$\frac{\omega}{\pi} = \varphi \frac{2k}{1-k^2}$.	$\frac{\omega}{\pi} = \delta \frac{2k}{1+k^2}$.	Incidences.	$\frac{\omega}{\pi} = \varphi \frac{2k}{1-k^2}$.	$\frac{\omega}{\pi} = \delta \frac{2k}{1+k^2}$.
° ′			° ′		
0. 0	»	0,00031	0.60	0,00029	0,00033
0. 9	0,00074	0,00030	1. 6	0,00023	0,00027
0.10	0,00060	0,00030	1. 7	0,00027	0,00032
0.14	0,00049	0,00023	1.12	0,00029	0,00034
0.15	0,00040	0,00031	1.13	0,00024	0,00030
0.19	0,00034	0,00034	1.19	0,00030	0,00037
0.20	0,00031	0,00031	1.22	0,00023	0,00037
0.25	0,00028	0,00028	1.26	0,00027	0,00032
0.29	0,00027	0,00026	1.29	0,00025	0,00031
0.30	0,00023	0,00023	1.30	0,00028	0,00033
0.35	0,00020	0,00023	1.34	0,00026	0,00033
0.39	0,00021	0,00024	1.38	0,00023	0,00027
0.40	0,00020	0,00021	1.39	0,00024	0,00029
0.43	0,00021	0,00024	1.42	0,00018	0,00021
0.45	0,00022	0,00024	1.49	0,00023	0,00030
0.51	0,00022	0,00028	1.53	0,00018	0,00021

([1]) *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 149.

On voit que $\frac{\omega}{\pi}$, calculé par les deux formules, est sensiblement constant pour toutes les incidences. Le phénomène, interprété suivant les idées de M. Gouy, peut donc être considéré comme résultant de la superposition d'un pouvoir rotatoire magnétique uniforme à la double réfraction.

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES SUR LA COHÉSION DES LIQUIDES;

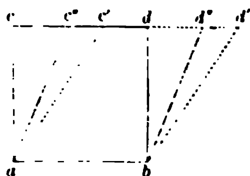
PAR M. TH. SCHWEDOFF.

II. — VISCOSITÉ DES LIQUIDES ([1]).

1. *Frottement à l'état stationnaire.* — D'ordinaire, on considère la viscosité des liquides comme la capacité de détruire un travail extérieur pendant leur déformation. Cette définition n'est pas assez générale, en ce sens que la perte de travail n'est pas nécessairement liée à la déformation d'un liquide.

Soit *abcd* (*fig.* 1) un cube liquide. Admettons qu'il ait éprouvé

Fig. 1.



un cisaillement effectif $cc' = \varepsilon$, dans les limites de sa ténacité. Abandonné aussitôt à lui-même, le cube, en vertu de sa rigidité, reprendra sa figure primitive. Il y aura perte du travail extérieur dans la première phase de cette expérience et gain de ce travail, égal à la perte, dans la deuxième phase. Mais si, après avoir imprimé au cube la déformation ε, on entretient le liquide dans la position $abc'd'$ un certain temps t, il se formera une déformation

---

([1]) *Voir* 2e série, tome VIII, page 341.

résiduelle $\rho = cc'$, et le liquide, abandonné à lui-même, ne reviendra à l'équilibre que sous l'action de la déformation active $\alpha = c''c$ et s'arrêtera dans une nouvelle position $abc''d''$. Cette fois il y a, en définitive, perte de travail qui s'est effectuée pendant la période t, quand la figure du liquide restait invariable. C'est aussi la période d'apparition de la déformation résiduelle ρ.

Cette conclusion offre cet intérêt, qu'elle jette un jour sur le procédé de réchauffement des corps, solides ou liquides, soumis à une déformation. Il résulte de ce qui précède que la capacité d'un corps rigide d'absorber le travail et de dégager la chaleur doit être liée à sa déformation résiduelle; donc on doit dépasser la limite de l'élasticité parfaite, pour réchauffer un corps mécaniquement. C'est pour cette raison qu'une tige d'étain se réchauffe à la moindre flexion, qu'une bande de caoutchouc ne se réchauffe qu'aux limites de son extensibilité et qu'un fil d'acier ne se réchauffe pas du tout, à moins qu'il ne se rompe préalablement.

2. *Frottement à l'état de déformation continue.* — Admettons maintenant que la face supérieure cd du cube (*fig.* 1) soit animée d'un mouvement continu, dont la vitesse est v. Dans le cours de l'expérience, à chaque élément de temps dt correspond un accroissement $d\varepsilon$ de la déformation effective et un accroissement $\partial\rho$ de la déformation résiduelle. La différence $d\varepsilon - \partial\rho$ est ce que nous avons appelé (¹) *déformation active* $d\alpha$. On a

$$(a) \qquad d\alpha = d\varepsilon - \partial\rho.$$

En désignant par dF l'accroissement du ressort, on a

$$(b) \qquad dF = E\,d\alpha = E(d\varepsilon - \partial\rho),$$

où E est la rigidité du liquide.

Or, en vertu de l'équation (4_a) de l'article précédent, on a

$$(c) \qquad \partial\rho = \beta(\alpha - \lambda)\,dt.$$

En substituant dans (b), on a

$$(d) \qquad dF = E\,d\varepsilon - \beta(E\alpha - E\lambda)\,dt.$$

(¹) Voir *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. VIII, p. 353.

Le produit $E\alpha$ n'est autre chose que le ressort du liquide pour la déformation α, ressort que nous avons désigné par F. Pareillement, $E\lambda$ est le ressort pour la déformation limite que nous appellerons *ressort limite du liquide* et que nous désignerons par f. L'équation (d) devient

$$(e)\qquad dF = E\,d\varepsilon - \beta(F - f)\,dt.$$

Nous avons, en outre,

$$d\varepsilon = v\,dt \qquad \text{ou bien} \qquad dt = \frac{d\varepsilon}{v}.$$

Par conséquent,

$$(f)\qquad dF = E\,d\varepsilon - \frac{\beta}{v}(F - f)\,d\varepsilon,$$

d'où l'on tire

$$d\varepsilon = \frac{dF}{E - \frac{\beta}{v}(F - f)}.$$

Arrêtons-nous au cas usuel des expériences sur le frottement des liquides, quand la vitesse de cisaillement v est constante. Les quantités E, β, f étant constantes par leur nature, on obtient, par l'intégration,

$$(g)\qquad \varepsilon + c = -\frac{v}{\beta}\log\left(E + \frac{\beta}{v}f - \frac{v}{\beta}F\right),$$

où c est la constante d'intégration. Pour la déterminer, on a la condition $F = 0$ pour $\varepsilon = 0$. On a

$$c = -\frac{v}{\beta}\log\left(E + \frac{\beta}{v}f\right).$$

Par conséquent,

$$(h)\qquad F = \frac{v}{\beta}\left(E + \frac{\beta}{v}f\right)\left(1 - e^{-\frac{\beta}{v}\varepsilon}\right),$$

où e est la base des logarithmes népériens.

Supposons maintenant que, la déformation du liquide étant entretenue continuellement, ε augmente et tende vers l'infini. Dans ce cas, F tend vers la limite F_* qui est déterminée par l'équation

$$F_* = \frac{v}{\beta}\left(E + \frac{\beta}{v}f\right).$$

On en tire

$$\frac{F}{v} = \frac{E}{\beta} + \frac{f}{v}.$$

Or, dans les conditions de cette expérience, le rapport $\frac{F}{v}$ n'est autre chose que l'effort par unité de vitesse ou bien le coefficient de frottement du liquide. En le désignant par η, nous avons

$$\text{(B)} \qquad \eta = \frac{E}{\beta} + \frac{f}{v}.$$

C'est la loi de frottement intérieur.

L'analyse de cette formule nous conduit aux conclusions suivantes :

1° Le coefficient de frottement η dépend bien de la rigidité d'un liquide; mais il dépend aussi du ressort limite f.

2° Ce coefficient n'est pas constant, comme on le suppose ordinairement : il varie avec la vitesse de cisaillement.

3° Cette variation de η est d'autant plus sensible que f est plus considérable et que la vitesse v est moins grande. Quand v s'approche du zéro, η tend vers l'infini.

4° η ne devient constant ou presque constant que quand f est infiniment petit ou que v est infiniment grand.

Il serait inutile d'insister sur l'importance de ces conséquences qui sont en contradiction avec tout ce que nous savons sur le frottement des liquides. Mais justement parce que ce désaccord est frappant, il devient urgent de reconnaître à quel point la théorie que je viens d'exposer s'accorde avec l'expérience.

Préalablement, nous allons donner à la loi (B) une forme accessible à une interprétation géométrique bien simple.

Désignons par θ la *lenteur* de cisaillement, c'est-à-dire le temps nécessaire pour un cisaillement égal à l'unité. Nous aurons $1 = vF$; par conséquent,

$$\text{(B)} \qquad \eta = \frac{E}{\beta} + f\theta.$$

Il s'ensuit que *la viscosité d'un liquide est une fonction linéaire de la lenteur de sa déformation.*

3. *Méthode et procédés d'expérimentation.* — Je me suis arrêté à la méthode des deux cylindres concentriques, dont l'intervalle est rempli du liquide à étudier. Proposée d'abord par M. Margules pour l'étude de la viscosité des liquides, cette méthode avait éprouvé depuis des perfectionnements essentiels entre les mains de M. Couette (¹), qui eut l'heureuse idée d'introduire dans son appareil deux *cylindres de garde,* pour simplifier la théorie de l'expérience. Par hasard, cette méthode se rapproche beaucoup de celle que j'avais adoptée pour mes recherches sur la rigidité des liquides, sans avoir pourtant connaissance des essais de M. Couette dans cette direction. Seulement, au lieu des cylindres de garde, je me suis servi du procédé d'*élimination du fond* que j'ai décrit dans la première Partie de ces recherches.

L'appareil et les procédés de mesure sont les mêmes que ceux dont je me suis servi pour la rigidité des liquides. On remplit l'intervalle entre les deux cylindres du liquide à étudier, on remet les deux images de l'échelle à zéro et l'on imprime au vase extérieur un mouvement uniforme de rotation. Sa vitesse se transmet, par l'intermédiaire du liquide, au vase intérieur et imprime au fil de suspension une torsion δ, laquelle croît de plus en plus lentement, jusqu'à devenir stationnaire. On mesure la durée T de rotation du cylindre extérieur et l'angle δ, et l'on en déduit le coefficient de frottement du liquide.

Comme moteur, pour le cylindre extérieur, j'emploie un tourniquet électrique, muni d'un régulateur des vitesses et actionné par une batterie de 12 éléments Daniell. Un commutateur sert à renverser le sens de rotation. Le mouvement est transmis à l'appareil au moyen de cordes sans fin et de poulies. On peut varier la durée d'une rotation du cylindre extérieur dans de larges limites, entre quelques heures et quelques secondes. Si cette durée est très petite, on se sert, pour la mesurer, d'un compteur électromagnétique. A chaque tour du cylindre, un bouton ferme le courant d'un circuit, agit sur le compteur et lui fait rendre un bruit sec. Le temps est mesuré au moyen d'un compteur de secondes, donnant $\frac{1}{5}$ de seconde, et que l'on peut mettre en marche

(¹) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences,* t. CVII, p. 388; 1888.

ou arrêter, en agissant sur un bouton. Si la durée d'une rotation est très grande, on la mesure de la manière suivante. Une bande divisée est collée autour du cylindre extérieur. Une lunette à réticule, bien immobile, vise les traits de cette bande. On compte le nombre de traits qui passent devant le fil du réticule pendant un certain temps, et l'on en déduit la durée de la rotation complète. Chaque mesure est répétée au moins quatre fois, deux fois pour un sens de rotation et deux fois pour le sens contraire. La moyenne de ces quatre mesures est prise pour le nombre observé.

L'appareil était installé sur une console de pierre scellée dans un mur. La température de l'air ambiant ne variait presque pas dans la durée de l'expérience. Les petites variations, quelques dixièmes de degré tout au plus, étaient notées, de temps en temps, à un thermomètre suspendu sur l'appareil, et l'on en prenait la température moyenne.

Une attention spéciale était prêtée à la vérification de la constance du coefficient de l'élasticité du fil de suspension. C'est le point essentiel de l'exactitude de la méthode.

4. *Théorie de l'expérience.* — Cette théorie est de tout point identique à celle que j'avais développée dans la première Partie de mon travail. On n'a qu'à remplacer :

a. Le coefficient de rigidité E par le coefficient de frottement η_1 ;

b. La déviation angulaire ω_1 du cylindre intérieur par la vitesse angulaire Ω_1 du cylindre extérieur.

Les formules (3) du Chapitre V de la première Partie deviennent

$$x = \frac{\delta_0}{\delta_1 - \delta_0} h,$$

$$\eta_1 = q \frac{k}{h + x} \frac{\delta_1}{\Omega_1},$$

$$q = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{1}{r_0^2} - \frac{1}{r_1^2}\right).$$

Les autres lettres retiennent la même signification qu'elles avaient dans la première Partie.

En désignant par T la durée d'une rotation du vase extérieur

et en remarquant que $\Omega_1 = \frac{2\pi}{T}$, nous pouvons donner aux dernières formules une forme plus commode pour le calcul des résultats de l'expérience :

$$(C) \quad \begin{cases} x = \dfrac{T\delta_0}{T\delta_1 - T\delta_0} h, \\ \eta = q_1 \dfrac{k}{h + x} T\delta_1, \\ q_1 = \dfrac{\dfrac{1}{r_0^2} - \dfrac{1}{r_1^2}}{8\pi^2}. \end{cases}$$

Légende des formules (C).

k coefficient de l'élasticité de torsion du fil de suspension ;
δ_0 angle de torsion du fil pour $h = 0$;
h hauteur du liquide ;
δ_1 angle de torsion du fil pour h quelconque ;
r_0 rayon extérieur du cylindre suspendu ;
r_1 rayon intérieur du cylindre en rotation ;
T durée d'une rotation complète du cylindre extérieur ;
η coefficient de frottement ou de viscosité ;
x et q deux constantes déterminées par les équations (C).

5. *Vérification expérimentale de la méthode.* — Avant d'aborder la question de la variabilité du coefficient η, j'ai effectué une série d'expériences destinées à examiner la précision et la justesse de la méthode adoptée. Les Tableaux qui suivent résument une partie de ces expériences.

I. *Examen de la formule*

$$\eta = q_1 \frac{k}{h + x} T\delta.$$

Si la vitesse de rotation varie peu, on doit s'attendre à la constance de η ; donc, le produit $T\delta$ doit rester sans variation, si k, h et x conservent les mêmes valeurs.

Glycérine.

1000δ.	T.	$T\delta$.	1000δ.	T.	$T\delta$.
195,92	3″,89	0,7621	394,31	1″,92	0,7571
196,01	3,86	0,7567	393,72	1,93	0,7599
195,31	3,85	0,7520	388,51	1,95	0,7576
195,47	3,87	0,7549	387,40	1,94	0,7517
Moyenne......		0,7564	Moyenne......		0,7565

Huile de ricin.

380,56	3″,925	1,493	772,22	1″,930	1,490
378,54	3,935	1,489	772,63	1,930	1,491
382,94	3,850	1,474	774,54	1,910	1,479
383,40	3,860	1,479	778,30	1,905	1,482
Moyenne......		1,489	Moyenne.....		1,485

II. *Examen de la formule*

$$x = \frac{T\delta_0}{T\delta_1 - T\delta_0} h.$$

D'après sa définition, x représente la hauteur d'une couche cylindrique de liquide, dont l'effet sur la torsion du fil équivaut à l'effet du *fond*. Il s'ensuit que x ne doit dépendre ni du liquide contenu dans le vase, ni de la vitesse de rotation, ni du fil de suspension. Cette constante ne doit dépendre que des dimensions des vases et de la hauteur que nous avons adoptée pour zéro de h.

En effet, on a trouvé pour les vases qui portent le n° 3 :

Glycérine : $k = 1723$ dynes ; $r_0 = 2^{cm},09$; $r_1 = 4,185$; $t = 20°,8$ C.

$h = 0$.			$h = 4^{cm}$.		
$1000\delta_0$.	T.	$T\delta_0$.	$1000\delta_1$.	T.	$T\delta_1$.
97,15	51″,93	5,045	191,77	52″,5	10,070
97,20	52,2	5,075	191,72	52,4	10,074
96,74	52,5	5,080	189,99	52,5	9,976
95,73	52,9	5,063	190,50	52,5	10,000
95,28	52,7	5,023	Moyenne.....		10,024
95,38	52,5	5,009			
Moyenne.....		5,049			

$$x = \frac{T\delta_0}{T\delta_1 - T\delta_0} h = 4,06.$$

Huile de ricin : $k = 27772$ dynes; $t = 18°,9$; mêmes vases.

$h = 0$.			$h = 4^{cm},19$.		
$1000\,\delta_0$.	T,	$T\delta_0$.	$1000\,\delta_1$.	T.	$T\delta_1$.
	"			"	
16,88	43,2	0,7293	34,53	42,9	1,481
16,92	43,0	0,7277	34,84	42,4	1,477
16,96	43,0	0,7294	34,64	42,4	1,470
Moyenne.....		0,7288	Moyenne.....		1,476

$$x = 4,05.$$

La moyenne des deux moyennes $x = 4,055$ peut être appelée *équivalent du fond des vases* n° 3.

Il est utile de faire ici les observations suivantes:

a. Quand on fait varier la hauteur du liquide, ce qui se fait au moyen d'un flacon à siphon, on doit modifier aussi la charge de grenaille, pour l'approprier à la poussée du liquide de bas en haut. Autrement, la tension du fil de suspension serait sensiblement modifiée.

b. La hauteur du liquide que l'on prend pour *zéro* doit être assez éloignée de la partie du fond qui n'est pas cylindrique. Autrement, la distribution des vitesses du liquide qui se trouve en bas des vases influerait sur la distribution des vitesses dans la partie cylindrique.

c. On doit faire alterner les hauteurs $h = 0$ et h quelconque, pour éviter une erreur accidentelle qui peut provenir du temps.

III. *Expériences sur la viscosité de l'eau distillée.* — Il est intéressant de savoir à quel point le coefficient η déterminé par cette méthode s'accorde avec les résultats trouvés par la méthode de Poiseuille. Pour résoudre cette question, j'ai effectué une série d'expériences sur l'eau distillée, liquide dont la viscosité est le mieux étudiée.

Les dimensions de l'appareil dont je me suis servi sont :

Vases n° 4 : $r_0 = 2^{cm},851$, $r_1 = 4^{cm},108$,

Fil de suspension : $k = 196^{dynes},0$.

En substituant ces nombres dans les formules (C), on obtient

$$\tau_1 = a\,\frac{T\delta}{h+x},$$

où

(D) $$\log(a) = 9{,}1990;$$

$\log(a)$ est le logarithme commun.

Pour l'accélération de la pesanteur à Odessa, on a

$$\log(g) = 2{,}9915.$$

Première expérience.

$h_0 = 16^{cm}$.			$h_1 = 19^{cm}$.			$h_2 = 22^{cm}$.		
$1000\,\delta_0$.	T.	$T\delta_0$.	$1000\,\delta_1$.	T.	$T\delta_1$.	$1000\,\delta_2$.	T.	$T\delta_2$.
64,31	21,7	1,379	75,24	21,15	1,591	84,08	21,2	1,782
62,99	22,2	1,398	73,21	21,6	1,581	83,03	21,4	1,777
65,77	21,15	1,391	73,37	21,6	1,584	83,44	21,3	1,778
65,52	21,2	1,389	Moy.....		1,585	Moy.....		1,779
Moy.....		1,389						

En prenant $h = 16$ pour zéro des hauteurs du liquide, et en posant

$$h = h_1 - h_0 = z,$$

on a

$$x_1 = \frac{T\delta_0}{T\delta_1 - T\delta_0} \times z = 21^{cm},26.$$

En substituant dans la formule (D)

$$h = z, \qquad x = 21{,}26,$$

on a définitivement la première valeur de τ_1

$$\tau_{11} = 0^{dyne},01033 = 0^{gr},00001053.$$

En prenant toujours $h = 16$ pour zéro des hauteurs et en posant

$$h = h_2 - h_0 = 6^{cm},$$

on a

$$x_2 = \frac{T\delta_0}{T\delta_2 - T\delta_0} \times 6 = 21{,}36.$$

En substituant dans (D), nous avons

$$\tau_{12} = 0^{dyne},01028 = 0^{gr},00001048.$$

Deuxième expérience.

$h_0 = 16,22$.

$1000\,\delta_0$.	T.	$T\delta_0$.
60,06	23°,4	1,405
60,06	23,35	1,402
58,85	23,65	1,391
Moy......		1,400

$h_1 = 19,15$.

$1000\,\delta_1$.	T.	$T\delta_1$.
68,0	23°,4	1,591
68,2	23,4	1,596
68,4	23,23	1,588
Moy		1,592

$h_2 = 22,0$.

$1000\,\delta_2$.	T.	$T\delta_2$.
75,84	23°,4	1,774
76,20	23,3	1,775
Moy.....		1,775

On tire de cette expérience

$$x_3 = 21,36, \qquad \eta_3 = 0^{\text{dyne}},01036 = 0^{\text{gr}},00001057,$$
$$x_4 = 21,58, \qquad \eta_4 = 0^{\text{dyne}},01028 = 0^{\text{gr}},00001048.$$

Température moyenne de la première expérience.....			19°,2
»	»	deuxième »	19,0
		Moyenne.....................	19,1

Or, d'après la formule empirique basée sur les expériences de Poiseuille, on a, pour $t = 19°,1$,

$$\eta = 0^{\text{gr}},00001053.$$

La moyenne de mes quatre mesures est

$$\eta = 0^{\text{gr}},00001051.$$

Ces deux nombres ne diffèrent que par la quatrième décimale.

6. *Expériences sur la variabilité de la viscosité.* — Dans le choix des liquides destinés à contrôler la théorie du frottement exposée ci-dessus, je me suis guidé par les considérations suivantes.

Selon la formule (B), la variation de η croît avec f et devient nulle pour f zéro. Nous avons vu que la solution de gélatine, même très diluée, a un ressort limite considérable. D'autre part, des expériences spéciales sur la rigidité de la glycérine m'ont révélé que ce liquide n'offre pas de trace appréciable de ressort limite.

Il en résulte que la variabilité de η doit être nulle pour la glycérine et appréciable pour la solution de gélatine.

L'expérience a pleinement confirmé cette prévision.

Il est à propos de faire ici certaines remarques concernant la marche des expériences.

Les expériences avec différentes vitesses sont conduites alternativement.

Si les variations des vitesses sont très grandes, on divise l'expérience en série, dont chacune est effectuée avec un fil approprié à la vitesse de rotation. Autrement, un fil mince pourrait dépasser la limite de son élasticité sous l'action d'une torsion trop considérable.

Si le coefficient η est constant, le produit $hT\delta$ doit rester sans variation, dans les limites des erreurs. Il en est de même du produit $T\delta$, qui doit être constant si le fil reste le même.

Dans les Tableaux ci-dessous, 1000δ et T sont les moyennes des deux mesures, dont l'une avec la rotation à droite, et l'autre, à gauche.

Première expérience. — *Glycérine*.

Fil n° 1 : $k = 100400$ dynes.

1000δ.	T.	$T\delta$.	Moyennes.	$\frac{k\delta T}{1000}$.
92,90	13,63	1,266		
92,95	13,61	1,264	1,264	126,9
87,03	14,54	1,265		
86,88	14,52	1,262		
68,55	18,45	1,265		
68,71	18,43	1,266	1,265	127,0
66,79	18,94	1,265		
66,84	18,92	1,264		
35,52	35,50	1,261		
35,52	35,64	1,265	1,264	126,9
34,75	36,29	1,261		
35,02	36,27	1,270		
18,64	67,92	1,266		
18,57	67,95	1,262	1,265	127,0
18,67	67,95	1,268		

Fil n° 2 : $k = 26407$ dynes.

1000δ.	T.	$T\delta$.	Moyennes.	$\frac{k\delta T}{1000}$.
41,39	115,8	4,793		
42,25	114,0	4,817		
40,88	116,8	4,774	4,807	126,9
41,13	116,4	4,788		
45,79	105,6	4,837		
45,84	105,5	4,835		
11,18	431,5	4,824		
11,33	422,0	4,781		
12,39	385,0	4,771	4,808	
12,65	380,5	4,813		
12,64	384,0	4,853		

PREMIÈRE EXPÉRIENCE. — *Glycérine* (suite).

Fil n° 3 : $k = 1760$ dynes.

168,89	426,5	72,03		
170,01	427,0	72,60	72,15	127,1
169,61	423,4	71,82		
22,11	3313,0	73,25		
21,25	3368,0	71,59	72,26	127,2
21,00	3426,0	71,95		

En examinant ce Tableau, on voit que la viscosité de la glycérine reste bien constante, quoique la durée d'une rotation varie entre 13 et 3000 secondes.

DEUXIÈME EXPÉRIENCE : *Solution de* 1 *pour* 100 *de gélatine*. — Il n'était pas nécessaire de changer de fil de suspension dans cette expérience, vu l'énorme variation de la viscosité, en comparaison de laquelle les erreurs provenant du fil sont négligeables :

1000δ.	T.	$T\delta$.
71,1	13",8	0,981
40,2	54,3	2,183
71,1	13,9	0,989
39,2	54,3	2,129
55,4	27,2	1,507
70,8	15,2	1,076
66,8	26,5	1,770
82,0	14,3	1,173
59,7	29,3	1,749
80,2	14,1	1,131
37,5	205,0	6,686
84,3	14,6	1,231
30,1	204,0	6,111
83,2	15,0	1,248

A l'inspection de ce Tableau, on est frappé de la variation dont est capable la viscosité de la gélatine liquide. Chaque fois que la vitesse de déformation diminue, la viscosité augmente, pour retomber quand la vitesse croît.

Remarquons que la durée d'une rotation T est proportionnelle à la *lenteur* de déformation θ et que le produit $T\delta$ est proportionnel à la viscosité. Si l'on prend les T de ce Tableau pour abscisses, les $T\delta$ pour ordonnées, on obtient une droite, ce qui confirme la loi exprimée par la formule (C).

SUR LES FRANGES DES RÉSEAUX PARALLÈLES;

PAR M. P. GARBE.

On doit à M. Crova (¹) d'avoir appelé l'attention sur les admirables phénomènes de franges que l'on obtient lorsqu'on fait passer les rayons solaires à travers le système de deux réseaux identiques dont les stries sont parallèles. Ces franges sont de deux espèces et, pour les distinguer d'après leur origine, qui est différente, nous appellerons les unes *franges de diffraction* et les autres *franges d'interférence*.

1. *Franges de diffraction.* — Les premières se projettent d'une façon très brillante au moyen de l'appareil de M. Crova, formé de deux réseaux au $\frac{1}{50}$ de millimètre placés à quelques millimètres de distance l'un de l'autre. Les rayons solaires, qui ont traversé une ouverture de forme quelconque, tombent sur une lentille très convergente, au foyer de laquelle on place les réseaux. L'écran placé quelques mètres plus loin présente alors dans la tache centrale directe et dans les taches latérales diffractées une série de franges nuancées. La netteté de ces franges est indépendante, du moins dans de certaines limites, de la position de l'écran aussi bien que de la forme de l'ouverture; néanmoins, pour bien encadrer cette belle projection, il est bon de placer l'écran au foyer conjugué de l'ouverture.

Bornons-nous, pour l'instant, à l'image directe. Les franges sont équidistantes et présentent ordinairement deux couleurs alternatives, rose et vert par exemple. Lorsqu'on écarte graduellement les réseaux, ces teintes se modifient, disparaissent même, se chargent l'une dans l'autre et, finalement, reprennent leurs valeurs primitives, pour se transformer suivant les mêmes alternatives, mais avec des nuances de moins en moins vives. On constate que les déplacements par lesquels on retrouve la même apparence sont égaux, et leur valeur, dans mon appareil de réseaux au $\frac{1}{50}$ de mil-

(¹) *Sur les phénomènes d'interférence produits par les réseaux parallèles* (*Ann. de Chimie et de Phys.*, 5ᵉ série, t. I, p. 407).

limètre, était de $0^{mm},67$. Elle varie, du reste, en lumière homogène et va en croissant du rouge au violet.

Nous sommes en présence d'un phénomène de diffraction dans lequel chaque ouverture du premier réseau fait l'office de source lumineuse vis-à-vis des traits du second. Sans entrer dans le détail, on peut s'expliquer l'alternance de coloration des franges de la façon suivante :

Soient A_1, A_2, ..., (*fig.* 1) les traits du premier réseau; B_1, B_2,

Fig. 1.



B_3, ..., ceux du second; dans les directions MB_1, MB_2, MB_3, ... le phénomène de diffraction se reproduira identique, du moins tant que la variation de distance ne sera pas trop grande; mais il pourra différer du phénomène intermédiaire suivant MN. S'il en est ainsi, on doit pouvoir supprimer le premier réseau et le remplacer par une fente étroite : l'expérience montre, en effet, que, dans ce cas, les franges ne cessent pas de se produire, moins brillantes il est vrai, mais avec leurs mêmes caractères généraux.

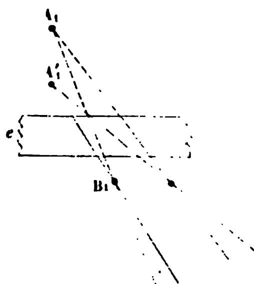
D'après cela, il est clair que la position des raies sur l'écran s'obtiendra en prolongeant les droites A_1B_1, A_1B_2, ..., que j'appellerai les *directions* du système des réseaux. Tout ce qui modifiera la position du système de ces droites dans l'espace déplacera les franges sur l'écran. Par exemple, lorsqu'on fera tourner l'ensemble des réseaux autour d'une parallèle aux stries, les franges se déplaceront dans le sens de la rotation et du même angle. L'expérience montre également que, si l'on fait mouvoir un des réseaux dans son plan, et perpendiculairement aux stries, d'une quantité égale à la période S des réseaux, tout le système des franges se déplace d'un rang dans le sens indiqué par la variation des directions. Il est bien clair que nous entendons ici qu'une frange verte, par

exemple, vient prendre la place de la frange verte qui la précédait.

On tirera de ce qui précède la conclusion que les franges disparaîtront aussitôt que les stries des deux réseaux ne seront pas rigoureusement parallèles.

M. Crova a indiqué un procédé très élégant et très pratique de détermination d'indices au moyen de cet appareil. Il consiste à placer une lame à faces parallèles, solide ou liquide, entre les deux réseaux; la largeur des franges se trouve modifiée et la connaissance de l'indice se déduit de la mesure des franges, avant et après l'interposition du milieu, par une relation que nous allons pouvoir établir. Soit d l'épaisseur d'air qui sépare d'abord les faces striées (*fig.* 2); interposons une lame d'épaisseur e et d'indice u. Les

Fig. 2.



rayons lumineux issus de A_1, par exemple, se réfractent sans déviation, mais semblent partir d'un point A'_1 distant de A_1 de la quantité $e\left(1-\frac{1}{u}\right)$, de sorte que les directions A_1B_1, A_1B_2, ... se trouvent, sans autre modification, remplacées par les directions A'_1B_1, A'_1B_2, ...

En réalité, tout se passe comme si la lame n'existait pas et que les réseaux se fussent rapprochés de la quantité $e\left(1-\frac{1}{u}\right)$. S'il y a plusieurs lames intermédiaires, le rapprochement apparent sera

$$\sum e - \sum \frac{e}{u},$$

de sorte que la nouvelle distance apparente des plages striées sera

$$d - \sum e + \sum \frac{e}{u}.$$

[illegible]

[illegible]

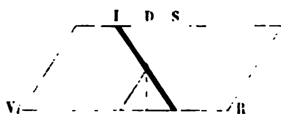
[illegible]

[illegible]

Il y a là, comme on le voit, un cas de diffraction fort compliqué [illegible] mais que l'intensité du phénomène permet d'aborder; [illegible] plus tard. Pour l'instant, on voit que les franges [illegible] provenant d'une ouverture de

grand diamètre seront colorées comme les franges directes. A mesure que cette ouverture deviendra plus petite, les spectres s'épureront et les franges de diffraction, superposant leurs couleurs aux images spectrales, produiront ces belles apparences qu'a décrites M. Crova. Toutefois, si l'on rétrécit de plus en plus la fente, ces franges s'effacent peu à peu et l'on voit alors apparaître, surtout si les réseaux au $\frac{1}{50}$ sont assez écartés, de larges bandes noires dont l'intervalle varie d'un spectre à l'autre; ce sont les franges d'interférence. Avec quelques précautions, on arrive même à obtenir à la fois dans les spectres les deux sortes de franges; mais on peut les différentier par ce fait que, si l'on fait tourner la fente du porte-lumière dans sa bonnette, les franges de diffraction D restent parallèles aux stries, tandis que de part et d'autre de celles-ci, et d'un angle égal, on voit s'incliner les raies spectrales S et les franges d'interférence I (*fig.* 4)

Fig. 4.



2. *Franges d'interférence.* — C'est surtout avec les réseaux à faible période que l'on obtient nettement ces franges. M. Nodot a construit et présenté à la Société de Physique un appareil au $\frac{1}{400}$ de millimètre, avec lequel la projection de ces bandes est fort remarquable; une vis micrométrique permet d'écarter les réseaux et de faire ainsi varier la distance des franges. Le phénomène est soumis aux lois suivantes, dont les deux premières ont été énoncées par M. Crova :

1° L'écartement des franges est inversement proportionnel à la distance des réseaux supposés séparés par un seul milieu réfringent;

2° L'écartement des franges dans un spectre est en raison inverse de l'ordre de ce spectre;

3° Lorsqu'on fait tourner les réseaux d'un angle α autour d'une parallèle aux stries, les franges tournent, dans le même sens, d'un angle 2α;

4° Lorsqu'on déplace un des réseaux dans son plan et suivant une direction perpendiculaire aux stries, les franges se déplacent dans le même sens ou en sens inverse, suivant que le réseau déplacé est du côté de l'écran ou du côté de la source, et la substitution d'une frange à la précédente, dans le premier spectre, a lieu pour un déplacement du réseau égal à la valeur de sa période s.

On peut observer la troisième loi par l'appareil de M. Nodot et au moyen de deux écrans dont l'un reçoit les franges et l'autre l'image de l'ouverture réfléchie sur les réseaux. On tourne lentement ceux-ci de façon à faire passer vingt franges, par exemple, en un point de l'écran et l'on constate que l'image réfléchie s'est alors déplacée de la largeur même de ces vingt franges; les deux écrans étant supposés à la même distance des réseaux.

Je l'ai, d'ailleurs, vérifiée d'une façon plus exacte, et pour des incidences plus obliques, au moyen de deux réseaux de Brunner au $\frac{1}{100}$ de millimètre, absolument identiques, qui, placés à 2^{cm} de distance environ sur la plate-forme du goniomètre, donnaient des franges de toute beauté.

On en trouve enfin la vérification fort simple dans le fait signalé plus haut de l'inclinaison des franges par rapport aux raies spectrales, lorsque la fente cesse d'être parallèle aux stries. Soit, en effet, O (*fig.* 5) un point de la fente; le faisceau solaire dont l'axe est OM, supposé confondu avec l'axe optique de la lentille, donne, après son passage à travers les réseaux R, une image directe C et des couleurs spectrales, dont l'une, S par exemple, est le siège d'une frange. Amenons le point O en O′, l'axe du faisceau sera O′M′ et, son angle d'incidence étant i, l'image directe et la couleur spectrale viendront en C′ et S′; quant à la frange, l'expérience montre qu'elle vient en I, symétrique de S′ par rapport à S. Donc la distance angulaire qui sépare la frange de la couleur spectrale est devenue $2i$.

M. Mascart a donné la démonstration de cette loi dans son récent *Traité d'Optique* [1].

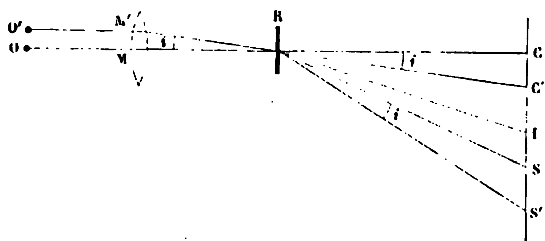
La quatrième loi s'établit d'une façon également très nette.

---

[1] *Traité d'Optique*, t. I, p. 489; 1889.

Mon attention ayant été appelée sur ce point lorsque j'examinais les franges de diffraction dans les spectres des réseaux au $\frac{1}{50}$ de millimètre, j'ai prié M. Nodot de disposer l'appareil au $\frac{1}{100}$ de millimètre qu'il me construisait alors, de façon que la vis micrométrique pût entraîner l'un des réseaux dans son plan. Il suffit d'un changement de position des réseaux, facile à imaginer, pour passer d'un mode de déplacement à l'autre. Dans l'appareil que m'a construit M. Pellin, le bâti porte deux vis micrométriques rectangulaires, une pour chaque réseau. Avec l'appareil de M. Nodot, un déplacement de trente franges du premier spectre correspondait à un mouvement de la glissière de $0^{mm},074$; ce qui donne, pour une frange, $\frac{0,074}{30}$ ou $\frac{1}{405}$: la loi est donc complètement vé-

Fig. 5.



rifiée. Il résulte de là que la position respective des traits des réseaux joue un rôle important dans l'établissement des différences de marche et qu'il sera par conséquent nécessaire d'en tenir compte dans l'explication du phénomène. Il convient donc, je crois, d'introduire dans la question une considération nouvelle, à savoir que, sur les ondes paragéniques, l'interférence ne se produit qu'entre les vibrations issues de deux points identiques, par exemple de deux points situés respectivement sur une strie de chacun des réseaux : toutes les stries étant supposées identiques, il n'y aura pas à spécifier davantage.

Soient donc A, B, C, ..., A', B', C', ... (*fig.* 6) les traits des deux réseaux, et RA un rayon tombant en A sous l'angle i. Soit A' l'une des stries du second réseau, la plus rapprochée du pied de la normale, par exemple. Nous chercherons l'interférence des vibrations issues de A et A', dans la direction r. Abaissons les perpendiculaires AH, A'H', qui figurent les ondes incidente et dif-

fractée, la différence de marche est

$$\Delta = A'H - AH' = AA' [\cos(i - \varepsilon) - \cos(r - \varepsilon)].$$

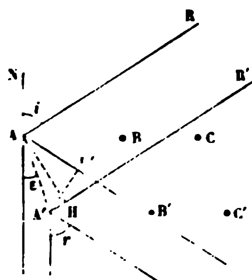
ε désignant l'angle de AA' avec la normale.

Il résulte de cette expression que la frange de retard zéro se produira dans la direction

$$r = i - 2\varepsilon.$$

qui coïncidera avec la direction $r = i$ du minimum de déviation spectrale lorsque les stries des réseaux se trouveront sur les mêmes normales. Si l'on fait glisser le réseau A', B', C', ... vers

Fig. 6.



la droite, cette frange se déplacera également vers la droite. En particulier, si, dans ce glissement, un trait vient prendre la place du précédent, la frange centrale, et par suite les autres, se déplaceront angulairement de 2φ, φ étant l'angle sous lequel, de l'un des réseaux, on aperçoit la période s de l'autre; angle donné par la relation

$$(1) \qquad \tan\varphi = \frac{s}{d}.$$

Mais l'expérience nous a montré que, dans le premier spectre, ce déplacement est précisément égal à l'intervalle f de deux franges. Il faut donc que l'on ait $2\varphi = f$. Cette vérification qui s'impose résulte de la comparaison de l'équation (1) avec celle qui donne la loi des franges successives, calculée pour les rayons normaux

$$(2) \qquad \tan\frac{\delta}{2} = \left(K + \frac{1}{2}\right)\frac{s}{pd}.$$

Lorsqu'on passe d'une frange à la suivante, δ augmente de f et K d'une unité. On a donc, tant que δ n'est pas très grand,

$$\tang\frac{f}{2} = \frac{1}{p}\frac{s}{d} = \frac{1}{p}\tang\varphi,$$

et enfin, étant donné que φ est toujours extrêmement petit,

$$2\varphi = p \times f. \tag{3}$$

On voit donc que, lorsqu'un des réseaux se déplace de sa période s, les franges de chaque spectre avancent d'un nombre de rangs égal au numéro d'ordre de ce spectre. J'ai vérifié ce résultat sur le second spectre de l'appareil de M. Nodot.

Enfin la relation (3) montre que, si, au lieu de la vibration issue de A', nous avions considéré, pour la combiner avec celle de A, la vibration issue d'un des points B', C', ..., nous aurions retrouvé la même disposition des franges, avec cette particularité que la frange de retard zéro se serait trouvée déplacée d'un certain nombre de fois 2φ.

DIFFRACTION PAR UN ÉCRAN CIRCULAIRE;

PAR M. HURION.

La production d'une tache centrale blanche dans le phénomène de la diffraction, par un petit écran circulaire, a été expliquée par Fresnel, à l'aide d'un raisonnement très simple qui a été reproduit par tous les auteurs qui ont parlé de la question.

On n'a pas, à ma connaissance, appliqué le calcul à ce problème : cela tient à ce que, dans les intégrales dont on fait usage pour représenter les effets de diffraction d'une ouverture circulaire, on ne fait figurer aucun terme représentant la diminution de l'action des zones élémentaires à mesure qu'elles s'éloignent du pôle de l'onde. Dans ces conditions, on ne peut prendre l'infini comme limite supérieure de l'intégration.

M. Mascart [1] indique, dans son *Traité d'Optique*, un moyen de tenir compte de la particularité signalée ci-dessus.

[1] MASCART, *Traité d'Optique*, t. I, p. 257 et suivantes.

Il représente en effet l'élément de la vibration produite en un point P par un élément de surface dS d'une onde sphérique de rayon R par la formule

$$dx = \frac{\mu\, dS}{b} e^{-\varepsilon\delta} \sin(\omega t + \alpha - \beta - \delta).$$

Dans cette formule, b représente la distance du point P au pôle A de l'onde; α est le changement de phase qu'on doit admettre en appliquant le principe d'Huygens. La quantité ε est supposée bien peu différente de o.

On a, de plus,

$$\beta = 2\pi \frac{b}{\lambda}, \qquad \delta = 2\pi \frac{\rho - b}{\lambda},$$

ρ désigne la distance de l'élément de surface dS au point P.

Il est facile de voir que, si l'on appelle s l'arc de grand cercle qui joint le pôle A de l'onde à l'élément de surface dS, on aura

$$\delta = \frac{\pi}{2} k^2 s^2, \qquad k^2 = \frac{2}{\lambda}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{b}\right)$$

et

$$dS = \frac{2}{k^2} d\delta,$$

de sorte que l'on peut écrire

$$dx = \frac{2\mu}{k^2 b} e^{-\varepsilon\delta} \sin(\omega t + \alpha - \beta - \delta)\, d\delta.$$

Si l'on désigne par δ_1 la valeur de δ qui correspond au bord de l'écran circulaire, on pourra calculer l'amplitude a de la vibration en P par les formules suivantes

$$a^2 = \frac{\mu^2}{b^2}(F^2 + G^2),$$

avec

$$F = \frac{2}{k^2}\int_{\delta_1}^{\infty} e^{-\varepsilon\delta} \sin\delta\, d\delta, \qquad G = \frac{2}{k^2}\int_{\delta_1}^{\infty} e^{-\varepsilon\delta} \cos\delta\, d\delta.$$

Or le procédé d'intégration par parties donne très facilement les résultats suivants

$$F = \frac{2}{k^2}\, \frac{e^{-\varepsilon\delta_1}}{1 + \varepsilon^2}(\cos\delta_1 + \varepsilon \sin\delta_1),$$

$$G = \frac{2}{k^2}\, \frac{e^{-\varepsilon\delta_1}}{1 + \varepsilon^2}(\varepsilon \cos\delta_1 - \sin\delta_1);$$

d'où l'on déduit

$$F^2 + G^2 = \frac{4e^{-2\varepsilon\delta_1}}{k^4(1+\varepsilon^2)}.$$

On voit dès lors que, si δ_1 est assez petit pour que le produit $\varepsilon\delta_1$ diffère peu de o, comme ε^2 est négligeable devant l'unité, la formule qui donne l'amplitude a se réduit très sensiblement à la suivante

$$a = \frac{2\mu}{k^2 b},$$

c'est-à-dire que l'action produite au point P est la même que s'il n'y avait pas d'écran.

Les formules générales de diffraction convenablement modifiées reproduisent donc le résultat indiqué par Fresnel.

VON O. LEHMANN. — Ueber das Wandern der Jonen bei geschmolzenem und festem Jodsilber (Sur le transport des ions dans l'iodure d'argent fondu et solide); *Wied. Ann.*, t. XXXVIII, p. 396; 1889.

L'auteur a perfectionné la méthode expérimentale déjà employée par lui ([1]), et qui consiste à observer au microscope le sel fondu électrolysé.

Le résultat essentiel est que, dans l'électrolyse de l'iodure d'argent solide, l'argent seul est transporté par le courant, comme le sodium dans les expériences de Warburg sur l'électrolyse du verre.

Premier cas. — Un cristal d'argent se trouve enfermé dans de l'iodure d'argent régulièrement cristallisé. On observe que le cristal est déplacé dans le sens du courant, et que, si on l'empêche de bouger, l'iodure d'argent présente des déformations qui accusent une pression du côté négatif du cristal d'argent et une traction du côté positif.

Deuxième cas. — Un cristal d'iodure d'argent se trouve dans un

(1) O. LEHMANN, *Wied. Ann.*, t. XXIV, p. 18; 1885.

bain d'iodure d'argent fondu. Ce cristal est transporté dans le sens opposé à celui dans lequel se mouvait précédemment le cristal d'argent. On ne constate aucun mouvement dans le liquide, mouvement qui se produirait si les atomes d'argent avaient une vitesse de convection différente dans le liquide et dans le cristal; car il y aurait accumulation d'un côté, et vide de l'autre. Les cristaux ne changent pas de forme dans un champ électrique uniforme.

Si l'on élève la température assez pour qu'il ne reste que quelques cristaux isolés, leur mouvement présente cette curieuse particularité qu'ils respectent les moindres obstacles, même des bulles d'air; la forme de ces bulles n'est pas changée et elles ne sont point déplacées par le mouvement des cristaux.

Troisième cas. — Un cristal d'iodure d'argent au milieu d'une solution d'iodure d'argent (par exemple, dans de l'iodure de zinc).

On peut arriver à isoler par des changements brusques et répétés du sens du courant des parcelles d'iodure d'argent dans la solution. On les voit croître du côté positif, et fondre du côté négatif.

La croissance au côté positif s'explique en remarquant que, dans la solution électrolytique, le cristal se comporte comme une électrode sur laquelle vient se déposer l'argent.

La fusion au côté négatif tient peut-être en partie à une élévation de température due au phénomène de Peltier, mais surtout, sans doute, à une modification dans la constitution de la molécule d'iodure d'argent.

Quatrième cas. — Une goutte d'iodure d'argent isolée au milieu d'une solution d'iodure d'argent. Les gouttes, assez grosses, présentent des mouvements rapides : du côté positif, elles présentent des prolongements qui peuvent être ou arrondis ou aigus, suivant les cas. Si l'on renverse le courant, ces prolongements se retirent et la surface limite s'aplanit. Le phénomène est comparable à celui que présente le mercure dans l'acide sulfurique étendu.

Ces changements superficiels accompagnent des changements de constitution chimique, du côté par où entre le courant; l'iodure

fondu est d'un jaune pâle qui peut devenir incolore, et le point de fusion y est abaissé; de l'autre côté, il prend une teinte jaune foncé qui va jusqu'au rouge brun, et le point de fusion est élevé.

Cinquième cas : percement électrolytique d'une paroi de verre. — Lorsque le porte-objet et le verre protecteur sont assez chauffés pour se ramollir, on peut, en appuyant sur celui-ci, les souder sur une certaine étendue et isoler ainsi les deux régions distinctes de l'iodure d'argent fondu. Si l'on fait passer un courant alternatif, on voit des parcelles d'argent s'incruster dans le verre et arriver jusqu'à rétablir entre les deux régions une communication métallique. Cet argent n'est pas bien cristallisé, comme l'argent pur; mais il est spongieux, probablement à cause de la présence du sodium provenant de la décomposition partielle du verre. C'est là sans doute ce qui explique que, dans l'emploi des courants alternatifs puissants, les isolants soient percés au bout de peu de temps. BERNARD BRUNHES.

J. MILTHALER. — Ueber die Veränderlichkeit der specifischen Wärme des Quecksilbers mit der Temperatur (Variation de la chaleur spécifique du mercure avec la température); *Wied. Ann.*, t. XXXVI, p. 897; 1889.

La mesure des chaleurs spécifiques est faite en mélangeant une masse de mercure portée à une température connue avec une autre masse à la température ambiante. Le vase contenant le mercure à chauffer est placé dans l'intérieur d'un cylindre qui peut tourner dans un autre cylindre à double paroi; ce dernier est percé à la partie inférieure d'un trou en face duquel on peut amener une ouverture pratiquée dans le premier, de façon à faire écouler le mercure dans le calorimètre placé au-dessous. L'appareil est tout entier en cuivre; il porte latéralement deux barres du même métal, qu'on chauffe avec des becs Bunsen et qui permettent d'amener par conductibilité tout l'appareil à une température supérieure à 200° et de maintenir cette température constante pendant un certain temps. Le calorimètre est aussi en cuivre mince; il a été d'avance recouvert, comme toutes les autres pièces en contact avec le mercure, d'une forte couche d'oxyde, pour éviter l'amalgamation.

Une cloison incomplète, qui divise le calorimètre en deux compartiments, et un agitateur régularisent le mélange du mercure chaud et froid, et font disparaître des irrégularités observées d'abord dans la marche du thermomètre.

La discussion des erreurs possibles montre que la limite est inférieure à 1 pour 100.

La chaleur spécifique moyenne, en prenant celle à 0° pour unité, est donnée par la relation

$$C_0^t = 1 - 0{,}000138\,t.$$

D'après les expériences de Pettersson et de Medelius,

$$C_0^t = 0{,}033266,$$

donc

$$C_0^t = 0{,}033266 - 0{,}0000046\,t,$$

et la chaleur spécifique vraie à t

$$C_t = 0{,}033266 - 0{,}0000092\,t;$$

le coefficient de t convient entre 0° et 200°. Les expériences sont d'accord avec celles de Winkelmann [1], de Pettersson [2] et de Naccari [3] relativement à la diminution de la chaleur spécifique quand la température augmente; les coefficients trouvés par les auteurs sont peu différents les uns des autres.

C. Dagtenet.

JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ PHYSICO-CHIMIQUE RUSSE.

Tome XXI, année 1889; nos 1-3.

N. JOUKOWSKI. — Recherches théoriques sur le mouvement des eaux dans le sol, p. 1-20.

On traite ce sujet ordinairement en partant de la loi de d'Arcy sur la proportionnalité de la résistance des sables au mouvement de l'eau à la première puissance de la vitesse.

Les formules pratiques, déduites de cette loi par différents au-

---

(1) *Pogg. Annal.*, t. CLIX, p. 152.
(2) *J. für prakt. Chem.*, t. XXIV, p. 129.
(3) *Accadem. di Torino*, 17 juin 1888.

teurs, à l'aide de suppositions plus ou moins gratuites, ne sont pas bien concordantes avec les données des expériences, de sorte qu'on a même émis des doutes sur la validité de la loi elle-même.

L'auteur a remarqué qu'en appliquant les formules de l'Hydrodynamique au mouvement d'un liquide sous l'influence de la pesanteur et d'une résistance proportionnelle à la vitesse, on arrive à des équations différentielles de la forme de celles de la théorie de la propagation de la chaleur, longuement étudiées par les mathématiciens. La pression piézométrique joue le rôle de la température et la quantité d'eau, celle de la quantité de chaleur. Cette remarque donna à l'auteur les moyens d'établir, pour les principaux cas de la pratique, des formules exactes, concordant mieux avec l'expérience que les anciennes.

V. ROSENBERG. — Quelques expériences sur les mouvements cycloniques, p. 21-22.

En répétant ses expériences, l'auteur a réalisé quelques modifications nouvelles. Pour produire le mouvement de l'air, il a employé, au lieu d'une roue de ventilateur, un tube horizontal, bifurqué et courbé de manière à décharger tangentiellement à la périphérie de la cloche deux courants d'air dans des directions opposées. Après avoir produit autour d'un grand bocal cylindrique, à son extérieur, un mouvement cyclonique, l'auteur l'a vu se propager le long des parois à l'intérieur et aspirer une couche de fumée reposant au fond. Enfin, une couche de fumée s'élève du fond métallique d'un cylindre vertical en verre, si l'on relie ce fond à l'une des électrodes d'une machine de Holtz et si l'on introduit un fil métallique, relié à l'autre le long de l'axe du cylindre.

J. BORGMANN. — Sur les phénomènes actino-électriques, p. 23-25.

L'auteur a constaté, en éclairant l'anode à travers un disque perforé tournant et en observant le courant à l'aide d'un téléphone, que l'action des rayons ultra-violets sur le passage de l'électricité dans l'air ne se fait pas instantanément, mais demande un temps appréciable. En effet, le téléphone indiquait clairement

un courant traversant l'air sur une partie de son parcours, quand le disque était en repos et que l'on établissait l'éclairement de l'anode à la main, mais le son cessait quand le disque tournait.

G. MERCZING. — Expériences sur la vitesse d'écoulement du pétrole, p. 29.

Pour des besoins techniques, l'auteur a déterminé par des expériences en grand les coefficients a et b de la formule connue du mouvement d'un liquide dans un tube non capillaire

$$id = av^2 + bv,$$

où i est la perte de charge par mètre courant du tuyau de diamètre d, quand la vitesse moyenne est v mètres secondes :

	Eau.		Pétrole.	
d	a.	b.	a.	b.
cm				
21,2	0,001401	0,000437	0,001294	0,000502
26,2	0,000817	0,000484	0,000791	0,000513
45,25	0,000526	0,000618	0,000405	0,000768

G. APPELROTH. — Solution d'un problème sur l'échauffement d'un corps conducteur, p. 31-35.

L'auteur démontre qu'une intégrale partielle, calculée par M. Boussinesq, peut exprimer la solution du problème suivant : Étant donné un corps isotrope, non diathermane, limité d'un côté par le plan $z = 0$ et illimité dans toutes les autres directions, dont la température est uniforme et égale à zéro au moment initial, on demande la température à un point quelconque du corps et au moment t, en supposant que la chaleur est communiquée seulement par une partie du plan $z = 0$ limitée par une courbe donnée $\varphi(x, y)$, et que la quantité de chaleur communiquée ou la température à chaque point de cette superficie est donnée en fonction de (x, y, t).

P. BACHMETIEFF. — Relation entre les pouvoirs magnétiques et diamagnétiques des corps simples et leurs poids atomiques, p. 39-43.

Les auteurs qui ont essayé d'appliquer le système périodique

des éléments à leur classement d'après les propriétés magnétiques n'ont pas complètement réussi.

M. Bachmetieff pense avoir réussi tant soit peu mieux que ses prédécesseurs en procédant de la manière suivante :

Il a construit une courbe, dont les abscisses sont les poids atomiques des éléments et les ordonnées des lignes proportionnelles à leur pouvoir magnétique, les pouvoirs magnétiques étant représentés par des ordonnées positives et les diamagnétiques par les négatives, à une échelle beaucoup plus grande.

Une sorte de sinusoïde, irrégulière, mais continue, à quatre périodes complètes, a été obtenue. Il va sans dire que dans diverses parties de son parcours la courbe est presque arbitraire, les données pour un grand nombre d'éléments étant encore problématiques.

N. PIROGOFF. — Sur les gaz imparfaits, p. 44-57.
Sur la loi de Maxwell, p. 76-84.

C'est une critique du Mémoire sur le même sujet, écrit par M. Natanson et imprimé en avril 1888 dans les *Annales de Wiedemann*.

R. COLLEY. — Sur la loi du travail maximum de M. Berthelot et sur les réactions endothermiques spontanées, p. 59-75.

L'auteur cherche à réconcilier la loi du maximum du travail avec le fait de l'existence des réactions endothermiques spontanées, en faisant intervenir les conceptions modernes sur la constitution moléculaire de la matière.

W. LERMANTOFF.

J. BERGMANN. — Beobachtungen über Aenderungen des electrischen Leitungsvermögens nach starkem Erwärmen der Metalle mit Hülfe der Inductions-Wage. (Expériences faites avec la balance d'induction sur les modifications de la conductibilité électrique des métaux par l'action d'une température élevée); *Wied. Ann.*, t. XXXVI, p. 783; 1889.

La balance d'induction présente sur les autres méthodes l'avantage de pouvoir être appliquée à des corps de forme quelconque, tandis que dans les expériences antérieures on n'a examiné que des

fils. L'auteur a étudié des disques, de 70^{mm} de diamètre, de cuivre, aluminium, magnésium sensiblement purs, de zinc et de maillechort du commerce. On détermine pour chacun d'eux le diamètre, le poids spécifique, et l'on calcule l'épaisseur. On mesure ensuite la valeur d'induction et l'on en déduit celle correspondant à une épaisseur de 1^{mm} à la température $0°$: on divise le nombre ainsi obtenu par celui que donnerait un disque de mercure de mêmes dimensions et l'on obtient ainsi la conductibilité du métal λ rapportée à celle du mercure. On chauffe ensuite les disques à 300° pendant une heure, on les laisse refroidir lentement, puis on répète les mêmes opérations : on trouve les nombres suivants :

		Échauffement avant.	
		λ	λ
Cu	A...	52,79	54,71
	B...	53,01	54,32
	C...	54,29	54,85
Al	A...	28,58	30,62
	B...	29,48	30,37
Mg...	A...	18,04	19,24
	B..	17,63	18,85
Zn........	A...	15,35	15,73
	B...	15,32	15,69
Maillechort.	A...	7,41	7,40
	B...	7,47	7,46

L'action de la chaleur augmente la conductibilité des métaux et diminue légèrement celle de l'alliage. Le travail mécanique auquel les métaux ont été soumis exerce sur leur structure une influence dont l'auteur s'est débarrassé en étudiant des plaques galvaniques de cuivre, dont la surface, aussi régulière que possible, présente au microscope une structure cristalline. Ces disques, traités comme les autres, ont donné :

	Échauffement avant.	après.
	λ	λ
A........	53,45	55,44
B........	52,95	54,63
C........	50,96	53,88
D........	50,38	52,87

L'action de la chaleur augmente donc leur conductibilité comme celle des métaux ordinaires. La difficulté d'obtenir les autres métaux en plaques compactes n'a pas permis de leur étendre les procédés employés pour le cuivre. C. Daguenet.

RECHERCHES SUR LA DIFFÉRENCE DE POTENTIEL AU CONTACT D'UN MÉTAL ET D'UN LIQUIDE (1);

PAR M. G. GOURÉ DE VILLEMONTÉE.

Dans tout ce qui suit, je représenterai par M le métal, par L le liquide, par M | L la différence de potentiel au contact du métal M et du liquide L.

Les difficultés particulières du problème provenant de la faible valeur de M | L sont :

1° La détermination exacte du coefficient par lequel il faut multiplier l'inconnue pour en observer les effets (emploi de la condensation, intervention de la capacité du condensateur);

2° La graduation d'un électromètre d'une sensibilité extrême ;

3° L'emploi d'isolateurs parfaits pour soutenir une chaîne aux extrémités de laquelle sont un métal et un liquide;

4° Le choix d'une unité de mesure parfaitement constante.

Dans les expériences entreprises successivement par Volta (2), Parrot, Pohl, Trangott (3), Becquerel (4), Pfaff (5), Péclet (6), Buff (7), Cappa (8), Hoorweg (9), aucune des conditions fondamentales n'est réalisée.

---

(1) La Note suivante est le résumé très succinct d'un Mémoire présenté comme thèse à la Faculté des Sciences de Paris, juillet 1888, intitulé : *Recherches sur la différence de potentiel au contact d'un métal et d'un liquide.*

(2) Lettres à Green (*Annales de Chimie*, t. XXIII, année 1797. *Annales de Brugnatelli*, t. III, p. 226).

(3) *Gehlers physikalisches Wörterbuch*, année 1828, t. IV, IIe Partie, p. 614 et suivantes.

(4) *Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, p. 405, année 1824.

(5) *Annalen der Physik und Chemie* (*Poggendorff*), 2e série, t. LI, p. 110 à 197, année 1840.

(6) *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. II, p. 233, année 1841.

(7) *Ann. der Chemie und Pharmacie* (*F. Wöhler und J. Liebig*), t. XLIII, p. 5 et suiv., année 1842, et t. XLV, p. 137 et suiv., année 1844.

(8) *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino*, t. XIII, p. 867, année 1878.

(9) *Annalen der Physik und Chemie*, neue Folge, t. IX, p. 552, année 1880.

Dans les expériences plus récentes de MM. Kohlrausch ([1]), Gerland ([2]), Hankel ([3]), Clifton ([4]), Ayrton et Perry ([5]), l'invariabilité et la connaissance de la capacité du condensateur par laquelle est multipliée l'inconnue M | L, la constance de l'unité de mesure fait défaut, comme je l'ai montré dans ma thèse.

La conclusion de la discussion des Mémoires antérieurs est que la différence M | L n'est pas connue et que les éléments n'en sont même pas définis.

Dans les expériences dont je partagerai le compte rendu en cinq Parties, je me suis particulièrement attaché :

1° A éliminer la capacité du condensateur par une méthode de réduction à zéro;

2° A obtenir des isolateurs parfaits;

3° A choisir une unité pratique constante de l'élément Latimer Clark.

I. *Définition du métal,* c'est-à-dire détermination des conditions permettant d'obtenir un métal présentant toujours les mêmes différences de potentiel, lorsque ce métal sera mis en contact avec un liquide déterminé.

Un métal est défini par sa composition chimique, par ses propriétés physiques et par les travaux qu'il a subis depuis sa préparation, tels que la trempe, l'écrouissage, etc. Pour éliminer tout travail industriel, j'ai employé des métaux obtenus par dépôts galvaniques.

J'ai établi par de nombreuses expériences, en suivant une méthode indiquée par M. Pellat [*Détermination de la différence de potentiel des couches électriques qui recouvrent deux métaux en contact* (*Annales de Chimie et de Physique,* 5e série, t. XXIV, p. 6 et suiv.)], que :

([1]) *Annalen der Physik und Chemie* (*Poggendorff*), t. XXIX, p. 177, année 1850; t. LXXXII, p. 407, année 1851; t. LXXXVIII, p. 464, année 1853.

([2]) *Annalen der Physik und Chemie* (*Poggendorff*), t. CXXXIII, p. 513, année 1870.

([3]) *Comptes rendus de l'Académie royale des Sciences de Saxe,* p. 608, année 1865.

([4]) *Proceedings of the Royal Society of London,* t. XXVI, p. 299, année 1877.

([5]) *Proceedings of the Royal Society of London,* t. XXVII, p. 196, année 1878.

A. La différence de potentiel entre les couches électriques qui recouvrent un dépôt galvanique donné A et un dépôt galvanique B du même métal est nulle :

1° Quelle que soit la différence de potentiel aux pôles de la source qui a servi à préparer les dépôts métalliques;

2° Quelle que soit l'intensité du courant qui a produit le dépôt, tant que le dépôt n'est pas pulvérulent et poreux (lorsque le dépôt est poreux, une goutte d'alcool posée sur le dépôt s'étend comme sur un papier buvard);

3° Quelle que soit la température du bain de galvanisation;

4° Quelle que soit la composition du bain de galvanisation.

Ces résultats sont exacts, à la condition de ne faire subir aux dépôts métalliques A et B aucune altération chimique et aucun travail mécanique.

Les seules opérations sont :

1° Un lavage avec eau au moment où les métaux sont retirés des bains de galvanisation pour enlever les sels;

2° Un lavage avec alcool absolu et linges parfaitement propres, ne contenant ni savon, ni traces de matières étrangères.

B. Le nettoyage au papier émeri, au tripoli et, en général, l'écrouissage rendent le métal écroui positif par rapport à celui qui n'a subi aucun travail.

C. L'effet de l'écrouissage diminue avec le temps.

Des faits analogues aux résultats indiqués dans le deuxième et le troisième énoncé ont été signalés par M. Pellat (*loc. cit.*).

II. *Définition du liquide,* c'est-à-dire détermination des conditions permettant d'obtenir un liquide présentant toujours la même différence de potentiel, lorsque ce liquide est mis en contact avec un métal donné.

Les liquides employés ont été de l'eau distillée et des dissolutions salines. Les dissolutions salines sont définies par les poids de sel dissous dans un volume jaugé d'eau distillée.

Deux séries d'expériences préliminaires ont été faites par la méthode dite *méthode d'écoulement,* indiquée dans la troisième

Partie. La première série a mis en évidence dans l'eau distillée des différences, par suite :

1° De l'exposition de l'eau à l'air et de la présence des poussières entraînées par l'atmosphère;
2° De la filtration;
3° De la présence des gaz dissous : air, oxygène, azote;
4° De la provenance.

La seconde série a établi, dans le cas des dissolutions salines, l'influence : 1° de l'aération des dissolutions; 2° des filtrations; 3° de la provenance de l'eau distillée employée pour préparer les dissolutions; 4° des filtrations faites dans les opérations destinées à purifier les sels employés.

Les conclusions de ces recherches préliminaires sont :

A. La démonstration des variations de M|L par la chute des poussières de l'atmosphère, par les filtrations, par la provenance de l'eau distillée.

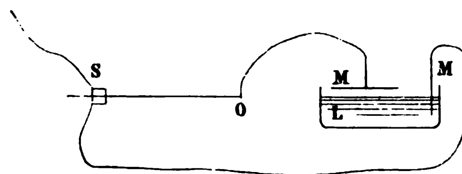
B. Les obligations suivantes : 1° emploi d'eau distillée fournie par une même usine; j'ai constamment employé de l'eau distillée fournie par la Pharmacie Centrale de Lyon, dont les propriétés m'ont toujours paru identiques;
2° Élimination de toute filtration, décantation des dissolutions pour les expériences;
3° Emploi de dissolutions nouvelles pour chaque série d'expériences.

La différence de potentiel au contact d'un même métal et de dissolutions préparées dans ces conditions a toujours été la même.

III. Recherche d'une méthode permettant de déterminer M|L. — A. *Méthode du condensateur métal liquide. Principe.* — Un condensateur est formé par le liquide L (*fig.* 1) et un plateau horizontal du métal à étudier M en communication métallique avec un fil du même métal plongé dans le liquide L. La chaîne ainsi formée est soutenue par des supports parfaitement isolants. Une partie OS de la chaîne, dont l'extrémité S est constamment au sol, peut à un moment donné devenir une dérivation prise sur le circuit

d'une pile constante. Si le fil OS n'est traversé par aucun courant, la seule différence de potentiel qui existe entre les extrémités est $M | L = d$; en rompant la chaîne et mettant le plateau M en communication avec un électroscope très sensible, on constatera la charge de M. On reforme alors la chaîne et le condensateur et l'on cherche la différence de potentiel qu'il faut intercaler entre O et S pour obtenir sur le plateau M une charge nulle; la différence de potentiel ajoutée est égale et de signe contraire à la différence de potentiel cherchée.

Fig. 1.



L'intérêt des expériences entreprises par ce procédé consiste dans le contrôle des résultats de MM. Kohlrausch, Hankel, Gerland, Clifton, à l'aide d'une méthode dans laquelle l'organe principal est le condensateur formé d'un métal et d'un liquide et dans laquelle l'effet de la variation de capacité du condensateur et les erreurs de graduation de l'électromètre sont éliminées.

Je ne décrirai pas l'appareil : je me bornerai à indiquer les résultats. Les nombres déterminés par cette méthode, dans des conditions en apparence identiques, sont très différents les uns des autres. Le désaccord est dû principalement à deux causes que j'ai mises en évidence par des expériences directes :

1° Influence des supports dont le pouvoir isolant n'est jamais absolu ;

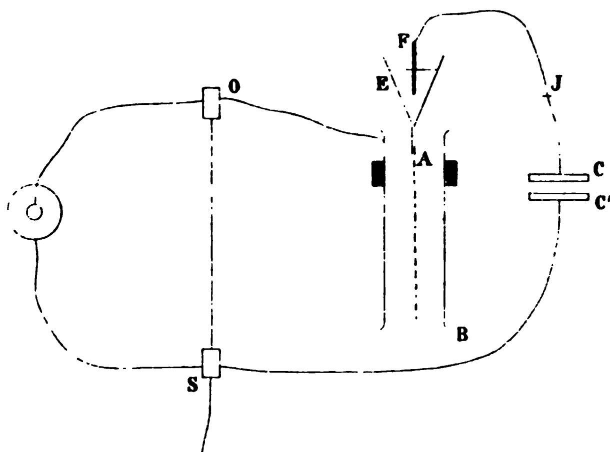
2° Influence de la condensation de la vapeur du liquide sur le plateau métallique du condensateur à la suite de l'évaporation du liquide placé au-dessous.

B. *Méthode d'écoulement. Principe.* — La méthode du condensateur métal | liquide étant éliminée, j'ai eu recours à la suivante.

Le liquide L placé dans un entonnoir de verre parfaitement isolé E (*fig.* 2) s'écoule, en se séparant en gouttelettes, par la pointe A

à l'intérieur du tube isolé B, relié avec le plateau C′ d'un condensateur CC′ par un fil métallique dont le point S est constamment au sol. Je plonge dans le liquide L une pièce F en métal M mise en communication par un fil métallique avec le plateau C du condensateur CC′. Le tube B, la pièce F, les plateaux C, C′ sont formés du même métal; la seule différence de potentiel qui existe entre la pointe A et le plateau C est la différence $L|M = d$; le condensateur est chargé, on le constate en séparant C de sa chaîne

Fig. 2.



en J et en mettant C en communication avec un électroscope. On replace alors C dans la chaîne, on reforme le condensateur et l'on fait passer un courant dans le fil OS pris comme dérivation variable sur le circuit d'une pile constante. En établissant un potentiel $-d$ au point O et par suite sur B, le liquide prendra par le jeu de l'écoulement un potentiel $-d$; le métal M de la pièce F et le plateau C seront au potentiel zéro. Si l'on répète l'expérience précédente, on trouvera sur C une charge nulle.

Réciproquement, à une charge nulle de C correspond un potentiel nul sur le métal et un potentiel $-d$ sur B et sur le liquide. La différence $-d$ ajoutée est égale et de signe contraire à la différence cherchée d.

L'application de la méthode nécessite la réalisation des conditions suivantes : 1° identité des métaux formant le tube B, la

pièce F et les plateaux CC′; 2° isolement parfait du liquide et possibilité de porter à un moment donné le liquide à un potentiel connu, sans qu'il subisse aucune action électrique des supports; 3° possibilité de soumettre le métal à l'action du liquide seul et de le soustraire à l'action des corps amenant le liquide à un potentiel connu.

La première condition est réalisée par l'emploi des dépôts galvaniques (Ire Partie), dont l'identité a été vérifiée avant chaque série d'expériences. Pour rendre possible, au moment de l'expérience, la vérification de l'identité des pièces immergées et des plateaux du condensateur, et éviter, en outre, les altérations dues à l'émersion des métaux, j'ai employé pour F une timbale en cuivre très mince qui pouvait flotter sur le liquide et qui avait été recouverte d'un dépôt métallique de même nature que ceux du condensateur. Des crochets et des supports convenablement disposés permettent de substituer la timbale au plateau inférieur du condensateur et, après la vérification, de suspendre cette timbale au-dessus du liquide et de l'immerger à un moment donné en évitant tout contact des doigts. L'immersion de la timbale, l'isolement du plateau et l'expérience peuvent être effectués en cinq secondes; il est donc possible d'observer la différence de potentiel au moment de l'immersion et de déterminer la différence M | L après une durée d'immersion connue. Une série d'expériences comparatives m'a permis de remplacer, dans un grand nombre de cas, la timbale par des fils galvanisés.

Les deux autres conditions fondamentales ont été réalisées dans la construction de l'appareil.

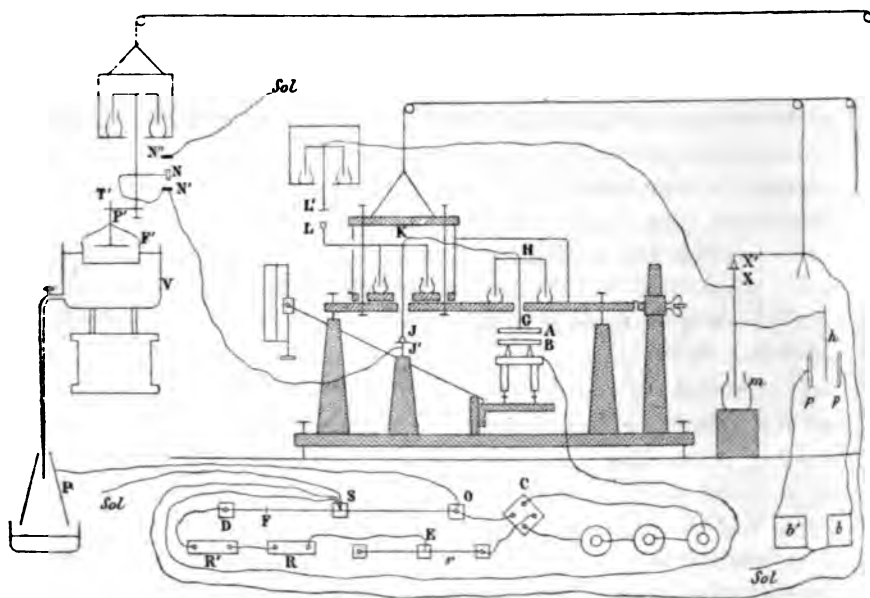
Description de l'appareil. — Les parties essentielles de l'appareil (*fig.* 3) sont :

1° L'appareil à écoulement V;
2° Le condensateur AB;
3° La dérivation OS constituant le compensateur;
4° Un électromètre Hankel h, employé comme électroscope.

L'appareil à écoulement est formé d'un vase cylindrique de verre rempli de liquide, avec tubulure latérale et robinet vers le fond. Un tube de verre, long de 1^m, effilé à l'extrémité infé-

rieure, est adapté à l'ouverture tubulée. L'isolement absolu du liquide est obtenu en posant le vase sur trois supports isolants, modèle Thomson-Mascart, placés dans une caisse recouverte d'étain dont l'air est desséché. Trois ouvertures percées dans le couvercle laissent passer sans contact les tiges des isolateurs.

Fig. 3.



Lorsque le robinet du vase d'écoulement était ouvert, le filet liquide se séparait en gouttelettes, à 4^{cm} environ de la pointe du tube placée au centre d'une ouverture formant le sommet tronqué d'une pyramide à quatre faces P. Les dimensions des faces ont été calculées de manière à voir sous le plus petit angle possible le point où le filet liquide se divise en gouttelettes. Le liquide est amené, par le jeu de l'écoulement, au potentiel de la pyramide. Un fil nu relie la pyramide au point O de la dérivation OS. La pièce métallique M à étudier est abaissée, à un moment donné, dans le liquide et reliée par un fil métallique au plateau supérieur A du condensateur. Un second fil relie S au plateau inférieur B.

JLNX sont des talons de platine amenés aux moments convenables en contact avec des plaques de platine J'L'N'X', de manière que l'établissement et la suppression des communications aient lieu par le contact et la séparation de deux morceaux d'un même métal.

Toutes les pièces qui ne doivent pas être isolées, toutes les parties internes des armoires dans lesquelles sont placés tous les appareils sont recouvertes de feuilles d'étain maintenues en communication avec le sol.

IV. Relations entre M | L et la constitution des corps, les réactions chimiques, les données thermochimiques et les actions chimiques. — A. *Relation entre* M | L *et la constitution physique des corps*. — La constitution des métaux dépend :

1° De l'intensité du courant de galvanisation;
2° De la différence de potentiel aux pôles des piles qui ont produit le courant;
3° De la composition des bains de galvanisation;
4° Du travail subi par le métal avant l'immersion.

J'ai plongé successivement dans le même liquide des pièces galvanisées obtenues :

1° Dans le même bain, avec la même source d'électricité et des courants de galvanisation d'intensités différentes;
2° Dans le même bain, avec des piles dont les différences de potentiel aux pôles étaient différentes;
3° Dans des bains de compositions différentes.

J'ai trouvé les résultats suivants :

La différence de potentiel au contact d'un métal préparé par voie galvanique et d'un liquide est, dans les limites où le courant ne produit pas un dépôt poreux, s'imbibant par immersion, indépendante :

1° De l'intensité du courant de galvanisation; 2° de la différence de potentiel aux deux pôles de la pile employée pour produire le dépôt galvanique; 3° du genre des sels du métal employés pour former les bains de galvanisation, des acides et des bases ajoutés

pour faciliter la production du dépôt et des proportions de ces différents corps.

La comparaison des nombres obtenus pour M | L : 1° lorsque le métal a été frotté seulement avec du linge et n'a subi aucun écrouissage; 2° lorsque le métal a été frotté avec tripoli, émeri, meule ou laine et a éprouvé un écrouissage par suite du frottement, montre que :

1° L'écrouissage dû au frottement du métal avec tripoli élève M | L, lorsque le frottement a lieu quelques minutes avant l'immersion du métal;

2° L'écrouissage dû au frottement des métaux avec tripoli, émeri, meule ou laine n'a aucune influence sur la valeur de M | L, lorsque le temps écoulé entre le moment du frottement et l'instant de l'immersion est plus grand que deux jours; cet intervalle de temps est une limite supérieure : le plus souvent, quelques heures suffisent pour annuler l'effet de l'écrouissage.

La différence de potentiel au contact d'une dissolution de sulfate d'ammoniaque contenant 10^{gr} de sel par litre et du fer aimanté ou du fer non aimanté a été trouvée la même.

B. *Relation entre* M | L *et les actions chimiques*. — Cette étude a pour objet de préciser les conditions desquelles dépend le nombre qui représente la mesure de M | L. Les causes dont j'ai cherché l'influence sont :

1° La durée de l'immersion;
2° L'agitation du métal et du liquide;
3° Les immersions et émersions successives;
4° L'action de l'atmosphère placée au-dessus du liquide.

En rapprochant les effets observés, j'ai montré :

1° Que la valeur de M | L est un nombre constant, indépendant de la durée de l'immersion tant qu'aucune action chimique n'altère le métal ou le liquide;

2° Que la valeur de M | L est modifiée par les actions chimiques seules, desquelles résulte une altération du métal et du liquide.

A la suite de ces observations, j'ai évité avec le plus grand soin dans toutes mes expériences :

1° Toute émersion du métal par suite de l'écoulement du liquide;

2° Toute action chimique de l'atmosphère.

Les valeurs indiquées de la différence de potentiel ont été déterminées avant toute altération chimique :

Quelques secondes, minutes, heures et même jours après l'immersion : 1° dans le cas d'un métal plongé dans une dissolution saline de l'un de ses sels; 2° dans le cas où le métal est immergé dans une dissolution saline d'un sel autre que ceux du métal, lorsque le métal et le liquide sont sans action chimique l'un sur l'autre;

Quelques secondes ou minutes après l'immersion, lorsque le métal et le liquide subissent une action chimique réciproque. Lorsque l'action chimique est très prompte, il est possible de déterminer la différence cherchée quelques secondes après l'immersion et d'en déduire par interpolation la valeur de la différence correspondant à l'instant même de l'immersion, avant que l'action chimique ait pu commencer à se produire.

C. *Relations entre* M|L *et la constitution chimique des corps.* — Il existe entre les nombres obtenus comme mesure de M|L et les équivalents chimiques des métaux immergés ou des métaux entrant dans la composition des sels dissous des relations dont la détermination a été l'objet de recherches étendues. La solution du problème est partagée en deux parties :

1° Effet de l'eau distillée;

2° Effet du sel entrant dans la dissolution saline.

1° Effet de l'eau distillée : les différences de potentiel au contact des métaux et de l'eau distillée sont extrêmement faibles au moment de l'immersion, et varient plus ou moins rapidement lorsque la durée de l'immersion augmente. Il résulte de ce fait que la différence de potentiel au contact d'un métal et d'une dissolution saline est due en propre au sel entrant dans la dissolution.

J'ai cherché comment M | L varie avec :

1° La dilution de la dissolution;
2° Le genre du sel dissous;
3° L'espèce du sel dissous.

Les métaux employés ont été : cuivre, zinc, nickel, fer. Les résultats généraux de cette étude sont :

1° Influence de la dilution :

1° La différence M | L varie avec le poids de sel contenu par litre d'eau de la dissolution. La variation est lente lorsqu'on étend d'eau la dissolution saturée.

2° Lorsque la proportion en sel diminue, en général M | L augmente.

3° Un minimum de la valeur de M | L correspond à 100^{gr} de sulfate de cuivre par litre d'eau dans le cas du cuivre immergé dans le sulfate de cuivre, et un minimum correspond à 600^{gr} de sulfate de zinc par litre d'eau dans le cas du zinc plongé dans le sulfate de zinc. Aucun minimum semblable n'a été observé dans les études faites avec le nickel et le sulfate de nickel.

Le minimum de la différence de potentiel zinc | sulfate de zinc ne correspond pas au minimum de résistance spécifique des solutions de sulfate de zinc qui, d'après Eving et Mac Gregor, a lieu pour 479^{gr} environ de sulfate de zinc dissous par litre d'eau à 10° C.

2° Influence du genre du sel dissous : la différence de potentiel au contact d'un métal et d'une dissolution d'un sel (azotate, sulfate, chlorure) du métal est, en général, d'autant plus grande que l'équivalent de l'acide ou de l'élément électropositif du sel est plus élevé. Le nickel au contact de l'azotate de nickel fait exception à la loi.

3° Influence de l'espèce du sel dissous :

1° Même métal, dissolutions différentes.

Loi : La différence de potentiel au contact d'un même métal et de dissolutions de sulfates d'espèces différentes est proportionnelle à l'équivalent du métal entrant dans la composition du sel

dissous, lorsque la formule du sulfate est de la forme MO, SO^3; et proportionnelle au double de l'équivalent du métal entrant dans la composition du sel dissous, lorsque la formule du sel dissous est de la forme $M^2O^3, 3SO^3$.

2° Métal différent, même dissolution saline.

Loi : La différence de potentiel au contact de différents métaux et d'une dissolution d'un même sulfate augmente, lorsque l'équivalent du métal immergé diminue.

3° Métaux différents et dissolutions salines différentes.

1° Le rapport des différences de potentiel de deux métaux MM' au contact de dissolutions de sulfates du même genre, mais d'espèce différente, est constant :

$$\frac{M \mid L_1}{M' \mid L_1} = \frac{M \mid L_2}{M' \mid L_2} = \frac{M \mid L_3}{M' \mid L_3} = \text{const.};$$

2° La différence de potentiel au contact d'un métal (zinc, cuivre, nickel) et d'une dissolution d'azotate du métal immergé diminue, lorsque l'équivalent du métal immergé diminue;

3° La différence de potentiel au contact du métal (zinc, cuivre, nickel, fer) et d'une dissolution de sulfate du métal immergé augmente, lorsque l'équivalent du métal immergé diminue;

4° Dans le cas des chlorures de cuivre et de nickel dont la formule est de la forme MCl, la différence de potentiel au contact du métal et de la dissolution de chlorure du métal immergé diminue, lorsque l'équivalent du métal immergé diminue.

D. *Relations entre* M | L *et les données thermochimiques.* — Les valeurs des différences de potentiel au contact des métaux et d'une dissolution saline trouvées n'ont aucune relation avec la chaleur de formation des sels et aucune relation avec les nombres de calories correspondant à la décomposition limite des sels déterminés par M. Berthelot (*Journal de Physique,* 2e série, t. I, p. 5).

E. *Relation entre* M | L *et les analogies chimiques.* — Il n'existe pas de relation entre les valeurs de la différence de potentiel au contact d'un même métal et des dissolutions différentes de sels isomorphes. Par suite, la différence M | L n'est pas en rela-

tion avec l'analogie chimique, caractérisée par l'isomorphisme des sels entrant dans les dissolutions.

V. Influence du milieu isolant. — Toutes les expériences rapportées dans les quatre premières Parties du Mémoire ont été faites avec des métaux entourés d'air et des liquides séparés en gouttes dans une pyramide contenant de l'air. Les nombres obtenus sont donc, en désignant par M le métal, par L le liquide, par I le milieu isolant, les valeurs de la somme

$$(s) \qquad I \mid L + L \mid M + M\, I.$$

J'ai cherché comment varie cette somme, lorsqu'on remplace l'air placé dans l'intérieur de la pyramide par différents gaz. La pyramide est placée dans une enceinte hermétiquement fermée, où il est possible de faire le vide et de remplacer l'air par un gaz quelconque. Le tube d'écoulement traverse une ouverture pratiquée à la partie supérieure et fermée par un bouchon d'ébonite mastiqué avec de la cire et de la paraffine. L'analyse de l'atmosphère qui entoure la pyramide a été faite après chaque expérience.

Dans une autre série d'expériences, j'ai placé la pyramide dans une cloche remplie de pétrole rectifié et j'ai fait écouler le liquide dans le pétrole.

Les métaux et liquides employés ont été :

1° Zinc et dissolution de sulfate de zinc avec écoulement : 1° dans l'air; 2° dans l'acide carbonique.

2° Cuivre et dissolution de sulfate de cuivre avec écoulement : 1° dans l'air; 2° dans l'acide carbonique (proportion en volume, 0,50); 3° dans l'azote; 4° dans l'oxygène; 5° dans l'hydrogène; 6° dans l'huile de pétrole rectifiée.

Les conclusions des expériences sont :

1° La nature du milieu isolant a une influence très nette sur la valeur de la somme (s')

$$(s') \qquad I \mid L + L \mid M + M \mid I_{air}.$$

2° La variation de la somme (s'), lorsque le milieu I est successivement formé de différents gaz sans action chimique sur les métaux, est en général inférieure à $0^{v},05$.

VI. Résumé et conclusions. — 1° La valeur de la différence de potentiel au contact d'un métal et d'un liquide est un nombre parfaitement défini, constant dans des conditions déterminées et mesurable;

2° La valeur de la différence de potentiel au contact d'un métal et d'un liquide est indépendante de l'état physique du métal dans les conditions indiquées, et indépendante des équilibres chimiques déterminés par les données thermochimiques;

3° La valeur de la différence de potentiel au contact d'un métal et d'un liquide est en relation directe avec les équivalents chimiques.

VARIATION DU COEFFICIENT DE FROTTEMENT DU PLATINE POLARISÉ CONTRE LE VERRE DANS DE L'EAU ACIDULÉE;

Par M. KROUCHKOLL.

En 1879, M. Edison (¹) a construit un récepteur téléphonique fondé sur un fait nouveau qu'il venait de découvrir : il avait remarqué que, lorsqu'on tire une bande de papier télégraphique, humectée d'une dissolution alcaline ou d'une dissolution de sel marin, entre la molette et la pointe d'un appareil Morse, le papier sortait plus facilement, par suite le frottement était diminué chaque fois qu'un courant passait du papier à la molette. M. Edison, sans chercher à expliquer le phénomène qu'il avait observé, l'a appliqué dans son électromotographe.

Presque en même temps, M. Koch (²), guidé par une idée d'un tout autre ordre, par le changement qu'éprouve la surface du mercure sous l'action de la polarisation voltaïque, phénomène découvert par M. Lippmann, a cherché à voir si la même cause ne produisait pas d'autres changements mécaniques à la surface des corps, et en particulier si le frottement d'une surface métallique, comme celle du platine, contre le verre, n'est pas modifié par la polarisation.

(¹) Edison, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXXXVII, p. 270.

(²) Koch, *Wied. Ann.*, t. VIII, p. 92; 1879.

Son appareil était formé d'une sphère de platine suspendue au moyen d'un long fil de laiton et plongée dans un verre concave qui contenait de l'eau distillée ou acidulée et une autre électrode. La sphère touchait à peine le verre par son extrémité inférieure. Le fil portait un petit aimant horizontal et l'on faisait osciller le système en l'abandonnant, après avoir communiqué une certaine torsion au fil. On mesurait le décroissement des amplitudes des oscillations, d'abord sans courant, puis en polarisant la sphère, soit par l'hydrogène, soit par l'oxygène, au moyen d'un daniell.

L'auteur n'a pu constater qu'une augmentation du frottement pendant la polarisation par l'oxygène. La polarisation par l'hydrogène ne produisait, d'après M. Koch, aucun effet.

Comme nous verrons plus loin, c'est probablement le manque de sensibilité de l'appareil qui a masqué à M. Koch une partie du phénomène : la pression de la sphère contre le verre était trop faible.

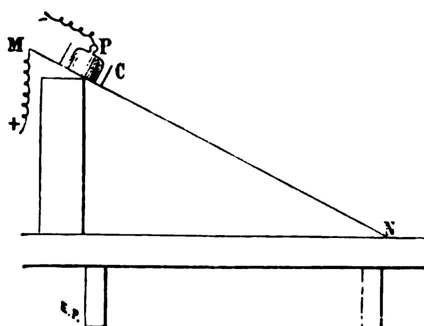
En 1881, j'ai eu l'occasion de voir les expériences de M. Edison à l'exposition d'Électricité, et, entre autres, celle où l'on faisait glisser à la main une lame de platine sur une bande de papier imbibée de ferrocyanure de potassium et disposée sur une lame de laiton horizontale fixe. On sentait à la main que le frottement diminuait chaque fois que, au moyen d'un interrupteur, on faisait passer le courant d'une pile (de deux éléments au bichromate) de la lame fixe à la lame mobile à travers le papier humecté. Dans cette expérience, on pouvait supposer que la diminution du frottement fût due à un dépôt électrolytique et non pas à la polarisation.

Cette expérience m'a donné l'idée d'entreprendre celles que je vais décrire.

Expériences sur la variation du frottement. — J'ai d'abord reproduit l'expérience de M. Edison d'une façon un peu modifiée. Un chariot C (*fig.* 1), formé d'une plaque de cuivre rectangulaire recourbée sur ses deux extrémités, porte un poids de plomb P. Ce chariot peut glisser librement sur une bande de papier reposant sur une lame de laiton MN disposée suivant un plan incliné. La face du chariot qui frotte sur le papier est très polie et amalgamée. La bande de papier est humectée d'un liquide dont on fait varier

la nature. On donne à la lame une inclinaison un peu inférieure à celle qui correspond à l'angle de frottement, et l'on fait passer le courant de trois éléments au bichromate de la lame fixe au chariot à travers le papier. Immédiatement, le chariot se met à descendre. Il s'arrête au milieu de sa course, si l'on arrête le courant. Il repart dès que le courant passe de nouveau. Et l'on peut s'assurer que *l'angle de frottement varie avec l'intensité du courant.*

Fig. 1.



Le phénomène se produisait quel que fût le liquide dont le papier était imbibé, sauf les dissolutions de sels de cuivre. Ainsi, lorsqu'on humectait le papier de sulfate de cuivre, le chariot restait immobile malgré le courant. Ce fait pouvait déjà indiquer que le phénomène était dû, au moins en partie, à la polarisation.

Guidé par ce premier résultat, j'ai cherché à refaire ces expériences avec un appareil qui permît de mesurer le frottement et qui, en même temps, fût assez sensible pour pouvoir opérer avec de très faibles forces électromotrices ([1]).

([1]) J'avais d'abord installé un plateau métallique tournant autour d'un axe vertical. Ce plateau était couvert d'un disque de plâtre lisse et assez humide pour être conducteur, et sur ce disque, pendant sa rotation, glissait un frotteur métallique maintenu près du bord et attaché à l'aiguille d'une balance de Roberval. Le frotteur était une plaque de cuivre à rebords, dont la surface en contact avec le plâtre était très polie et dorée. Pendant la rotation, le frotteur entraînait la balance, qu'on pouvait équilibrer avec des poids. On polarisait le frotteur en faisant passer un courant de deux ou trois bunsens du plateau métallique tournant au frotteur à travers le plâtre. Ainsi disposé, l'appareil permettait de constater le phénomène, comme dans l'expérience citée précédemment;

Description de l'appareil. — L'appareil se compose essentiellement de deux parties : d'un système tournant et d'un frotteur.

Le *système tournant* est formé par un plateau métallique horizontal, de 18^{cm} de diamètre, tournant autour d'un axe vertical. Ce plateau supporte un cristallisoir, au fond duquel on a fixé une glace polie ronde, de 18^{cm} de diamètre. Cette glace occupe presque tout le fond du cristallisoir et son centre se trouve sur l'axe de rotation. L'appareil est réglé de façon que, son axe de rotation étant vertical, la face de la glace soit horizontale.

Trois tiges verticales fixées sur les bords du plateau portent trois vis horizontales, qui, en appuyant sur les bords du cristallisoir, le maintiennent dans une position fixe pendant la rotation. C'est sur le plateau de glace qu'appuie le frotteur pendant les expériences.

Le *frotteur* est une brosse faite avec des fils de platine fixés dans de l'ébonite sur cinq rangées disposées sur des arcs de circonférence concentriques. La surface frottante a une longueur de $5^{cm},5$ sur $3^{cm},3$ de largeur. Trois tiges verticales (de $1^{mm},5$ de diamètre) sont fixées dans l'ébonite, l'une à l'une des extrémités de la brosse, les deux autres sur ses côtés. Celle qui est fixée à l'extrémité est reliée à l'aide d'un cordon, mince et solide, à l'aiguille verticale d'une balance hydrostatique sensible au demi-décigramme. La brosse reposant sur la lame de glace est entraînée pendant la rotation du plateau, à cause du frottement, et entraîne avec elle la balance. On peut donc, en chargeant convenablement l'un des plateaux de cette dernière, mesurer le frottement. Ce sera le poids nécessaire pour lui faire équilibre en maintenant la brosse dans une position à peu près fixe sur la glace. Comme la force centrifuge tend à rejeter la brosse de côté contre les parois du cristallisoir, on relie l'une des deux autres tiges, au moyen d'un

---

mais il était très difficile de faire des mesures. Le phénomène n'était visible qu'avec un courant de deux ou trois bunsens. Dans ces conditions, on n'était pas sûr que le phénomène fût dû à la polarisation seule. Il pouvait y avoir électrolyse. En outre, le frottement n'était pas régulier. Aussi me suis-je décidé à modifier l'appareil, de façon à pouvoir employer des courants faibles, capables de polariser seulement le frotteur sans produire d'électrolyse visible, et à rendre possible la mesure du frottement.

fil, à un support fixe placé à côté de l'appareil, et de façon que ce fil soit perpendiculaire à la direction du cordon qui relie la brosse à la balance. Dans les expériences, la brosse était toujours placée de manière que ses côtés fussent perpendiculaires au diamètre de la glace passant par son milieu.

Le plateau tournant est mis en mouvement à l'aide d'une petite machine Siemens ou d'une petite machine Gramme animée par 2, 3 ou 4 bunsens, suivant la vitesse qu'on veut obtenir.

Le cristallisoir contient, pendant les expériences, de l'eau acidulée à $\frac{1}{3}$ (dissolution correspondant au maximum de conductibilité), dans laquelle plonge la brosse. Ses brins sont entièrement immergés, même pendant la rotation du plateau, où l'eau est chassée contre les bords du cristallisoir.

Le choix d'une brosse comme frotteur était tout indiqué : c'était le meilleur moyen d'éviter les causes perturbatrices accidentelles, surtout l'effet des grains de poussière, les brins de la brosse cédant facilement, de sorte que le frottement n'est pas modifié ([1]). Il y avait encore un autre avantage à employer ce dispositif : on pouvait déposer sur le dos de la brosse des charges additionnelles (le dos était à cet effet muni de rebords) et faire varier ainsi la pression que la brosse exerçait sur le plateau.

Polarisation de la brosse et mesure de sa force électromotrice. — Il faut maintenant pouvoir donner à la brosse une polarisation variable et mesurer exactement les différentes valeurs de cette polarisation. A cet effet, j'emploie la méthode déjà indiquée précédemment à propos de l'extension des fils métalliques. Dans le cristallisoir plonge un vase poreux V, maintenu fixe à l'aide d'un support et contenant le même liquide que le cristallisoir. Dans ce liquide plonge une large électrode de platine. Il est nécessaire d'isoler ainsi l'électrode de la masse liquide, afin d'éviter les forces électromotrices variables que pourrait produire le frottement du liquide contre l'électrode. C'est entre cette électrode

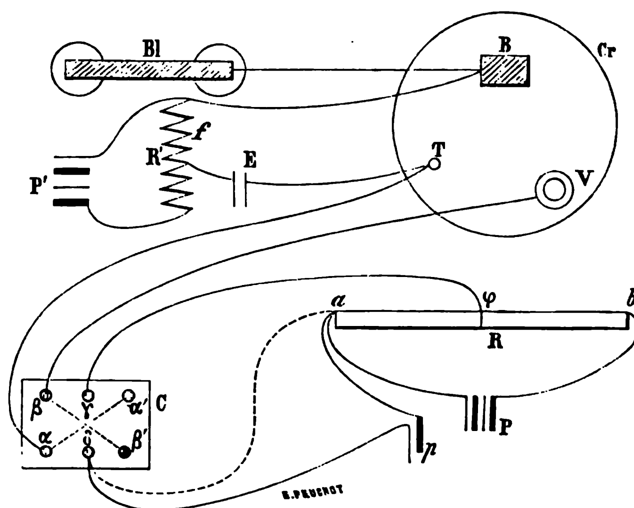
---

([1]) Dans les premières expériences faites avec un frotteur formé d'une lame rigide, le frottement était très irrégulier et les mesures très difficiles, probablement à cause des grains de poussière qui s'interposaient entre la lame et le verre.

plongeant dans le vase poreux et la brosse que l'on fait passer le courant polarisant.

Dans certaines expériences, quand on voulait faire porter toute la polarisation sur la brosse, on s'est servi d'une électrode impolarisable. Pour cela, dans le vase poreux, on en fixait un autre, au moyen de cales de bois, qui contenait une dissolution de sulfate de cuivre dans laquelle plongeait une lame de cuivre. L'intervalle entre les deux vases poreux était rempli d'eau acidulée. Pour avoir

Fig. 2.

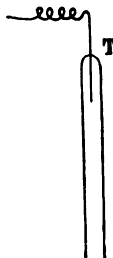


Cr, le cristallisoir. — B, la brosse. — V, le vase poreux. — T, le tube. — Bl, la balance. — P', la pile donnant le courant de compensation. — R', le rhéostat. E, l'électromètre. — C, le commutateur. — R, le rhéostat. — P, la pile de charge.

un courant variable, on a adopté la disposition suivante : une pile de deux éléments Daniell P est fermée sur le rhéostat R. Tous les brins de la brosse sont reliés à un seul fil qui est attaché aux bornes α, α' du commutateur à mercure C; un autre fil relie l'électrode du vase poreux aux bornes β, β' du même commutateur. La borne δ de ce dernier (*voir* la *fig.* schématique 2) est reliée à poste fixe à l'extrémité a du rhéostat, et la borne γ à un contact φ mobile, glissant le long du rhéostat. Quand on voulait avoir des forces électromotrices plus grandes que celles qu'on pouvait ob-

tenir au moyen du rhéostat, on plaçait un élément Daniell à côté du rhéostat, mais en dehors de son circuit. On fixait l'un des pôles de cet élément en a et l'autre pôle à la borne δ du commutateur et l'on supprimait le fil $a\delta$ représenté en pointillé. Pour mesurer la force électromotrice de polarisation de la brosse, on la compare avec une électrode-témoin T. Celle-ci est formée d'un fil de platine soudé à l'un des bouts d'un tube de verre T (*voir* la *fig.* 3), dont l'autre bout est ouvert. Le tube a 25^{cm} de long et

Fig. 3.



$1^{mm},5$ de diamètre intérieur, et le fil qui y est soudé plonge dans le tube sur une longueur de 6^{cm}. Le tube est rempli d'eau acidulée et maintenu verticalement renversé sur le cristallisoir, de façon que son extrémité ouverte plonge dans le liquide. L'électrode peut aussi être considérée comme étant en dehors du circuit que traverse le courant polarisant. Son potentiel étant invariable, il peut être pris comme terme de comparaison pour les différents états de polarisation de la brosse. La comparaison de la brosse avec l'électrode T se fait par une méthode de compensation, en cherchant sur la résistance R' parcourue par le courant de la pile P' deux points auxquels il faut attacher l'électrode et la brosse pour que l'électromètre E, placé dans le circuit, reste en équilibre.

Marche des expériences et résultats. — Tout d'abord, il est facile de s'assurer que la polarisation par l'hydrogène, que j'appellerai *polarisation négative,* diminue le frottement, tandis que la polarisation par l'oxygène, ou *positive,* l'augmente. En effet, mettons le plateau en mouvement, équilibrons la balance et faisons passer le courant d'un daniell de façon à polariser la brosse

négativement : immédiatement, la balance s'incline du côté du plateau tournant, indiquant ainsi une diminution du frottement. Supprimons le courant : la balance revient en équilibre au bout de quelques secondes, et, si l'on fait passer le courant de charge en sens contraire, on voit la balance s'incliner du côté opposé au précédent : ce qui montre que le frottement est augmenté. Tel est le phénomène. Il est évident que la variation du frottement est due, dans cette expérience, à la polarisation et non à un dégagement gazeux, la force électromotrice d'un seul daniell étant insuffisante à produire la décomposition de l'eau.

Nous allons maintenant voir comment le frottement varie lorsqu'on fait varier la force électromotrice de polarisation. A cet effet, on augmente ou l'on diminue graduellement le courant de charge en déplaçant le contact φ le long du rhéostat R, et l'on mesure en même temps la force électromotrice de polarisation et le poids faisant équilibre au frottement. Cette dernière mesure se faisait avant et après la mesure de la polarisation. Pendant ce temps, le frottement restait presque invariable (il variait rarement de $0^{gr},3$, ce qui était négligeable). Ordinairement, on amenait la polarisation à une valeur assignée d'avance au moyen de la compensation, et l'on mesurait le frottement.

Voici un Tableau donnant les forces électromotrices de polarisation L en Latimer-Clarke, et les valeurs correspondantes du frottement p en grammes. Le signe — placé en tête d'une colonne indique des polarisations négatives, et le signe +, des polarisations positives. La brosse, pesant $171^{gr},8$, supportait une charge additionnelle de 125^{gr}.

L.	p.	L.	p.
0	67	0	67
—0,063	68,5	+0,063	62
0,082	69,5	0,075	61,5
0,126	69	0,088	60,5
0,189	64,5	0,101	60
0,252	60	0,113	»
0,315	52	0,126	60,5
0,378	44	0,189	»
0,440	36	0,252	62,5
0,504	30	0,378	76
0,630	29	0,504	86
0,645	28	0,630	90
0	67	0	67,5

On voit, d'après ce Tableau, que, la polarisation négative de la brosse variant de 0^{1} à $0^{1},645$ (à peu près la limite de la polarisation qu'on pouvait atteindre), le frottement commence d'abord par croître, passe par un maximum vers $0^{1},082$ (entre $0^{1},082$ et $0^{1},160$), puis décroît, se réduit de $0^{1},41$ de sa valeur initiale et cesse de varier vers la limite de la polarisation. Si l'on polarise la brosse positivement, le frottement décroît d'abord, passe par un minimum, puis se met à croître, augmente de 0,33 environ de sa valeur initiale et cesse de varier.

Ces faits ont été établis ensuite par un grand nombre d'expériences où l'on mesurait le frottement entre deux valeurs de la polarisation situées de deux côtés, soit du maximum, soit du minimum.

L'existence du maximum de frottement pour une certaine valeur de la polarisation négative a pu être mise en évidence d'une manière très nette par l'expérience suivante :

On fait tourner le plateau mobile au moyen d'une petite machine Siemens (modèle Marcel Deprez) à aimant fixe. Une machine de ce genre présente un champ mort correspondant au moment où la bobine passe devant les aimants fixes. Il en résulte ce fait, que la machine ne peut marcher qu'avec un nombre de tours suffisants pour lui imprimer une vitesse acquise capable de vaincre la résistance du champ mort. Si la vitesse descend au-dessous d'une certaine limite (30 tours environ dans le cas qui nous occupe), la machine s'arrête, et, dans le voisinage de cette limite, la moindre cause la ralentit. A l'aide de résistances électriques convenables, introduites dans le circuit de la machine, on la règle de manière qu'elle ne fasse que 40 tours environ à la minute, la brosse étant maintenue à la polarisation 0. Si, pendant que le plateau tourne, on déplace le curseur φ le long du rhéostat R, de manière à faire varier la polarisation de la brosse depuis 0 jusqu'à $-0^{1},15$, on constate que, pour une certaine position du curseur, la machine se ralentit très notablement; elle est même prête à s'arrêter si le nombre de tours initial (à 0) est de 35, par exemple; mais, dès qu'on déplace le curseur d'un côté ou de l'autre de cette position particulière, on voit la machine s'accélérer. Il y a donc une certaine polarisation négative pour laquelle le frottement est maximum. Ce maximum tombe entre $0^{1},063$ et

$0^t,12$. Si le nombre de tours initial ne dépasse pas 30, la machine s'arrête lorsque le curseur est amené au point correspondant à la polarisation qui produit le maximum de frottement.

Je ferai remarquer que les poids p sont proportionnels aux coefficients de frottement, mais ne les mesurent pas exactement, même s'ils sont divisés par le poids total de la brosse. Pour cela, il faudrait que la longueur de l'aiguille comprise entre le couteau et le point d'attache du fil fût égale au bras du fléau, et que le fil qui relie la brosse à l'aiguille fût absolument horizontal. Ces conditions étaient difficiles à remplir d'une manière sûre.

Il y avait une précaution à prendre : il fallait que les déplacements de la brosse ne fussent pas grands, ces déplacements seuls pouvant changer l'équilibre. Aussi, en soulevant convenablement les supports du fléau, me suis-je arrangé de façon à rendre les déviations petites. On pouvait alors accuser une variation de $0^{gr},3$ dans la valeur de p.

Relation entre le coefficient de frottement et la polarisation. — Il était naturel de rechercher s'il y a une relation entre le coefficient de frottement et la polarisation, de voir comment variera le frottement quand on fera varier la pression de la brosse sur le plateau de verre, en la chargeant de poids additionnels différents. A cet effet, j'ai exécuté quatre séries d'expériences avec des charges différentes. Dans la première série, la brosse, qui pèse $171^{gr},8$, n'avait pas de surcharge. Dans la deuxième série, la brosse était chargée de 50^{gr}. Dans la troisième, la brosse était chargée de 125^{gr} : ce sont les expériences que j'ai citées. Enfin, dans la quatrième série, la charge additionnelle était de 175^{gr}.

Les nombres obtenus ([1]) ont montré que les rapports $\frac{p}{p_0}$ sont à très peu près constants pour une force électromotrice donnée ; les différences ne dépassent guère 4 pour 100 et peuvent s'expliquer par de légères perturbations accidentelles inhérentes à ce genre d'expériences, comme l'interposition de grains de poussière. Dans le cas du platine frottant contre le verre dans l'eau acidulée prise à son maximum de conductibilité, à chaque force électromotrice

---

([1]) Voir *Ann. de Chim. et de Phys.*, 6e série, t. XVII, p. 250.

de polarisation correspond ainsi un rapport $\frac{p}{p_0}$ qui, toutes choses égales d'ailleurs, ne dépend que de cette force électromotrice. Or ce rapport $\frac{p}{p_0}$ est précisément égal au rapport des deux coefficients de frottement correspondant aux deux forces électromotrices de polarisation. Il en résulte donc que, dans le cas qui nous occupe, c'est bien le coefficient de frottement qui varie : une polarisation donnée fait varier le coefficient de frottement du platine contre le verre dans l'eau acidulée, toujours dans le même rapport, $\frac{p_0}{p}$ étant constant pour une force électromotrice donnée.

Autres faits se rapportant aux mêmes phénomènes. — 1° La brosse, par le fait seul de son frottement contre le verre, se polarise négativement, et cette polarisation peut atteindre $0^1,1$ environ (entre $0^1,07$ et $0^1,097$). A l'état naturel, au repos, elle était positive par rapport à l'électrode-témoin, à cause de l'inégalité électrique qui existe presque toujours, même entre deux corps de même substance. La différence de potentiel entre la brosse et l'électrode-témoin était de $0^1,14$ environ; pour ramener la brosse à la polarisation zéro, c'est-à-dire pour compenser la différence de potentiel naturelle entre l'électrode-témoin et la brosse, il fallait polariser cette dernière négativement jusqu'à l'égalisation complète des potentiels. On continuait à polariser négativement lorsqu'il s'agissait de mesurer le frottement pour les différentes valeurs de la polarisation. J'ai remarqué, en observant l'électromètre capillaire pendant la marche de l'appareil, que, dans le cas des valeurs négatives de la polarisation, la brosse polarisée tendait à devenir encore plus négative par le frottement, tant que ce frottement n'avait pas dépassé son maximum. De l'autre côté du maximum, la brosse tendait au contraire à devenir positive par le frottement.

Lorsque la brosse était polarisée positivement, elle tendait toujours, pendant le frottement, à devenir négative en se dépolarisant.

2° Les mesures, pendant la polarisation positive, n'ont pu se faire au delà de $0^1,74$, quoique le maximum de polarisation qu'on ait pu atteindre fût de $1^1,2$. Mais au delà de $0^1,74$, la brosse produisait le même effet, comme si elle était devenue rugueuse : elle

tremblait continuellement et faisait trembler la balance. J'ai pu toutefois m'assurer qu'à partir du moment où l'oxygène commençait à se dégager, le frottement ne variait presque plus.

Quant aux polarisations négatives, le frottement ne varie presque plus à partir de $-0^{\mathrm{v}},64$.

En outre, on peut s'assurer par une expérience directe que le dégagement de l'hydrogène augmente le frottement. Il suffit de décomposer l'eau par un courant de deux bunsens, de façon que l'hydrogène vienne se dégager sur la brosse; on constate alors que le frottement augmente en comparaison de celui qui correspond à l'absence de tout courant, ou bien à la polarisation zéro.

3° On sait qu'en général des électrodes polarisées gardent leur polarisation pendant un temps plus ou moins long.

Dans le cas du platine polarisé dans l'eau acidulée, j'ai remarqué que la polarisation négative disparaissait plus vite que la polarisation positive. On le constatait lorsque, après avoir fortement polarisé la brosse, on supprimait le courant de charge. Le frottement revenait presque immédiatement à la valeur qu'il avait sans le courant (valeur qui différait très peu de celle qui correspondait à la polarisation zéro), tandis qu'il mettait un certain temps (deux ou trois minutes) pour y revenir après une polarisation positive.

4° Je ferai encore une dernière remarque au sujet de la variation du frottement avec la vitesse.

Pour de faibles vitesses, le frottement augmente un peu quand la vitesse diminue. Mais cette augmentation n'est pas très notable (elle ne dépasse pas 7 pour 100). On peut donc dire que, lorsque la vitesse augmente, le frottement diminue jusqu'à une certaine vitesse limite, à partir de laquelle il reste invariable.

Voici quelques nombres à l'appui :

Nombre de tours à la minute.	Poids mesurant le frottement.
130	77,5
120	»
75	»
66	»
57	78
47	78,5
45	79
37	80
31	80,5

On voit que les faibles variations de vitesse ne pouvaient pas affecter le résultat des expériences.

J'ai observé la même constance du frottement en faisant frotter une lame de platine polie sur une lame de verre également polie, sans liquide interposé. Le frottement restait constant à partir d'une certaine vitesse et augmentait un peu pour de faibles vitesses.

On peut expliquer ce fait par des perturbations accidentelles, comme des grains de poussière qui viennent s'interposer entre les deux corps frottants et dont l'effet est d'autant plus sensible que la vitesse est plus faible.

Postérieurement à la publication des premiers résultats de mes expériences sur la variation du frottement par la polarisation, M. K. Waitz [1] a exécuté, au laboratoire de M. Helmholtz, une série d'expériences sur le même sujet par une autre méthode. M. Waitz a étendu le phénomène à l'or, au palladium et au nickel frottant contre le verre dans différents liquides. Il a constaté qu'en général la polarisation par l'oxygène augmente le frottement, tandis que la polarisation par l'hydrogène le diminue. Pour le platine dans du ferrocyanure de potassium, il a constaté un maximum de frottement pour une polarisation négative de demi-daniell. M. Waitz n'a pas recherché si c'était bien le coefficient de frottement qui variait. Il n'a pas fait varier la pression du frotteur contre le verre.

J'ai montré plus haut que, dans mes premières expériences, j'avais moi-même employé comme frotteurs des métaux autres que le platine et des liquides différents, et que j'étais arrivé aux mêmes résultats que M. Waitz.

---

[1] *Wiedemann's Annalen*, t. XX, p. 285.

SUR LA THÉORIE DES DISSOLUTIONS;

PAR M. CH.-ED. GUILLAUME.

1. Dans un Mémoire très important présenté à l'Académie de Berlin en 1883 (¹), M. von Helmholtz démontre que la différence entre l'énergie libre des gaz hydrogène et oxygène dissous dans l'eau et celle de l'eau à l'état liquide est représentée (la température étant supposée constante) par une équation de la forme

$$\mathfrak{F}_g - \mathfrak{F}_{aq} = A - B(1 - \operatorname{Log} v_h) - C(1 - \operatorname{Log} v_o),$$

A, B et C étant des constantes, v_h et v_o les volumes spécifiques de l'hydrogène et de l'oxygène en dissolution dans la liqueur. Si l'on suppose, avec l'illustre physicien, que v_h et v_o puissent prendre toutes les valeurs positives de 0 à $+\infty$, on voit que $\mathfrak{F}_g - \mathfrak{F}_{aq}$ s'annule pour une certaine concentration de la solution gazeuse; d'après les constantes de l'équation, cette condition est remplie lorsque 1^{gr} du liquide contient $0^{gr},26.10^{-36}$ de gaz. Au-dessous de cette concentration, l'eau doit se décomposer spontanément. La nécessité de la dissociation de l'eau serait ainsi démontrée. Nous examinerons cette conclusion, après avoir discuté quelques propriétés générales des dissolutions.

2. Les célèbres expériences de Bessel ont démontré que, jusqu'aux extrêmes limites des mesures les plus précises, on ne constate aucune action spécifique des corps à grande distance. Les quantités qui entrent au numérateur dans la formule d'attraction de Newton sont uniquement les masses des corps, c'est-à-dire que l'accélération de la pesanteur est la même pour tous les corps. Si, par exemple, nous plaçons à 1^m de distance deux sphères de 1^{cm} de diamètre, respectivement remplies d'hydrogène et d'oxygène, elles s'attireront comme si elles étaient remplies des mêmes masses d'un seul de ces gaz. Mais, à une distance très petite, il n'en est plus de même; les corps exercent une action spécifique les uns sur les autres. Il serait très aventureux

(¹) *Voir* ci-dessous, p. 100.

d'admettre que cette action cesse jamais; tout ce que nous pouvons dire, c'est qu'à partir d'une certaine distance, aucune méthode de mesure ne permet de la constater. Pour simplifier les raisonnements qui suivent, nous supposerons que l'action spécifique des corps est appréciable jusqu'à une certaine distance, rigoureusement nulle à partir de là. C'est ainsi que nous parlerons du rayon de la sphère d'action des molécules, comme s'il était parfaitement défini. Les résultats seraient du reste exactement les mêmes, si nous ajoutions toujours le qualificatif *sensible* à l'expression *sphère d'action*.

Les expériences bien connues de MM. Quincke, Plateau, Henry, etc., conduisent à admettre que le rayon de la sphère d'action moléculaire est de $0^{\mu},05$ environ.

D'autre part, il existe de nombreuses déterminations de la grandeur absolue des molécules, ou de la distance des centres de deux molécules dans un solide ou un liquide. Bien que la plupart des raisonnements dans ce domaine soient peu rigoureux, les résultats sont tellement concordants, qu'on peut leur accorder quelque vraisemblance. La limite supérieure est généralement fixée à $1^{m\mu}$ [1], la limite inférieure, un peu au-dessous de $0,1^{m\mu}$. Il nous importe peu ici de connaître la valeur exacte de ce nombre; il nous suffit de savoir qu'il est d'un ordre de grandeur peu inférieur aux quantités mesurables; en d'autres termes, qu'il n'est pas infiniment petit dans le sens de la Physique. Admettons, pour fixer les idées, que le second de ces chiffres corresponde à une molécule moyenne; nous en conclurons que 1000 molécules en ligne droite trouveront place dans la sphère d'action de l'une ou l'autre des molécules situées aux extrémités de cette droite, et qu'une molécule contient, dans sa sphère d'action, un nombre de molécules de l'ordre de 10^9.

•3. Cela posé, nous pouvons en déduire certains résultats intéressants pour la théorie des dissolutions.

Lorsqu'un corps quelconque est en solution dans un liquide, il tend à se répandre uniformément dans le dissolvant; l'uniformité

---

(1) Millième de micron.

est définitivement assurée par la diffusion, mais on sait dans quelle mesure elle peut être favorisée par des procédés mécaniques. En apparence, les molécules du corps dissous se repoussent; plus exactement, elles cherchent à atteindre des portions du liquide dans lesquelles le nombre spécifique des molécules du dissolvant soit aussi grand que possible. Mais cette tendance à l'uniformité n'est pas indéfinie: chaque molécule du corps dissous tend à n'avoir dans sa sphère d'action que des molécules du dissolvant, et, comme les affinités sont d'autant mieux satisfaites que les molécules du dissolvant situées dans la sphère d'action des molécules du corps dissous sont plus nombreuses, les molécules dissoutes tendront à s'éloigner jusqu'à ce que leurs sphères d'action soient tangentes; à partir de ce moment, elles seront complètement indépendantes.

Supposons qu'une solution soit juste assez concentrée pour que les sphères d'action des molécules dissoutes puissent être tangentes; ces molécules se placeront en réalité de manière à remplir cette condition; nous dirons alors que la solution est à la *concentration critique*. Mais, si l'on ajoute une certaine quantité du dissolvant, les molécules dissoutes deviennent libres dans une certaine mesure; la concentration maxima d'une portion du liquide ne pourra pas être supérieure à la concentration critique; mais il n'y a aucune raison physique qui s'oppose à ce que cette concentration s'abaisse jusqu'à zéro pour des espaces très petits. La répartition des molécules n'est plus régie que par la loi des grands nombres [1]. On peut envisager la solution comme un mélange quelconque d'une solution uniforme minima avec le dissolvant. D'après le § 2, la valeur de la solution critique est de l'ordre du milliardième.

4. Lorsqu'un corps est soluble dans un liquide, le minimum de solubilité doit être suffisant pour que l'on puisse atteindre la concentration critique. On peut en effet se figurer que toutes les molécules dissoutes soient rassemblées dans une portion du liquide, de manière à réaliser la concentration critique; il ne se for-

[1] Nous faisons évidemment abstraction de toutes les forces extérieures.

mera aucun précipité, et de nouvelles quantités de matière pourront se dissoudre dans le reste du liquide pur.

De part et d'autre de la concentration critique, la nature de la solution est différente; au-dessous, toutes les propriétés doivent varier proportionnellement à la concentration; au-dessus, la loi de variation peut n'être pas la même.

Si l'on pouvait déterminer exactement le point où diverses propriétés des solutions cessent d'être rigoureusement proportionnelles à la concentration, on aurait une relation numérique entre la grandeur des molécules et le rayon de leur sphère d'action.

On admet généralement que la chaleur de dissolution diminue asymptotiquement avec la dilution. Si nos considérations sont exactes, la chaleur de dissolution doit être rigoureusement nulle à partir de la concentration critique. Le moment n'est peut-être pas très éloigné où cette conséquence pourra être vérifiée dans certains cas, comme celui de la dissolution de l'acide sulfurique dans l'eau, par exemple.

5. Les relations numériques trouvées pour des solutions uniformes ne peuvent convenir qu'à des solutions uniformes. En d'autres termes, si l'on suppose, dans le point de départ d'un calcul, que chaque molécule du dissolvant se trouve dans la sphère d'action d'une molécule au moins du corps dissous, le résultat ne peut être exact que si cette condition est satisfaite.

Cette proposition, difficile à formuler nettement d'une manière générale, devient aisément compréhensible si on l'applique à un exemple. Nous avons rappelé, dans le § 1, un calcul par lequel M. von Helmholtz trouve que l'équilibre des forces chimiques dans l'eau est assuré lorsque 1^{gr} du liquide contient $0^{gr},26.10^{-36}$ de gaz tonnant.

Supposons, d'après les théories généralemeut admises, que la molécule d'eau soit composée de 1 atome de O et de 2 atomes de H. La masse moyenne de ces atomes est égale à $\frac{1}{3}$ de la masse d'une molécule d'eau. Ce nombre est assez approché de 0,26 pour qu'on puisse admettre pour simplifier que 10^{36} molécules d'eau contiendront un atome de gaz; deux atomes gazeux voisins seront donc, en moyenne, séparés par 10^{12} molécules d'eau; ils se trouveront à une distance de 100^{m}. Il est absolument certain

que ces atomes ne peuvent exercer aucune action sur l'équilibre général du liquide.

Les résultats donnés par des formules complexes et celui d'un raisonnement très simple sont ici en contradiction. On pourrait imaginer diverses manières d'en sortir; on peut en effet admettre :

1° Que la molécule est composée d'un nombre immense d'atomes (10^{26} ou 10^{27}), et que leur sphère d'action soit la même que celle d'une molécule;

2° Que les valeurs numériques introduites dans les formules ne sont pas constantes; en d'autres termes, que l'équation $\mathfrak{F}_g - \mathfrak{F}_{aq}$ contient plusieurs fonctions remplacées par des constantes; les valeurs de ces fonctions se modifieraient sensiblement pour les solutions très diluées, et conduiraient à admettre qu'une dilution de 10^{-9} environ de la solution de gaz tonnant peut assurer l'équilibre de l'eau.

Mais il faut reconnaître que ces deux hypothèses sont peu probables; la cause de la contradiction doit être cherchée ailleurs. C'est en donnant à v_h et v_o des valeurs extrêmement grandes que l'on annule la différence $\mathfrak{F}_g - \mathfrak{F}_{aq}$. Or il est légitime de se poser la question : Peut-on attribuer au volume spécifique d'un gaz ou d'un autre corps en solution une valeur positive quelconque? Pour la limite inférieure, la question est résolue négativement par l'impénétrabilité de la matière. La notion de la concentration critique conduit à admettre qu'il en est de même pour la limite supérieure. Lorsque les molécules sont indépendantes les unes des autres, c'est-à-dire lorsqu'il existe des espaces soustraits à leur action, ces espaces ne doivent pas être ajoutés à ceux qui environnent les molécules, pour composer un espace total, donnant le numérateur du volume spécifique, dont le dénominateur est fourni par la masse de matière comprise dans cet espace. Le maximum de volume spécifique d'un corps dissous correspond à la concentration critique; pour une dilution plus grande, tous les espaces qui ne sont pas compris dans la sphère d'action d'une molécule doivent être éliminés du calcul comme s'ils n'existaient pas.

La nécessité de la dissociation de l'eau a été trouvée en intro-

duisant dans les équations des valeurs numériques que les variables ne peuvent pas atteindre ; cette dissociation ne paraît donc pas suffisamment démontrée par la Thermodynamique.

MANIÈRE D'OBTENIR LA CONSTANTE a^2 DANS LA THÉORIE D'AIRY DE L'ARC-EN-CIEL ;

PAR M. H. EKAMA.

M. Boitel a donné dans ce Recueil ([1]) le moyen d'obtenir la constante a^2, qui est renfermée dans l'équation de l'onde émergente. M. Mascart, dans son *Traité d'Optique*, p. 390, a trouvé cette constante d'une tout autre manière.

J'ai essayé, moi-même, d'obtenir cette constante. Qu'il me soit permis d'indiquer la méthode que j'ai suivie.

Soient la rotation du rayon efficace Δ_0 et celle du rayon le plus voisin Δ, il résultera que, d'après la progression de Taylor,

$$\Delta - \Delta_0 = \frac{d\Delta}{di}di + \frac{1}{2}\frac{d^2\Delta}{di^2}di^2.$$

Pour le rayon efficace, on a

$$\frac{d\Delta}{di} = 0;$$

par conséquent, l'angle $\mathfrak{S}$ entre les deux rayons suivants sera

$$\frac{1}{2}\frac{d^2\Delta}{di^2}di^2.$$

On sait que

$$\frac{d^2\Delta}{di^2} = 2\frac{p^2-1}{p^2}\tan g\, i;$$

dans cette équation, $p-1$ représente le nombre des réflexions intérieures.

La courbe, ayant l'équation

$$y = -\frac{x^3}{3a^2},$$

([1]) *Journal de Physique*, 2e série, t. VIII, p. 276.

sera

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x^2}{a^2}$$

ou

$$a^2 = -x^2 : \frac{dy}{dx}.$$

Quant au rayon, voisin du rayon efficace,

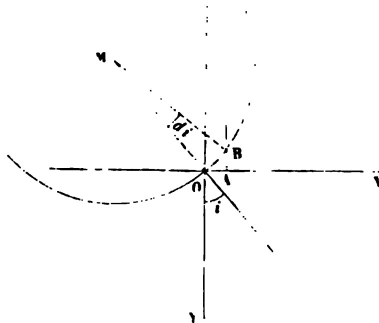
$$\zeta = \frac{dy}{dx}.$$

Soit β l'angle formé par les rayons du globule en deux points : l'un où sort le rayon qui a passé par le centre, et l'autre où sort un autre rayon réfracté

$$\beta = 4r - i;$$

par conséquent,

$$\frac{d\beta}{di} = 4\frac{dr}{di} - 1.$$



Pour le rayon efficace,

$$2\frac{dr}{di} = 1;$$

donc

$$d\beta = di.$$

L'angle formé par les deux droites tracées des points par lesquels sortent les deux rayons, vers le centre, égale di; par conséquent, l'arc du grand cercle égale R di, où R est le rayon de la goutte d'eau.

Dans la figure

$$\text{OB} = \text{R}\, di;$$

par conséquent,

$$OA = x = R \cos i\, di.$$

Il en résulte que

$$a^2 = -\frac{R^2 \cos^2 i\, di^2}{\frac{p^2-1}{p^2} \tang i\, di^2}$$

ou bien

$$a^2 = -R^2 \frac{p^2}{p^2-1} \frac{\cos^3 i}{\sin i}.$$

En mettant, pour la valeur de i,

$$\tang^2 i = \frac{p^2-n^2}{n^2-1},$$

on trouve

$$a^2 = -R^2 \frac{p^2}{(p^2-1)^2} \sqrt{\frac{(n^2-1)^3}{p^2-n^2}},$$

c'est-à-dire la formule de Boitel et de Mascart.

CALCUL DE L'ACCROISSEMENT DE L'ÉNERGIE INTERNE DE L'UNITÉ DE MASSE D'UN GAZ QUI PASSE DE LA PRESSION P A LA PRESSION P′ SANS TRAVAIL EXTÉRIEUR ET SANS VARIATION DE TEMPÉRATURE ;

PAR M. JULES LEMOINE.

Puisque le travail extérieur est nul, l'accroissement d'énergie interne est égal au produit de la quantité de chaleur ΔQ cédée au corps par l'équivalent mécanique de la chaleur

$$\Delta U = E\,\Delta Q.$$

Pour calculer ΔQ, nous décomposerons la transformation en trois périodes :

1° Le gaz se détend adiabatiquement de la pression P à la pression P′. Sa température s'abaisse de $\tau°$. La valeur de τ est donnée par l'expérience classique de Thomson et Joule. Dans cette première période de la transformation, la quantité de chaleur mise en jeu est nulle.

2° On réchauffe le gaz de $\tau°$ sous pression constante. On lui fournit donc la quantité de chaleur $C\tau$.

3° Le volume du gaz surpasse le volume prévu par la loi de Mariotte d'une quantité ΔV qui est donnée par les expériences de Regnault. On comprime le gaz à température constante, de manière à lui faire éprouver la diminution de volume ΔV. Si l représente la chaleur de dilatation du gaz, cette compensation lui fait perdre la quantité de chaleur $l\Delta V$.

Nous aurons donc atteint l'état final en communiquant au gaz la quantité de chaleur $C\tau - l\Delta V$. On trouve donc, pour l'expression cherchée de l'accroissement d'énergie interne ([1]),

$$\Delta U = E(C\tau - l\Delta V).$$

VON HELMHOLTZ. — Beiträge zur Thermodynamik der chemischen Processe (Contributions à la thermodynamique des phénomènes chimiques); *Ber. der Berl. Akad.*, p. 373; 1883.

Le *Journal de Physique* a donné ([2]) une traduction de la première partie du Mémoire de M. von Helmholtz; l'objet du présent Mémoire est de développer, pour le cas de l'électrolyse, les conséquences des formules établies précédemment; partant de la relation

$$U = \mathfrak{F} - \theta \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \theta},$$

qui donne l'expression de l'énergie totale d'un système matériel U en fonction de son énergie libre $\mathfrak{F}$ et de la température θ, l'illustre physicien arrive à la relation

$$\mathfrak{F}_g - \mathfrak{F}_{aq} = C + 3k\theta \operatorname{Log}\theta + \theta\Phi,$$

dans laquelle $\mathfrak{F}_g$ et $\mathfrak{F}_{aq}$ représentent l'énergie libre de l'eau décomposée dans ses éléments et de l'eau liquide, C une constante,

---

([1]) Cette démonstration est identique au fond à celle que l'on adopte généralement dans les divers Cours de Physique. (*Voir* LIPPMANN, *Thermodynamique*.) Elle se présente peut-être sous une forme plus simple.

([2]) 2e série, t. III, p. 396; 1884.

$\mathfrak{I}$ l'équivalent mécanique de la chaleur,

$$k = 1 - \frac{2\alpha_h\gamma_h + \alpha_0\gamma_0}{2\alpha_h + \alpha_0};$$

α_h et α_0 sont les poids atomiques de H et O, γ_h et γ_0 leurs chaleurs spécifiques à volume constant, Φ est une fonction d'intégration

$$\Phi = - R_h \frac{2\alpha_h}{2\alpha_h + \alpha_0} \operatorname{Log} v_h - R_0 \frac{\alpha_0}{2\alpha_h + \alpha_0} \operatorname{Log} v_0 + H',$$

$$R = \frac{pv}{\theta};$$

v_h et v_0 sont les volumes spécifiques des gaz, H' une constante.

En tenant compte encore du travail accompli par les gaz pendant leur dissolution, on trouve la formule finale

$$\mathfrak{F}_g - \mathfrak{F}_{aq} - C = \mathfrak{I} k \theta \log\left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)$$
$$+ \theta\left[R_h \frac{2\alpha_h}{2\alpha_h + \alpha_0}(1 - \operatorname{Log} v_h) + R_0 \frac{\alpha_0}{2\alpha_h + \alpha_0}(1 - \operatorname{Log} v_0) - H\right],$$

dans laquelle θ_0 est une température de départ, H une nouvelle constante.

Si l'on désigne par η la quantité d'eau décomposée par un coulomb, par A la force électromotrice qui suffit pour décomposer l'eau contenant des gaz, on aura

$$A = 10^{-7}\eta(\mathfrak{F}_g - \mathfrak{F}_{aq}),$$

en exprimant les grandeurs dans le système usuel des unités électriques.

Si l'on suppose que v_h et v_0 puissent prendre toutes les valeurs positives, de o à $+\infty$, on trouve que $A = 0$ lorsque 1^{cm^3} d'eau contient $0^{gr},2655.10^{-36}$ de gaz tonnant. Pour des quantités plus faibles, l'eau doit se décomposer spontanément; si, au contraire, l'eau contient une plus grande quantité de gaz, il faut une certaine force électromotrice minima pour la décomposer.

Le retard dans la formation des bulles est expliqué par la force capillaire exercée à l'intérieur d'une bulle gazeuse, suivant l'équation

$$p = \frac{2T}{r}.$$

Lorsque les bulles ont commencé à se dégager, on peut abaisser la force électromotrice au-dessous de la valeur correspondant aux premières bulles, sans que le dégagement cesse.

CH.-ED. GUILLAUME.

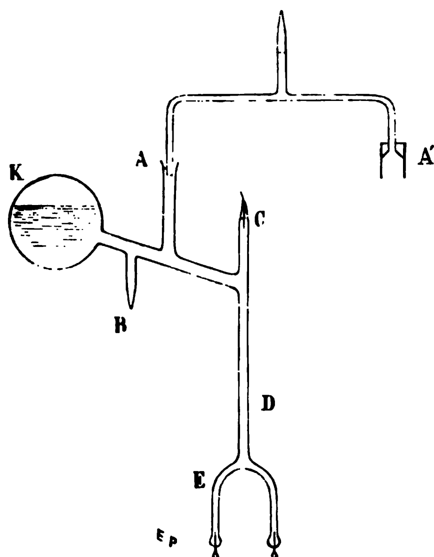
E. WARBURG. — Zur Theorie des Volta'schen Elements und der galvanischen Polarisation (Théorie de l'élément de Volta et de la polarisation galvanique); *Wied. Ann.*, t. XXXVIII, p. 322; 1889.

Les piles voltaïques présentent souvent une force électromotrice variable, non seulement en circuit fermé, mais même en circuit ouvert. L'auteur veut mettre en évidence l'action de l'air atmosphérique, qui est, selon lui, une des causes de ces variations. Il a construit pour cela des *éléments à air,* formés de deux électrodes métalliques identiques plongeant dans le même électrolyte : ce qui diffère, c'est la quantité d'air contenu dans l'électrolyte au voisinage des deux électrodes.

L'appareil a la forme représentée ci-contre. L'électrolyte est introduit par B, qu'on ferme ensuite à la lampe. On fait le vide par A, et l'on fait bouillir le liquide contenu dans la boule K; puis on ferme A, et l'on fait écouler le liquide de la boule dans le tube CDE; les deux extrémités du tube E portent deux électrodes du même métal. On fait bouillir le liquide en E pour le débarrasser de l'air adhérent aux électrodes et aux parois du tube; cet air se rend en K. On ouvre ensuite A, et l'on y fait plonger une des branches d'un siphon rempli de l'électrolyte employé; l'autre branche plonge dans le tube A′ d'un appareil semblable au premier, mais où l'on n'a pris aucune précaution pour en chasser l'air. On pourra prendre la différence de potentiel entre les électrodes à vide E et les électrodes à air E′. Chacune des électrodes E, E′, est double, ce qui permet d'éliminer en partie les causes d'erreur accidentelles provenant de l'inégalité des surfaces métalliques employées. En E, le liquide est privé d'air; le gaz contenu dans la boule K et l'air atmosphérique au-dessus de A ne pénètrent jusqu'aux électrodes que très lentement par diffusion. Le but de la disposition employée est de permettre, si on le désire, l'aération du liquide en DE et la transformation de l'électrode à air en élec-

trode à vide : on n'aura qu'à fermer A et à agiter l'appareil : l'air de la boule K se répandra dans le tube DE.

Aux deux branches du tube E, arrivent deux fils de platine soudés dans le verre. Si l'on veut avoir des électrodes d'autres métaux, on dépose ces métaux par voie électrolytique sur les fils de platine. A cet effet, un autre fil de platine, qui pourra servir d'anode, est fixé en C.



La force électromotrice est mesurée en chargeant un condensateur de capacité connue qu'on décharge ensuite dans un galvanomètre Thomson.

On constate toujours que le courant va de l'électrode à air à l'électrode à vide par le circuit extérieur : l'électrode à vide est l'*anode*.

La force électromotrice change un peu avec le temps : tantôt elle augmente, tantôt elle diminue.

				Millivolts.		Millivolts.
Hg dans	$MgSO^4$	après	5 heures...	116	Après 22 heures.	134
Id. autre	élément	»	5 heures...	106	» 22 heures.	96
Hg	KCl	»	$\frac{1}{2}$ heure....	2	» 24 heures.	4
Hg	$KAzO^3$	»	1 heure....	120	» 24 heures.	138

Toutes ces solutions contenaient 0,05 gr.-éq. par litre (par exemple : 6gr,14 de $MgSO^4 7H^2O$).

Dans certains cas, la cause de ces variations peut être saisie avec précision. Un élément à électrode de cuivre, dans une solution de chlorure de magnésium, donnait V = 101. Au bout de vingt-quatre heures on aérait, par agitation, l'électrolyte de l'appareil I, et la force électromotrice, au lieu de tomber à 0, tombait seulement à 57 millivolts. Si alors on faisait le vide dans l'appareil II, la double électrode E′ devenait bien l'anode, mais la force électromotrice n'était plus que 36. C'est qu'il s'était formé en E′ un peu d'oxyde de cuivre, et l'oxygène fixé sur l'électrode à l'état d'oxyde agit dans le même sens que l'oxygène dissous dans l'électrolyte qui baigne l'électrode.

Voici les principales lois du phénomène :

Les éléments où l'électrolyte est un sel de l'électrode ont une faible force électromotrice, et qui s'approche de 0 quand on fait croître la concentration :

Cu dans $CuSO^4$	0,022 gr.-éq. par litre	7 millivolts
	0,218	»	5 »
	2,18	»	2 »

Les éléments où l'électrode est du mercure et l'électrolyte un chlorure ont une très petite force électromotrice, tandis qu'avec le sulfate correspondant elle peut être considérable :

Hg dans	NaCl...	3	Na^2SO^4.....	86	toujours 0,05 gr.-éq. par litre
»	$MgCl^2$..	5	$MgSO^4$.....	158	
»	AzH^4Cl.	3	$(AzH^4)^2SO^4$.	74	
»	HCl....	2	H^2SO^4.....	55	

La cause de ces forces électromotrices est la suivante : le métal qui sert d'électrode se dissout toujours en plus ou moins grande quantité dans l'électrolyte ; la quantité dissoute varie avec la proportion d'oxygène dissous, et, en réalité, les deux électrodes plongent dans des solutions de concentrations différentes. On a, dès lors entre elles, si on les réunit extérieurement, un courant de concentration.

Les procédés chimiques permettent effectivement de reconnaître qu'un métal comme du mercure se dissout à la longue dans

un électrolyte, tel que du sulfate de magnésie, et cela d'autant plus aisément que la solution est plus aérée.

La théorie d'Helmholtz, sur les courants de concentration, nous apprend que la force électromotrice est proportionnelle à $\log \frac{m_1}{m_2}$, m_1 et m_2 étant les nombres de molécules du sel associées à la même quantité d'eau à la cathode et à l'anode.

Soit du zinc baignant dans du sulfate de zinc. La solution d'une très petite quantité du métal de l'électrode n'apporte qu'un changement insignifiant à la concentration du sel de zinc électrolysé : $\frac{m_1}{m_2}$ diffère très peu de 1, et V est d'autant plus voisin de 0 que la concentration initiale est plus forte ([1]).

Le mercure, en présence des sulfates métalliques, donne une force électromotrice plus grande qu'avec l'acide sulfurique : cet acide dissout plus de mercure que les solutions de sulfates; il en dissout plus à l'électrode aérée, mais il en dissout proportionnellement beaucoup plus à l'électrode à vide; de sorte que m_1 et m_2 étant tous deux plus grands, $\frac{m_1}{m_2}$ peut être plus petit, et, en effet, la force électromotrice est plus faible.

Appliquons maintenant les résultats précédents à l'étude du voltamètre. Supposons qu'on ait deux électrodes de mercure baignant dans de l'acide sulfurique : l'hydrogène dégagé à la cathode déplace le mercure qui s'y trouve en solution, et cette solution mercurique devient plus étendue; la cathode devient « plus anodique »; à l'anode, au contraire, SO^4 mis en liberté attaque Hg, et la solution se concentre. Une partie de la force électromotrice de polari-

---

([1]) Pour le mercure en présence des chlorures, la question est plus délicate. L'auteur se contente de dire qu'il se forme du calomel insoluble; cela prouve que m_1 et m_2 sont très petits, non que $\log \frac{m_1}{m_2}$ est très petit. Ce qu'on peut dire, c'est que le chlorure mercurique, qui se forme d'abord, se forme en proportions variables avec l'état d'aération : mais il est réduit au contact de la surface métallique de mercure, et cette réaction se poursuit jusqu'à ce qu'il reste dans la liqueur une trace imperceptible de mercure dissous, et *la même aux deux électrodes :* on conçoit très bien que cette réaction soit indépendante de la quantité d'oxygène dissous. Cette explication aurait d'ailleurs besoin d'être appuyée par l'expérience, mais celle que donne l'auteur est insuffisante.

sation est donc certainement due à des différences de concentration.

Si l'on compare la polarisation d'une surface de mercure employée comme cathode dans un voltamètre à acide sulfurique et à acide chlorhydrique, on trouve que la capacité de polarisation est beaucoup moindre dans le second cas, et il y a, en effet, beaucoup moins de mercure en solution.

Dans l'expérience de M. Lippmann, la constante capillaire au contact Hg | électrolyte commence à augmenter par la polarisation, le mercure étant toujours employé comme cathode. Cela tient en partie à ce que l'hydrogène naissant dégagé déplace le mercure de sa solution et la rend plus étendue. L'addition à une solution mercurielle d'une solution de sulfate de magnésie ou d'azotate de potasse diminue, en effet, la constante capillaire, comme l'auteur l'a vérifié en se servant d'un électromètre Lippmann, et la diminue d'autant plus que la solution mercurielle est plus concentrée. Au contraire, l'addition d'un chlorure augmente la constante capillaire.

Quand on a deux surfaces de mercure plongeant dans du sulfate de zinc, on trouve entre elles une différence électrique, si l'une est fraîche et l'autre sale, parce que dans celle-ci il y a dissolution du mercure sous l'influence de l'oxygène de l'air. Mais l'amalgame de zinc ne présentera rien de pareil; car, s'il se faisait un peu de sulfate de mercure, le zinc déplacerait immédiatement le mercure, et M. Pellat a vérifié, en effet, qu'avec deux surfaces de zinc amalgamé, on n'a qu'une différence électrique insignifiante. Le zinc et le cuivre donnent des résultats analogues à ceux que donne le mercure; mais ici les chlorures ne présentent rien de spécial.

Un point à noter, c'est que le zinc et le cuivre plongés dans l'eau distillée donnent (dans la pile à air) des forces électromotrices notables, 104 millivolts et 81 millivolts. Au contraire, le zinc, le mercure, le calomel, plongés dans une solution de chlorure de zinc, donnent des forces électromotrices très faibles. Il faut rapprocher cette remarque de ce fait, que l'élément de Volta éprouve, sous l'influence de l'air, des variations notables avec le temps, tandis que l'influence de l'air sur la pile à calomel d'Helmholtz est insignifiante.

Les métaux précieux, l'argent et le platine, paraissent donner lieu aux mêmes phénomènes. Ils se dissolvent en proportions infinitésimales; mais le rapport des concentrations aux deux électrodes peut avoir une valeur très différente de 1. Aussi la capacité de polarisation qu'on observe en employant la pile à air comme voltamètre est extrêmement faible avec ces métaux, tandis que la différence électrique entre les deux électrodes peut être notable.

En somme, la théorie de la polarisation du voltamètre ordinaire doit tenir grand compte de ces considérations. Le courant qui est lancé dans le voltamètre y développe les phénomènes qu'on reproduit dans la pile à air; et une partie de la force contre-électromotrice de polarisation est due à des différences de concentration.

B. Brunhes.

F. BRAUN. — Ueber die Volumenänderung von Gasen beim Mischen; ein Beitrag zur Frage, ob der Druck eines gesättigten Dampfes im Vacuum ein anderer ist, als in einem Gase (Variation de volume accompagnant le mélange de deux gaz; recherche préliminaire pour arriver à déterminer si la tension d'une vapeur saturée n'est pas la même dans le vide que dans un gaz); *Wied. Ann.*, t. XXXIV, p. 943; 1888.

Les recherches effectuées jusqu'ici sur la loi du mélange des gaz et des vapeurs présentent une cause d'erreur signalée par Regnault, et due à une condensation de la vapeur saturée sur les parois.

Pour s'en affranchir, l'auteur a recours à une méthode détournée. Il reprend l'étude précise de la loi du mélange de deux gaz, dans le cas où l'un des deux est facilement liquéfiable, et il opère sous une même pression à des températures décroissantes. Il choisit d'abord le mélange d'acide carbonique et d'acide sulfureux. Si, à mesure que l'acide sulfureux se rapproche de son point de liquéfaction, il se produit des écarts de plus en plus grands, ces écarts démontreront l'existence d'une action réciproque croissante entre les deux gaz, et une extrapolation légitime permettra d'admettre encore l'existence d'une action semblable lorsque l'acide sulfureux passera à l'état de vapeur saturée.

L'auteur se borne, dans le travail actuel, à la seule température de 0° et opère sous la pression atmosphérique.

Les deux branches d'un manomètre à mercure communiquent par des tubes d'acier très étroits avec des récipients A et C maintenus à zéro. L'un d'eux, A par exemple, est formé par l'ensemble de deux réservoirs sensiblement égaux *a* et *b* placés l'un au-dessus de l'autre. Le premier *a* communique avec le manomètre et est relié à *b* par un tube de communication muni d'un robinet.

De plus, les trois récipients *a*, *b*, *c* peuvent, au moyen de robinets, communiquer avec le dehors, et prendre ainsi la pression extérieure.

On remplit *a* de gaz sulfureux, *b* et *c* d'acide carbonique sous la pression extérieure. Puis on produit le mélange des deux gaz *a* et *b*. La capacité C demeure toujours isolée et n'a d'autre but que d'exercer une contre-pression sur le manomètre. Le mélange amène une variation de pression, on la mesure, et l'on en déduit, par un calcul facile, la variation δp qui se produirait si le volume A du mélange n'avait pas varié par suite de la dénivellation du mercure dans le manomètre.

En opérant sur divers mélanges, à la pression moyenne $p = 710^{mm}$, on trouve pour $100\frac{\delta p}{p}$ les valeurs suivantes :

	$100\frac{\delta p}{p}$.
CO^2 - SO^2	0,162
SO^2 - H	0,535
CO^2 - H	0,137
CO^2 - air	0,049
Az - H	0,029
Az - SO^2	0,371

Les valeurs de δp ne fournissent pas immédiatement les écarts avec la loi du mélange des gaz. Comme chaque gaz passe de son volume primitif à un volume double, les δp doivent être préalablement corrigés des écarts avec la loi de Mariotte. Mais les données relatives aux gaz facilement liquéfiables sont jusqu'ici peu nombreuses. Pour l'acide sulfureux notamment, Regnault a donné seulement deux nombres : ils se rapportent à la température de $7^{\circ},7$ et à des pressions différentes de la pression atmosphérique.

Tout récemment, M. Fuchs (¹) a repris cette étude et l'a étendue à l'acide sulfureux, l'acide carbonique, l'air et l'hydrogène.

En se servant de ces données pour faire les corrections, on atteint enfin les variations de pression imputables aux écarts avec la loi du mélange des gaz. On trouve, pour certains mélanges, qu'il se produit une diminution de pression; pour d'autres, au contraire, une augmentation :

		Regnault.	Fuchs.
		mm	mm
SO^2 - CO^2	diminution de pression........	5,28	3,88
SO^2 - H	»	1,56	0,16
SO^2 - Az	»	(2,67)(²)	(1,27)
CO^2 - air	»	0,36	
CO^2 - H	augmentation de pression...........	0,04	
H - air	»	0,22	
H - Az	»	(0,43)	

Le jour où l'on possédera des données plus exactes sur la loi de Mariotte, on pourra chercher à atteindre dans les expériences actuelles une précision plus grande, et l'on y parviendra en substituant au manomètre à mercure un manomètre à vaseline blanche.

La connaissance précise de la loi du mélange des gaz permettrait d'étudier théoriquement, d'une façon plus exacte, un certain nombre de problèmes, par exemple celui de la dissociation. Actuellement, on part de l'hypothèse que l'énergie ou l'entropie d'un mélange est la somme des énergies ou entropies des gaz composants. C'est sans doute dans le peu de rigueur de cette hypothèse qu'il faut chercher l'explication des écarts qui se produisent parfois entre la théorie et l'expérience.

En présence des résultats précédents, M. Braun croit pouvoir affirmer, dès à présent, relativement au mélange des gaz et des vapeurs, que la tension d'une vapeur saturée dans un gaz n'est pas toujours la même que dans le vide. Celle de l'acide sulfureux doit être plus petite, à son point d'ébullition, d'au moins $3^{mm},9$ dans l'acide carbonique, $1^{mm},3$ dans l'azote. E. Haudié.

(¹) Fuchs, *Progr. d. k. bayer. Realschule zu Kempten*, 1886-87.

(²) Les chiffres entre parenthèses ont été calculés en adoptant pour l'azote le même nombre que pour l'air.

A. WINKELMANN. — Die Verdampfung in ihrer Abhängigkeit vom äusseren Druck (Influence de la pression extérieure sur l'évaporation); *Wied. Ann.*, t. XXXIII, p. 445; 1888.

L'auteur, ayant recours dans ses recherches sur l'évaporation et sur la diffusion des vapeurs (¹) à la formule donnée en 1874 par M. Stefan pour l'évaporation, s'est proposé de la contrôler à nouveau par l'expérience.

Dalton admettait que la vitesse d'évaporation est proportionnelle à $\frac{p-p''}{P}$, p représentant la pression maxima de la vapeur qui règne à la surface du liquide, p'' la pression déjà existante de cette même vapeur dans l'atmosphère, P la pression extérieure supportée par le liquide. A cette expression M. Stefan a substitué la suivante

$$\log \frac{P-p''}{P-p}.$$

Il y a été conduit par des considérations théoriques et s'est borné, pour la vérifier expérimentalement, à faire varier p en laissant P constant. La variation de p s'obtenait en opérant sur de la vapeur d'eau prise à différentes températures.

M. Winkelmann se propose de faire varier P et, dans ce but, opère à température constante sous des pressions variables.

La méthode actuelle est identique à celle qu'il a mise en œuvre en 1884 dans le travail déjà cité, avec cette seule modification que l'appareil permet d'opérer sous différentes pressions. Le liquide dont on suit l'évaporation est placé dans un tube à essai plongeant presque complètement dans de l'acide sulfurique et contenu à la partie inférieure d'une grande éprouvette fermée, reliée à une machine pneumatique. L'acide sulfurique dépouille de vapeur d'eau l'atmosphère de l'éprouvette, de sorte qu'on a ici $p''=0$.

Si, dans deux expériences, p restant le même, P prend les valeurs P_1 et P_2, les deux expressions du rapport des vitesses d'éva-

(¹) Mémoires de 1884 et 1888 analysés dans le *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. IV, p. 514, 1885; t. VIII, p. 91, puis ci-dessous, p. 112.

poration sont

$$\frac{P_2}{P_1} \text{ (Dalton)}, \qquad \frac{\log \frac{P_1}{P_1 - p}}{\log \frac{P_2}{P_2 - p}} \text{ (Stefan)}.$$

Les valeurs de P_1 ont toujours été comprises entre 56^{mm} et 78^{mm}, et celles de P_2 sont restées voisines de 747^{mm}. La valeur de la dernière expression s'obtiendra en notant les temps et les niveaux correspondants du liquide dans le tube, si l'on admet que l'expression $\log \frac{P}{P - p}$ est proportionnelle à cette autre,

$$\frac{\frac{1}{2}(h_1 + h_0)(h_1 - h_0)}{t_1 - t_0},$$

dans laquelle h_0, h_1 représentent les distances du niveau du liquide dans le tube aux temps t_0, t_1.

Cette équivalence démontrée précédemment (¹) n'a lieu que si le temps t, nécessaire pour amener un abaissement de niveau de 1^{mm}, est exactement proportionnel à la distance moyenne h de ce niveau à l'orifice, c'est-à-dire que si $\frac{h}{t}$ est constant. Or, dès 1884, l'auteur a constaté par l'expérience que cela n'a pas lieu pour les petites valeurs de h. Le fait était à prévoir; car, s'il n'en était pas ainsi, la vitesse d'évaporation deviendrait infinie pour $h = 0$.

Quand h augmente, on trouve que $\frac{h}{t}$ croît d'abord; mais sa variation diminue progressivement, et, à partir d'une valeur assez grande de h, on peut regarder cette expression comme une constante. Cette valeur de h, au delà de laquelle seulement les observations sont correctes, dépend de la rapidité de l'évaporation. Elle est d'autant plus faible que la vitesse d'évaporation est plus lente. Par suite, elle est plus tôt atteinte et la période variable est moins étendue avec de fortes pressions que dans le cas de pressions plus faibles.

Au voisinage de la pression atmosphérique, l'auteur a pu opérer depuis $h = 11^{mm}$, tandis que sous la pression de $\frac{1}{10}$ d'atmosphère, il a dû atteindre $h = 56^{mm}$. Pour ces valeurs, on n'avait

---

(¹) *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. VIII, p. 92.

pas encore rigoureusement obtenu un régime constant de $\frac{h}{t}$, mais il a été tenu compte de l'erreur.

Les résultats trouvés montrent que les écarts entre la formule de M. Stefan et l'expérience n'offrent aucun caractère systématique et restent inférieurs en valeur absolue à 2,9 pour 100, tandis que la formule de Dalton donne des valeurs toutes trop faibles et les écarts varient entre 7,9 et 16,2 pour 100 (1).

La formule de M. Stefan est donc plus exacte que celle de Dalton.

L'auteur a cherché, en terminant, à contrôler entre elles ses différentes séries d'expériences, en comparant les valeurs qu'elles fournissent pour le coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans l'air. Les nombres trouvés varient entre 0,201 et 0,215. L'accord n'est pas très grand, mais le fait n'est pas surprenant, car chaque expérience ayant duré souvent plus de douze heures, la température moyenne obtenue au moyen des deux températures extrêmes est nécessairement incorrecte. E. Haudié.

A. WINKELMANN. — Ueber den Einfluss der Temperatur auf die Verdampfung und auf die Diffusion von Dämpfen (Influence de la température sur l'évaporation et la diffusion des vapeurs); *Wied. Ann.*, t. XXXVI, p. 93; 1889.

En 1884 (2), l'auteur a déjà étudié cette question de l'évaporation et de la diffusion d'une vapeur dans un gaz à deux températures différentes. Mais alors il se proposait surtout de rechercher l'effet de la variation du rapport dans lequel se trouvent mélangés le gaz et la vapeur. Il a été amené à conclure que le coefficient de diffusion est indépendant de la proportion des gaz composants.

Pour ramener à zéro les coefficients de diffusion D_t obtenus pour les températures des diverses expériences, il se servait de la

---

(1) M. Winkelmann n'a pas songé à comparer avec l'expérience la formule de M. Laval

$$\frac{p-p''}{P^n}.$$

(2) *Wied. Ann.*, t. XXII, p. 1 et 152, 1884; travail analysé par M. Bouty dans le *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 514; 1885.

formule

$$D_t = D_0 \left(\frac{273+t}{273}\right)^m.$$

Mais les déterminations de l'exposant m n'avaient été effectuées par Lohschmidt et Obermayer que pour un petit nombre de mélanges. Elles variaient de 1,742 à 2,050. Dans les autres cas, l'auteur a dû alors adopter pour m, sans pouvoir la contrôler, la valeur 2 assignée par la théorie cinétique des gaz.

Le travail actuel a précisément pour objet de faire connaître la variation d'un certain nombre de coefficients de diffusion avec la température et, par suite, de fournir quelques déterminations nouvelles de m.

La méthode est restée exactement la même, tant pour mesurer les vitesses d'évaporation que pour en déduire les coefficients de diffusion. Les résultats sont cependant plus précis parce que les expériences ont été beaucoup plus nombreuses, et aussi parce qu'on s'est approché beaucoup plus des conditions exigées; les variations du rapport $\frac{h}{t}$ (*voir* l'analyse précédente) ont été très faibles.

Les pressions étaient de 1500^{mm} à 1600^{mm}, et les températures des deux expériences nécessaires dans chaque cas pour permettre de déterminer les deux quantités D_0 et m étaient voisines de 20° et 100°.

Les expériences ont porté sur trois mélanges de vapeur d'eau et d'air, d'hydrogène ou d'acide carbonique, et ont conduit aux résultats suivants :

	m.	D_0.
Vapeur d'eau-air.........	1,774	0,2162
Vapeur d'eau-H..........	1,712	0,7516
Vapeur d'eau-CO^2........	1,972	0,1387

M. Winkelmann s'était déjà servi des valeurs de 1884, relatives au coefficient de diffusion, pour calculer par la théorie de M. Stefan le coefficient de frottement intérieur et, par suite, le chemin moyen d'une molécule d'un gaz ou d'une vapeur (¹). Il répète les mêmes calculs sur les nombres actuels pour en déduire les expo-

(¹) *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. IV, p. 517; 1885.

sants n de la formule

$$\eta_t = \eta_0 (1 + \alpha t)^n,$$

qui donne la variation du coefficient de frottement des gaz avec la température.

D'après la théorie cinétique, si l'on fait abstraction de l'hypothèse introduite en dernier lieu par Maxwell, η doit être proportionnel à la racine carrée de la température absolue, c'est-à-dire qu'on doit avoir $n = 0,5$. La méthode actuelle s'accorde avec toutes les méthodes antérieures pour donner une valeur plus grande; pour l'air, c'est 0,76.

Ce résultat peut s'expliquer par la supposition que le chemin moyen d'une molécule croît avec la température, ce que Stefan et Meyer interprètent en admettant que, lorsque la température s'élève, les centres de gravité des molécules se rapprochent davantage au moment du choc et le rayon de la sphère d'activité diminue.

Sous ce rapport, la vapeur d'eau se comporterait comme l'azote et l'air, dont le rayon de la sphère d'activité diminue moins rapidement que celui de l'acide carbonique. E. Haudié.

A. SCHRAUF. — Ueber die Verwendung einer Schwefelkugel zur Demonstration singularer Schnitte an der Strahlenfläche (Sur l'emploi d'une sphère de soufre pour mettre en évidence les sections singulières dans la surface de l'onde); *Wied. Ann.*, t. XXXVII, p. 127; 1889.

Le soufre est particulièrement avantageux pour ces expériences, par suite de sa forte biréfringence

$$\alpha = 2,2451, \quad \beta = 2,0373, \quad \gamma = 1,9584 \text{ à } 20°.$$

On déduit de ces nombres les valeurs suivantes pour les angles d'ouverture des cônes de double réfraction conique

Double réfraction conique intérieure........	6°52′
» » » extérieure........	7°16′

L'auteur emploie un cristal de soufre taillé en forme de sphère de $1^{cm},5$ de diamètre, reposant sur la plate-forme d'un goniomètre

par l'intermédiaire d'une sorte de petite calotte creuse en cire, qui permet de l'orienter dans toutes les directions.

Si l'on remplace la fente du collimateur par une ouverture circulaire de 1^{mm} de diamètre, on voit, à l'œil nu, se dessiner en général deux petites images de l'ouverture, à très petite distance de la sphère. Si, en particulier, le plan des axes optiques est normal à l'axe de rotation de la plate-forme, on voit, pour quatre orientations convenables, la double image se transformer en anneaux circulaires, de 2^{mm} environ de diamètre. La substitution d'un microscope à la lunette du goniomètre permet d'effectuer des mesures, dont les résultats concordent parfaitement avec ceux du calcul.

J. Macé de Lépinay.

K. SCHMIDT. — Ueber die elliptische Polarisation des an Kalkspath reflectirten Lichtes (Polarisation elliptique par réflexion sur le spath); *Wied. Ann.*, t. XXXVII, p. 353; 1889.

Pour rendre le phénomène plus simple, l'auteur s'est placé exclusivement dans le cas d'une réfraction uniradiale. En d'autres termes, la lumière incidente est polarisée de telle sorte qu'il n'existe dans l'intérieur du spath étudié qu'un seul rayon réfracté.

Cette condition est satisfaite lorsque la lumière transmise par le spath peut être complètement éteinte par un nicol. Les expériences sont relatives presque exclusivement à des faces de clivage ou naturelles, afin d'éviter l'influence du polissage.

Mesure de l'angle d'incidence principale. — On reçoit la lumière réfléchie sur un nicol dont le plan de polarisation est normal au plan d'incidence. On fait varier chaque fois l'angle d'incidence, jusqu'à ce que la lumière transmise par le nicol analyseur soit le plus complètement possible éteinte, en maintenant chaque fois la réfraction uniradiale.

Les résultats obtenus sont indépendants du temps écoulé depuis l'obtention de la face réfléchissante.

Si le rayon transmis est ordinaire, l'angle de polarisation maxima est donné très exactement par la loi de Brewster

$$\tang\varphi = n,$$

il est indépendant de l'orientation ω de la section principale du spath étudié par rapport au plan d'incidence, ainsi que de l'angle ψ de l'axe avec la surface réfléchissante.

Si le rayon transmis est extraordinaire, l'angle de polarisation φ' dépend à la fois de ces deux angles. Les résultats sont très bien représentés par la formule de Neumann [1]

$$\tan \varphi'' = \frac{2 \tan \psi \sin^2 \varphi' + n^2 \sin 2\varphi' \cos \omega}{n^2 \tan \psi \sin 2\varphi' + 2(n^2 - \sin^2 \varphi') \cos \omega},$$

où φ'' est l'angle de réfraction de l'onde extraordinaire.

Mesure de la différence de phase. — L'auteur a fait usage du compensateur de Babinet; la lumière employée est la lumière Drummond transmise à travers un verre rouge. On n'a pu effectuer qu'un nombre limité de mesures; car on ne peut orienter le polariseur de la manière la plus convenable, comme l'a fait Jamin pour la réflexion vitreuse, par suite de la nécessité d'établir chaque fois la réfraction uniradiale.

Dans tous les cas possibles, la différence de marche $\delta = \frac{\lambda}{4}$ correspond très exactement à l'angle de polarisation maximum. Ce fait méritait d'être vérifié, car il ne se produit nullement dans le cas d'une réfraction biradiale.

Dans le cas du rayon ordinaire, la polarisation elliptique par réflexion est sensible sur une étendue totale de plus de 10°, et ses variations avec l'angle d'incidence présentent le même caractère qu'offrent, d'après Jamin, les substances isotropes d'indice supérieur à 1,46.

Dans le cas du rayon extraordinaire, les résultats dépendent à la fois de ω et de ψ; d'ailleurs la différence de marche varie avec l'incidence à peu près comme pour les milieux isotropes; la forme elliptique de la vibration réfléchie est appréciable sur une étendue de 8° à 10°. Il y a presque toujours retard de la vibration normale au plan d'incidence; il n'y a eu avance de cette vibration que dans le cas d'une face artificielle parallèle à l'axe.

Signalons ce fait que ce n'est que pour des corps beaucoup plus

---

[1] *Pogg. Ann.*, t. XLII, p. 1; 1837.

réfringents que le spath, le diamant ou la blende, que la forme elliptique de la vibration est appréciable sur une étendue aussi considérable. J. MACÉ DE LÉPINAY.

ZEITSCHRIFT FUR INSTRUMENTENKUNDE;

T. IX, 1889.

Premier Congrès des mécaniciens allemands, p. 385.

Ce Congrès avait pour but de discuter diverses questions d'un intérêt général pour la mécanique de précision, et de s'entendre sur les intérêts matériels des mécaniciens allemands. L'assemblée a décidé, en particulier, de s'adresser au gouvernement de l'Empire pour que celui-ci engage le gouvernement danois à faire des recherches en Islande, de manière à fournir le spath nécessaire aux instruments d'optique. La question des pas de vis a été ensuite discutée longuement. Les formules de Thury ont été particulièrement prises en considération. Pour terminer, l'Institut physicotechnique de l'Empire a été chargé d'étudier la question et de faire des propositions. Un appendice contient les tarifs douaniers sur les instruments de précision pour tous les pays du monde.

F. MYLIUS. — Examen de la surface du verre à l'aide d'une coloration, p. 50.

O. SCHOTT. — Sur la pénétration de l'eau dans le verre, p. 86.

F. MYLIUS et F. FOERSTER. — Sur la solubilité des verres de potasse et de soude dans l'eau, p. 117.

Ces recherches font partie d'un grand ensemble de travaux entrepris en Allemagne, dans le but de réaliser des verres convenant le mieux possible à divers usages. Dans les verres optiques, on a cherché à atteindre une grande pureté, avec des indices de réfraction déterminés pour diverses radiations. Pour la fabrication des niveaux, des fioles de laboratoire, des thermomètres, on s'est attaché plutôt à chercher l'insolubilité et à éviter les déformations permanentes ou résiduelles. Ces travaux ont déjà conduit à la découverte de quelques principes généraux qui doivent guider dans la fabrication.

Dans le premier Mémoire dont nous parlons, l'auteur indique

un procédé permettant de se faire très rapidement une idée de la solubilité d'un verre. On introduit dans l'éprouvette à examiner une certaine quantité d'éther saturé d'eau et tenant en dissolution 1^{gr} d'éosine ($C^{20}H^8I^4O^5$) pour 1^{lit} d'éther. L'eau attaque le verre, et l'éther sert de véhicule à l'éosine, puis forme un sel avec l'alcali dissous. Au bout de vingt-quatre heures, on enlève la solution, et le verre, lavé avec de l'éther, apparaît d'autant plus coloré qu'il a été plus fortement attaqué par l'eau. Le verre traité par l'eau chaude et chauffé ensuite vers 400° se recouvre d'une couche de silice impénétrable; il en est de même de la silice déposée par électrolyse du verre sur une de ses faces. Lorsqu'on rode la surface du verre et qu'on la repolit parfaitement, la nouvelle surface paraît plus attaquable que la surface naturelle.

M. Schott décrit des expériences qui consistaient à faire bouillir le verre pendant quelques jours dans l'eau distillée, puis à le chauffer jusqu'à 150°. Les verres de qualité inférieure perdaient des alcalis et se craquelaient. On jugeait de l'intensité de l'attaque par la perte de poids. Les verres de soude résistaient mieux que les verres de potasse.

Dans le dernier travail, les auteurs, après avoir comparé des verres contenant 2, $1\frac{3}{4}$, $1\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{4}$, 1 molécule de potasse ou de soude pour 6 molécules de silice, et 0, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, 1 molécule de chaux, les réduisirent en poudre et les firent digérer pendant cinq heures dans de l'eau distillée. Les premiers verres formèrent avec l'eau une masse gélatineuse. Parmi les autres, les verres de potasse furent beaucoup plus attaqués que les verres de soude; ils l'étaient d'autant plus qu'ils contenaient moins de chaux. Le verre $1,75K^2O$, $0,25CaO$, $6SiO^2$ montre une solubilité plus de deux cent soixante fois plus forte que le verre Na^2O, CaO, $6SiO^2$; ce dernier est presque identique au verre dur français.

P. MOENNICH. — L'inducteur pour mesures à distances, et son emploi dans les mesures de températures, p. 122.

Deux bobines plates, dont l'une, A_1, est placée à l'endroit dont on veut connaître la température, l'autre, A_2, au poste central, font partie d'un circuit contenant une pile et un trembleur. Deux autres bobines plus petites, B_1, B_2, sont montées respectivement à l'intérieur des premières, sur des axes situés à l'intersection de

leurs plans; elles peuvent tourner, de telle manière que les courants d'induction engendrés dans chaque bobine B par la bobine A correspondante varient de zéro jusqu'à un certain maximum, atteint lorsque les bobines sont dans le même plan. Les bobines B sont opposées sur une ligne contenant un téléphone. Les systèmes 1 et 2 étant exactement semblables, le téléphone se tait lorsque les bobines B sont semblablement placées. On peut donc, en manœuvrant la bobine B_2 déterminer la position de la bobine B_1. L'auteur propose de commander le mouvement de B_1 par un thermomètre métallique.

Le cadran sur lequel B_2 marque sa position serait alors gradué d'après les indications de ce thermomètre.

W. MAREK. — Support parasecousses pour balances, p. 175.

La balance repose sur un caisson étanche, nageant dans un bain de glycérine, et supporté en outre par quatre chaînettes fixées aux quatre coins du caisson, et allant en s'éloignant vers le haut. La hauteur du bain est réglée de telle sorte que les chaînettes soient très peu tendues. Pendant les opérations préliminaires, le caisson est entièrement soulevé à l'aide d'une vis; on le ramène à sa position normale au moment où l'on déclenche la balance.

Suivant l'auteur, la balance est presque insensible aux ébranlements. Le plus grand inconvénienn de ce procédé est d'introduire un liquide dans la cage de la balance.

Cette suspension conviendrait sans doute aux galvanomètres.

W. LASKA. — Sur un nouvel appareil pour mesurer la densité de la Terre, p. 354.

L'appareil se compose d'un pendule dont le poids sphérique est placé en regard d'une sphère creuse en verre, que l'on peut remplir de mercure à volonté, par des tuyaux traversant le plafond de la salle. La déviation du pendule qui en résulte se mesure à l'aide de franges d'interférences qu'on établit à l'extrémité d'une tige prolongeant le pendule vers le haut. On reconnaît, dans l'emploi du mercure, le procédé de MM. Cornu et Baille, et dans la mesure par les franges, la méthode souvent employée de M. Fizeau. L'appareil ne contient donc de nouveau que la disposition.

CH.-ED. GUILLAUME.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, tome XIX; janvier 1890.

H. Lescœur. — *Recherches sur la dissociation des hydrates salins* (2e Mémoire), p. 35.

E. Bichat et A. Guntz. — *Étude sur la production de l'ozone par les décharges électriques*, p. 131.

Février 1890.

E. Gossart. — *Mesure des tensions superficielles dans les liquides en caléfaction* (*Méthode des larges gouttes*), p. 173.

Wiedemann's Annalen.

T. XXXIX, n° 1; 1890.

A. Winkelmann. — *Composition de la vapeur émise par les mélanges liquides*, p. 1.

W.-C. Röntgen. — *Propriétés électriques du quartz*, p. 16.

H.-E.-G.-G. du Bois. — *Le phénomène magnéto-optique de Kerr*, p. 25.

F. Paschen. — *Tension superficielle et force électromotrice à la surface de séparation du mercure et d'un électrolyte*, p. 43.

F. Richarz. — *Polarisation galvanique d'électrodes de platine dans l'acide sulfurique pour de grandes densités de courant*, p. 67.

C. Bender. — *Indices de réfraction de solutions salines normales*, p. 89.

B. Walter. — *Polarité apparente de la lumière dans les franges de Talbot*, p. 97.

E. Wiedemann. — *Sur l'histoire des miroirs ardents*, p. 110.

F. Neesen. — *Calorimètre à évaporation*, p. 131.

A. Eichhorn. — *Sirène vocale nouvelle; méthode de production des sons vocaux*, p. 148.

J. von Kowalski. — *Élasticité et cohésion du verre à de hautes températures*, p. 155.

F. Braun. — *Remarques sur les courants de déformation*, p. 159.

SUR LA LOCALISATION DES FRANGES D'INTERFÉRENCE DES LAMES MINCES ISOTROPES;

PAR M. J. MACÉ DE LÉPINAY.

On sait que les franges d'interférence des lames minces isotropes (anneaux de Newton) paraissent localisées sensiblement dans la lame mince qui leur a donné naissance. Ce n'est là toutefois qu'une approximation d'autant plus insuffisante que l'on considère des franges d'ordre plus élevé, telles qu'on peut les obtenir au moyen d'une source de lumière homogène.

La recherche de la surface sur laquelle viendraient se peindre les anneaux de Newton, c'est-à-dire le lieu des points que l'on devrait viser *sous incidence constante,* au moyen d'une lunette ou d'un microscope, pour obtenir chaque fois des franges parfaitement nettes, a été abordée à deux reprises différentes par MM. Sohncke et Wangerin (¹). Mais, si ces auteurs sont partis d'un principe exact, identique au fond à celui qui servira de base à ce travail, les hypothèses gratuites qu'ils se sont crus en droit de faire, dans leur premier essai, en vue de simplifier les calculs, et la complexité de ces derniers dans leurs recherches ultérieures leur ont masqué les particularités les plus curieuses du phénomène. Ils n'ont pas vu, en particulier, que le problème qu'ils s'étaient posé ne comporte pas, en général, de solution. Les mêmes critiques sont applicables à l'étude faite par M. Gumlich (²), par la seconde méthode de calcul des auteurs précédents, des anneaux vus dans la lumière transmise.

Je ne ferai que signaler les recherches faites sur le même sujet (lumière réfléchie) par M. Feussner (³), car il n'a pas supposé réalisées des conditions expérimentales bien définies. Si l'on considère en effet avec lui le phénomène qui se dessine sur un écran normal à l'axe optique d'une lentille de projection, on étudie par cela même la production de franges aux différents points desquelles ne correspond pas la même incidence.

(¹) *Wied. Ann.*, t. XII, p. 1 et 201; 1881, et *Journ. de Phys.*, 2ᵉ série, t. I, p. 140.
(²) *Wied. Ann.*, t. XXVI, p. 337; 1885.
(³) *Wied. Ann.*, t. XIV, p. 545; 1881, et *Journ. de Phys.*, 2ᵉ série, t. I, p. 186.

M. Mascart a récemment envisagé la même question sous un point de vue entièrement différent. Admettant que les franges sont sensiblement localisées dans la lame mince, mais constatant (ce qui avait échappé aux auteurs précédents) l'impossibilité de voir distinctement, le plus souvent, les franges d'ordre élevé, il s'est préoccupé d'en expliquer la disparition. Il a montré, en particulier, le rôle que jouent les lignes focales, images d'un point de la lame mince, vu à travers la lame épaisse qui la surmonte le plus souvent (¹).

Partie théorique.

Préliminaires. — Je me propose : 1° de démontrer qu'une surface lieu des anneaux, telle que l'ont cherchée MM. Sohncke et Wangerin ou Feussner, n'existe pas en réalité ; 2° d'établir les conditions dans lesquelles on doit se placer pour obtenir des franges parfaitement nettes ; 3° de soumettre au contrôle de l'expérience les conséquences de la théorie.

Nous supposerons, pour fixer les idées, que l'on fait usage, pour observer les franges, de l'appareil classique de la Provostaye et Desains (²). Le tube porte-oculaire est mobile et gradué, de telle sorte que l'on puisse faire varier la position du point visé sur l'axe optique, et en connaître chaque fois la distance à un point fixe de cet axe. L'angle d'incidence est, dans chaque expérience, celui qui correspond à l'axe optique, et la région utilisée de la lame mince celle qui se trouve sur le prolongement optique de cette même droite. Il est utile de remarquer que, pour définir rigoureusement les conditions de chaque expérience, il faut porter exclusivement son attention sur les parties du champ qui avoisinent

(¹) *Traité d'Optique*, t. I, p. 439 ; 1889. Cette théorie est toutefois insuffisante, ce qui se conçoit si l'on remarque que les franges viennent parfois se peindre à une distance notable de la lame mince ; j'ai eu, en effet, l'occasion d'observer des franges parfaitement localisées à $3^c,5$ au-dessus ou au-dessous de la lame mince (lame prismatique, arête normale au plan d'incidence, objectif de la lunette d'observation complètement à découvert). M. Mascart a bien voulu faciliter mon travail, en me communiquant les épreuves de son Ouvrage plusieurs mois avant sa publication. Qu'il me soit permis de lui en exprimer ici toute ma reconnaissance.

(²) *Annales de Chimie et de Physique*, [3], t. XXVII, p. 423 ; 1849.

immédiatement la croisée des fils du réticule; car les autres points ne correspondent ni à la même incidence, ni à la même région de la lame mince. Il est avantageux à cet effet de réduire fortement le diamètre du diaphragme qui porte le réticule.

Théorie générale. — Soit P le point de l'axe optique dont l'image, à travers l'objectif, coïncide avec la croisée des fils. Nous savons que le phénomène qui vient se peindre dans le plan du réticule est semblable à celui qu'on observerait sur un écran E, normal à l'axe optique, et passant par P (¹).

Supposons tout d'abord que la source éclairante soit réduite à un point unique S. Une onde issue de ce point (en ne tenant compte que d'une seule réflexion dans l'intérieur de la lame mince) se dédouble en rencontrant l'une et l'autre face de la lame mince, et les deux ondes ainsi produites parviennent au bout de temps inégaux, mais déterminés, en un point quelconque donné de l'espace. Il existe donc deux rayons seulement (trajectoires orthogonales de ces ondes) qui, après réflexion l'un à l'extérieur, l'autre à l'intérieur de cette lame, parviennent en chacun des points de l'écran E. Les deux mouvements vibratoires correspondants présentent une différence de marche déterminée pour chacun de ces points, mais variable de l'un à l'autre. On verra donc se dessiner sur l'écran un système de franges, parfaitement nettes dans tous les cas.

Mais si nous faisons usage d'une source lumineuse étendue, celle-ci se compose d'une infinité de points lumineux, tels que S, *indépendants* les uns des autres, et à chacun d'eux correspond sur l'écran E un système particulier de franges. Le résultat de leur superposition sera de donner, en général, à l'écran considéré un éclat sensiblement uniforme (²).

Il sera donc impossible de distinguer les franges qui avoisinent immédiatement le point P, sur lequel, nous le savons, nous devons

(¹) On sait, en effet, que tous les mouvements vibratoires issus d'un point viennent se réunir en son image, après avoir parcouru, dans l'intervalle, des chemins équivalents.

(²) Les mouvements vibratoires provenant de points différents de la source ne peuvent interférer, et l'intensité en chaque point de l'écran est la somme des intensités dues à chacun d'eux.

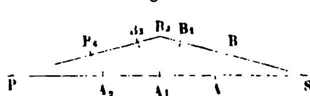
porter exclusivement notre attention, *à moins que les circonstances de l'expérience n'aient été choisies de telle sorte que, pour ce point particulier, la différence de marche soit la même pour tous les points de la source susceptibles de contribuer à son éclairement.* Si, en effet, cette condition est rigoureusement satisfaite pour ce point, elle le sera sensiblement pour les points voisins, et le champ de la lunette sera traversé par un système de franges présentant en P un maximum de netteté.

La localisation des franges, si elle existe, et, dans tous les cas, les phénomènes que nous aurons à étudier sont consécutifs, on le voit, de l'étendue de la source éclairante.

Calcul de la différence de marche. — Il est nécessaire, pour appliquer cette théorie, de calculer tout d'abord la différence de marche que présentent, en leur point de croisement P, les deux rayons provenant d'un point quelconque S de la source. Nous envisagerons le cas le plus général, celui d'une lame mince constituée par un milieu d'indice quelconque compris entre une lame épaisse réfringente à faces sensiblement parallèles et une surface réfléchissante de forme quelconque. Nous supposerons seulement que l'épaisseur de la lame mince est petite dans toute son étendue, et nous ne tiendrons compte, pour le moment, que d'une réflexion unique à l'intérieur de la lame mince.

La trajectoire du rayon issu de S qui se réfléchit extérieurement sur la lame mince est tout entière contenue dans un même

Fig. 1.



plan normal à sa face supérieure, et se projette sur le plan de cette face suivant SAA_1A_2P (*fig.* 1), les points A, A_1, A_2 étant les points successifs de réfraction ou de réflexion du rayon considéré. La trajectoire du rayon qui se réfléchit à l'intérieur de la lame se compose de deux parties, contenues dans des plans normaux tous les deux à la lame épaisse, mais inclinés l'un sur l'autre, ainsi que sur le plan SA_1P, d'angles d'ailleurs très petits. Ce rayon se projette sur le plan de la figure en $SBB_1B_2B_3B_4P$, les points B, B_1, ...

étant les points successifs de réfraction ou de réflexion (en B_2) de ce rayon.

Désignons par i, r', r', i les angles d'incidence et de réfraction correspondant au rayon SA_1P et par i_1, r'_1, r_1, r_2, r'_2 et i_2 ceux qui correspondent au rayon SB_2P, inscrits les uns et les autres dans l'ordre où ils se présentent en allant de S en P. Si c est la distance de S au-dessus de la surface supérieure de la lame épaisse, c_1 celle de P à cette même face, h l'épaisseur de la lame épaisse et n' son indice, e l'épaisseur de la lame mince en B_2, comptée normalement à la lame épaisse, et n son indice, la différence de marche cherchée est donnée par

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned} \delta = {} & c\left[\frac{1}{\cos i_1} - \frac{1}{\cos i}\right] + c_1\left[\frac{1}{\cos i_2} - \frac{1}{\cos i}\right] \\ & + n'h\left[\frac{1}{\cos r'_1} + \frac{1}{\cos r'_2} - \frac{2}{\cos r'}\right] + ne\left[\frac{1}{\cos r_1} + \frac{1}{\cos r_2}\right]. \end{aligned}\right.$$

Cette expression est compliquée, mais l'artifice suivant permet de la simplifier. Les angles A_1SB_2 et A_1PB_2 de la *fig.* 1 étant tous les deux très petits, on peut écrire

$$SP = SB_2 + B_2P$$

ou, en remplaçant,

$$(2)\quad \left\{\begin{aligned} 0 = {} & c(\operatorname{tang} i - \operatorname{tang} i_1) + c_1(\operatorname{tang} i - \operatorname{tang} i_2) \\ & + h(2\operatorname{tang} r' - \operatorname{tang} r'_1 - \operatorname{tang} r'_2) - e(\operatorname{tang} r_1 + \operatorname{tang} r_2). \end{aligned}\right.$$

Ajoutons membre à membre les équations (1) et (2), après avoir multiplié les deux membres de la seconde par $\sin i$. Il est facile de voir, en effectuant les calculs, que, dans la nouvelle expression de δ ainsi obtenue, les longueurs c_1, c et h entrent uniquement dans des termes de la forme

$$a\left[\frac{1}{\cos\beta} - \frac{1}{\cos\alpha} + \sin\alpha(\operatorname{tang}\alpha - \operatorname{tang}\beta)\right],$$

les angles β et α étant très peu différents, si l'épaisseur e est petite.

Posons alors

$$\sin\beta = (1 + \varepsilon)\sin\alpha,$$

ε étant une quantité très petite avec e, et négligeons les termes en

ε^2; l'expression précédente prend la forme

$$\frac{a\varepsilon}{\cos\beta}(\sin^2\alpha - \sin^2\alpha) = 0,$$

de telle sorte que l'expression de δ devient simplement

$$\delta = ne\left\{\frac{1}{\cos r_1} + \frac{1}{\cos r_2} - \sin r(\tang r_1 + \tang r_2)\right\},$$

où r est l'angle de réfraction dans la lame mince correspondant à l'angle d'incidence i dans l'air ($\sin i = n \sin r$).

Cette expression se simplifie encore si l'on remarque que, si l'épaisseur e est petite, les angles r, r_1, r_2 sont très voisins, de telle sorte que l'on peut écrire

$$\delta = 2ne\cos r + \eta,$$

η étant une quantité très petite de l'ordre de grandeur de e^2, et par suite négligeable.

En résumé, le calcul complet conduit au même résultat que la théorie élémentaire bien connue. Encore était-il nécessaire de le démontrer.

Recherche de l'équation de condition. — La recherche des conditions de netteté des franges se simplifie si l'on remarque que l'étendue de la surface utile de la lame mince est toujours petite: car elle est définie par le cône, d'ouverture toujours petite [1], qui a pour sommet le point P et pour base la partie découverte de l'objectif. Nous pourrons dès lors substituer chaque fois à la lame mince, de forme quelconque, une lame prismatique limitée par les plans à ses deux faces tangents, l'un en A_1, l'autre au pied de la normale menée par ce point à la face inférieure de la lame mince.

Choisissons alors trois axes rectangulaires de coordonnées, tels que le plan des xy se confonde avec la face supérieure de la lame mince, et que le plan des xz soit parallèle au plan d'incidence correspondant à l'axe optique. L'origine sera placée sur l'arête du

[1] Le demi-angle au sommet de ce cône, dans les conditions où je me suis placé, n'a jamais dépassé 1°30'.

prisme, et la direction négative de l'axe des x tournée vers l'observateur.

Soient

α l'angle au sommet (très petit) de la lame prismatique;
i l'angle d'incidence correspondant à l'axe optique;
r' l'angle de réfraction correspondant dans la lame épaisse, dont l'indice est n';
r l'angle de réfraction correspondant dans la lame mince, dont l'indice est n;
D la distance du point visé P, comptée dans la direction de l'axe optique, au-dessus de la surface supérieure de la lame épaisse;
x, y, o les coordonnées du point où le rayon qui émerge dans la direction de l'axe optique s'est réfléchi sur la surface supérieure de la lame mince;
a la distance de ce point à l'arête du prisme;
e l'épaisseur de la lame mince en ce point ($e = a\alpha$);
h l'épaisseur de la lame épaisse;
u l'angle de l'arête du prisme avec l'axe des x, cet angle étant compté positivement de Ox vers Oy.

Sans revenir sur la discussion qui a été faite, on voit que, la différence de marche correspondant à la direction de l'axe optique étant

$$\delta = 2ne\cos r,$$

la condition de netteté des franges au point P sera

$$d\delta = 2n\cos r\, de - 2ne\sin r\, dr = 0$$

pour tous les points utiles de la source, ou, ce qui revient au même, pour toute la région utile de la lame mince.

Soient donc $x + \xi$, $y + \eta$, o les coordonnées d'un point quelconque de la face supérieure de la lame mince, voisin du point x, y, o; ξ et η étant *deux variables indépendantes*, très petites l'une et l'autre. Si l'on tient compte des relations suivantes, qui s'établissent sans difficulté,

$$de = \alpha\, da = \frac{e}{a}(\eta\cos u - \xi\sin u)$$

et

$$\xi = \frac{\mathrm{D}\, di}{\cos i} + \frac{h\, dr'}{\cos^2 r'} = \frac{n\cos r(n'\mathrm{D}\cos^3 r' + h\cos^2 i)}{n'\cos^2 i\cos^3 r'}\, dr,$$

l'équation de condition prend la forme

$$\frac{\cos^2 r \cos u}{a}\,\eta + \left[\frac{\cos^2 r \sin u}{a} - \frac{\sin r \cos^2 i}{n\left(\mathrm{D} - \dfrac{h}{n}\dfrac{\cos^2 i}{\cos^3 r}\right)}\right]\xi = 0.$$

Une conséquence immédiate de l'examen de cette équation de condition est *qu'il n'existe pas de surface lieu des anneaux*, telle que l'ont recherchée MM. Sohncke et Wangerin ou Feussner. Il faudrait en effet, pour déterminer le point de cette surface qui se trouve sur l'axe optique de la lunette, pouvoir calculer une valeur de D qui annulât simultanément les coefficients des deux variables indépendantes ξ et η.

Emploi d'une fente et formules. — Il est possible toutefois d'obtenir des franges parfaitement nettes; mais ce sera à condition d'établir une certaine relation entre les variables ξ et η (ces variables étant d'ailleurs très petites, cette relation se réduira toujours à une relation linéaire). Il suffit à cet effet d'interposer quelque part entre la source et l'objectif un écran percé d'une fente, qu'il est particulièrement commode de placer contre l'objectif même.

Supposons donc qu'il existe entre ξ et η une relation de la forme

$$\frac{\eta}{\xi} = \operatorname{tang}\varphi.$$

L'équation de condition devient, après réduction,

$$\text{(1)} \qquad \mathrm{D} - h\frac{\cos^2 i}{n'\cos^3 r'} = a\frac{\cos^2 i \sin r}{n \cos^2 r}\,\frac{\cos\varphi}{\sin(\varphi - u)}.$$

Cette équation définit, dans chaque cas particulier, le point que l'on doit viser pour obtenir le maximum de netteté, *mais la position de ce point dépend essentiellement de φ et varie par suite avec l'orientation de la fente qui recouvre l'objectif.* Ce fait n'avait pas été, à ma connaissance, signalé jusqu'ici.

La formule (1), relative au cas d'une lame mince prismatique, peut être facilement transformée de manière à s'appliquer à celui des anneaux de Newton. Définissons à cet effet le point de la lame correspondant à l'axe optique (x et y) par ses coordonnées polaires R et ψ dans le plan $x\mathrm{O}y$, en prenant comme origine le

centre des anneaux (nous supposons que l'épaisseur soit nulle en ce dernier point), nous aurons, en comptant l'angle ψ à partir de Ox et dans le même sens que u,

$$R = 2a \quad \text{et} \quad \psi = u + 90^\circ,$$

de sorte que l'équation (1) devient

$$(2) \qquad D + h\frac{\cos^2 i}{n'\cos^3 r'} = \frac{R}{2}\frac{\cos^2 i \sin r}{n\cos^2 r}\frac{\cos\varphi}{\sin(\psi-\varphi)}.$$

Il importe de remarquer que l'angle φ qui figure dans les formules (1) et (2) n'est pas directement mesurable. Proposons-nous de le calculer.

Nous supposerons à cet effet que le disque à fente, fixé sur l'objectif, soit muni d'un index qui se déplace sur un cercle gradué normal à l'axe optique de la lunette. Cet index est supposé placé vis-à-vis du zéro lorsque la fente est dans le plan d'incidence. Soit φ' l'angle lu sur le limbe, qui correspond à une orientation quelconque de la fente, angle compté positivement dans le même sens que φ, c'est-à-dire de la gauche vers la droite de l'observateur.

Si nous considérons le plan qui passe par l'axe optique et la fente, la trace de ce plan sur la face supérieure de la lame épaisse fera avec la direction Ox un angle φ_1 donné par

$$\tang\varphi_1 = \tang\varphi' \cos i.$$

Soient PA_1 la direction de l'axe optique et PB_1 une direction voisine telle que le plan A_1PB_1 contienne la fente, A_1 et B_1 étant leurs points de rencontre avec la surface supérieure de la lame épaisse. Choisissons sur la surface inférieure de cette même lame deux points A et B, tels qu'un rayon dirigé suivant AA_1 émerge suivant A_1P et qu'un rayon BB_1 émerge suivant B_1P; l'angle de A_1B_1 avec la direction Ox n'est autre que φ_1 et celui de AB avec cette même droite est égal à φ.

Représentons par x, y, o les coordonnées de A; par $x+\xi$, $y+\eta$, o celles de B; par x_1, y_1, h celles de A_1 et enfin par $x_1+\xi_1$, $y_1+\eta_1$, h celles de B_1. Nous abaisserons de B et B_1 les normales au plan PA_1A, et nous projetterons la figure sur le plan xOy (*fig.* 2). Les triangles semblables PBC, PB_1C_1 donnent la

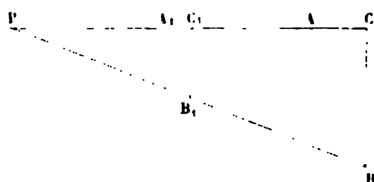
relation

$$\frac{BC}{B_1C_1} = \frac{\eta}{\eta_1} = \frac{PC}{PC_1},$$

qui peut s'écrire, en remarquant que $AC = \xi$ et $A_1C_1 = \xi_1$ sont tous les deux très petits,

$$\frac{\eta}{\eta_1} = \frac{PA}{PA_1} = \frac{D\sin i + h \operatorname{tang} r'}{D \sin i}.$$

Fig. 2.



En projetant la même figure sur le plan des xOz, il serait facile, d'autre part, d'établir la relation

$$\frac{\xi}{\xi_1} = \frac{D + h\dfrac{\cos^2 i}{n'\cos^3 r'}}{D}.$$

En divisant membre à membre ces deux équations, on obtient finalement

$$(3) \qquad \operatorname{tang}\varphi = \operatorname{tang}\varphi' \cos i \frac{D + h\dfrac{\operatorname{tang} r'}{\sin i}}{D + h\dfrac{\cos^2 i}{n'\cos^3 r'}}.$$

L'ensemble des équations (1) et (3) ou (2) et (3) résout complètement le problème. Il est avantageux de les mettre sous une forme plus simple en posant

$$\frac{a'}{a} = \frac{R'}{R} = \frac{\cos^2 i \sin r}{n\cos^2 r}, \qquad d = h\frac{\operatorname{tang} r}{\sin i}, \qquad d' = h\frac{\cos^2 i}{n'\cos^3 r'}.$$

Elles deviennent alors

$$(1\ bis) \qquad D + d' = a'\frac{\cos\varphi}{\sin(\varphi - u)},$$

$$(2\ bis) \qquad D + d' = \frac{R'}{2}\frac{\cos\varphi}{\cos(\psi - \varphi)},$$

$$(3\ bis) \qquad \operatorname{tang}\varphi = \operatorname{tang}\varphi' \cos i \frac{D + d}{D + d'}.$$

C'est sous cette forme que nous en ferons exclusivement usage (3); mais il est nécessaire tout d'abord de compléter, sur deux points différents, la théorie qui précède ([1]) :

1° *Réflexions multiples.* — Nous devons tenir compte, en premier lieu, des réflexions multiples à l'intérieur de la lame mince.

Considérons à cet effet une onde ayant subi p réflexions successives à l'intérieur de cette lame. Un calcul calqué sur celui qui a été exposé permet d'établir que, si la quantité pe est petite, la différence de marche au point P des mouvements vibratoires correspondant à cette onde et à celle qui s'est réfléchie une seule fois extérieurement, sur la lame mince, est

$$\delta_p = 2npe\cos r = 2npa\alpha\cos r,$$

et celle correspondant à deux ondes réfléchies extérieurement, l'une p fois, l'autre q fois, est

$$\delta_{p-q} = 2n(p-q)a\alpha\cos r.$$

Elle est donc la même que celle qui correspondrait à deux ondes réfléchies une seule fois, l'une extérieurement, l'autre intérieurement, sur une lame mince d'épaisseur $(p-q)a\alpha$. D'ailleurs p et q sont très petits; car, par suite de l'affaiblissement de la lumière à chaque réflexion, on n'a à considérer que des rayons ayant subi un petit nombre de réflexions. L'angle $(p-q)\alpha$ est donc toujours très petit.

Or les équations trouvées sont indépendantes de l'angle au sommet du prisme supposé petit. On en conclut que, si les conditions de netteté sont satisfaites pour les rayons n'ayant subi qu'une seule réflexion sur les deux faces de la lame mince, elles le seront en même temps pour tous les autres. L'influence des réflexions multiples à l'intérieur de la lame mince est donc nulle.

([1]) Les longueurs d et d' ont une signification physique simple. Si nous considérons le point de la lame mince qui se trouve sur le prolongement optique de l'axe de la lunette (point A de la *fig.* 2), l'image de ce point, fournie par le faisceau étroit de rayons qui pénètrent à travers l'objectif, est constituée par deux lignes focales dont les distances à la surface supérieure de la lame épaisse, comptées dans la direction de l'axe optique, sont d et d'.

2° *Étude du rôle que joue la fente comme écran diffringent.* — En introduisant une fente entre la source et la lunette, nous avons introduit un élément de complication dont l'influence est considérable.

On sait que, si l'on examine un point lumineux au moyen d'une lunette dont l'objectif est recouvert d'une fente, l'image de ce point (en ne tenant compte que de sa partie centrale, seule bien lumineuse) se trouve allongée par diffraction dans une direction normale à la fente, cet allongement étant, toutes choses égales d'ailleurs, en raison inverse de la largeur de la fente.

Si nous observons, dans les mêmes conditions, une ligne lumineuse étroite, chacun des points de son image sera remplacé par une ligne brillante, normale à la fente. Si donc β est l'angle de la fente et de la ligne lumineuse, l'image de cette dernière est remplacée par une bande brillante dont la largeur est proportionnelle à $\cos\beta$.

Supposons dès lors que l'on observe de même un objet constitué, comme le sont les franges des lames minces, par un système de lignes brillantes et obscures à peu près équidistantes : par suite de l'élargissement par diffraction des lignes brillantes et de leur empiètement consécutif sur les intervalles sombres qui les séparent, l'image obtenue ne pourra être parfaitement nette que si $\cos\beta$ est voisin de O, c'est-à-dire *si la fente est sensiblement normale aux franges.* Cette image se troublera peu à peu si l'on fait tourner la fente à partir de cette position, et deviendra indistincte pour un angle de rotation d'autant plus petit que la fente est plus étroite et les franges plus resserrées ([1]). En résumé, les phénomènes de diffraction restreignent les limites entre lesquelles les formules obtenues sont réellement applicables.

Nous devons faire à ce sujet une remarque importante. La direction la plus favorable de la fente étant liée à celle des franges, il est nécessaire de tenir compte, pour la connaître, du phénomène suivant, découvert par Feussner : Si l'on considère le plan mené par l'axe optique parallèlement aux franges, telles qu'elles

([1]) Toutefois, avec une fente de 1^{mm} de large, il m'a été possible de distinguer encore les franges, lorsque la fente était orientée à 40° de part ou d'autre de sa position la plus favorable.

apparaissent dans le champ de la lunette, ce plan n'est pas, en général, parallèle aux lignes d'égale épaisseur de la lame mince. Si nous désignons, en effet, par U′ l'angle que fait ce plan avec le plan d'incidence, et par U l'angle que fait avec l'axe des x sa trace sur le plan de la lame mince, on a

$$\operatorname{tang} U = \cos i \operatorname{tang} U' = \frac{a' + \Delta \sin u}{\Delta \cos u},$$

où Δ est la distance de l'objectif à la lame mince. On voit que U est toujours différent de u, à part le cas particulier où $u = \pm 90^\circ$ (lignes d'égale épaisseur normales au plan d'incidence) (¹).

Discussion. — Je me propose, dans ce qui suit, de mettre en évidence les principales conséquences des formules théoriques auxquelles nous avons été conduit.

J'ai déjà fait remarquer que ces formules sont indépendantes de l'angle au sommet α du prisme. Dans le cas des anneaux de Newton, les lois du phénomène restent donc les mêmes, quel que soit le rayon de courbure de la surface convexe qui limite d'un côté la lame mince. Ce résultat a été signalé par MM. Sohncke et Wangerin.

Quelles que soient les circonstances dans lesquelles on se place, le phénomène observé dépend essentiellement de la valeur numérique du rapport :

$$\frac{a'}{a} = \frac{R'}{R} = \frac{\cos^2 i \sin r}{n \cos^2 r} = \frac{\sin i - \sin^3 i}{n^2 - \sin^2 i}.$$

Ce rapport a une valeur nulle pour $i = 0$ et $i = 90^\circ$; il passe par un maximum pour une valeur I de l'angle d'incidence

(¹) Si nous appliquons le calcul à l'une des expériences dont les résultats seront donnés plus loin ($a' = 3^e,2$, $\Delta = 25^c$, $u = 0$, $i = 53^\circ 30'$), nous trouvons

$$U' = 12^\circ 10'.$$

Effectivement, l'obliquité des franges était frappante. L'orientation la plus favorable de la fente est alors $\varphi' = 102^\circ 10'$; elle eût été $\varphi' = 90^\circ$, si le phénomène de Feussner n'avait pas existé.

Ces faits s'expliquent facilement, si l'on remarque que les différents points du champ de la lunette ne correspondent ni à la même épaisseur de la lame mince, ni à la même incidence.

donnée par

$$\sin^2 \mathrm{I} = \frac{3n^2-1}{2} - \sqrt{\frac{(3n^2-1)^2}{4} - n^2}.$$

Ce maximum n'existe pas si la lame mince est constituée par de l'air ($\sin \mathrm{I} = 1$).

Les lois du phénomène, assez complexes en général, se simplifient dans un certain nombre de cas particuliers :

1° Lorsque la lame épaisse n'existe pas (lame mince réfringente), les formules deviennent

$$\mathrm{D} = a' \frac{\cos\varphi}{\sin(\varphi - u)},$$

$$\tan\varphi = \tan\varphi' \cos i;$$

D est alors la distance du point visé à la lame mince elle-même.

2° Lorsque la lame épaisse existe, les formules se simplifient encore si l'on suppose $u = \pm 90°$ (ce qui correspond à $\psi = 180°$ ou $0°$), et se réduisent à

$$\mathrm{D} + d' = \pm a' = \pm \frac{\mathrm{R}'}{2}.$$

Ce cas est particulièrement intéressant, car c'est le seul pour lequel la position du point visé soit indépendante de l'orientation de la fente, et par suite pour lequel on puisse laisser l'objectif complètement à découvert; le seul aussi pour lequel la théorie de MM. Sohncke et Wangerin doit conduire à des résultats exacts. Effectivement, dans le cas des anneaux de Newton, le plan d'incidence est supposé passer par le centre des anneaux. La relation

$$\mathrm{D} + d' = \frac{\mathrm{R}'}{2} = \frac{\mathrm{R}}{2} \frac{\cos^2 i \sin r}{n \cos^2 r},$$

où l'on considère R et D comme les coordonnées du point P, définit alors une droite, la *Hauptgerade* de ces auteurs.

3° Si nous supposons $u = 0$ ou $u = 180°$ ($\psi = \pm 90°$), les formules se réduisent également; car on a

$$\mathrm{D} + d' = \mp a' \cot\varphi = \mp a' \frac{\mathrm{D} + d'}{\mathrm{D} + d} \frac{\cot\varphi'}{\cos i}$$

ou

$$\mathrm{D} + d = \mp a \frac{\cot\varphi'}{\cos i} = \mp \frac{\mathrm{R}'}{2} \frac{\cot\varphi'}{\cos i}.$$

Ce cas est particulièrement propre à mettre en évidence la nécessité d'une fente, et l'influence de son orientation. Effectivement, si l'on a réglé l'appareil de manière à obtenir des franges parfaitement nettes, il suffit souvent (si les franges sont d'ordre un peu élevé), de faire tourner la fente de 2° ou 3° pour les faire disparaître complètement; mais alors une légère modification du tirage de la lunette les rend de nouveau visibles. Si l'on supprime la fente, elles sont, dans les mêmes conditions, toujours indistinctes.

Il est à remarquer que le cas actuel est cependant celui qui correspond aux mesures de diamètres d'anneaux effectuées par de la Provostaye et Desains, et l'on sait que, dans ces conditions, les premiers d'entre eux, tout au moins, sont parfaitement distincts. Cette contradiction apparente disparaît si l'on remarque que, si R et par suite R' sont très petits, on a sensiblement

$$D + d = 0,$$

quel que soit φ'. Dans tous les cas, si l'on veut observer des anneaux un peu éloignés de la tache centrale, l'emploi d'une fente devient rapidement indispensable. (*A suivre.*)

RELATION ENTRE LES CONDUCTIBILITÉS ÉLECTRIQUE ET THERMIQUE DES MÉTAUX;

PAR M. ALPHONSE BERGET.

Dès que l'on fut en possession de mesures, même relatives, des conductibilités des métaux pour la chaleur et l'électricité, on remarqua que l'ordre des métaux rangés suivant leurs conductibilités décroissantes était le même au double point de vue électrique et thermique. C'est Forbes qui, le premier, a fait cette remarque d'une importance capitale.

Allant plus loin, MM. Wiedemann et Franz, en 1853, constatèrent que, non seulement l'ordre des conductibilités est le même, mais encore que les deux grandeurs sont sensiblement proportionnelles : ils énoncèrent comme une loi ce résultat de leurs expériences personnelles.

Depuis lors, un très grand nombre de physiciens se sont efforcés de vérifier cette loi. Il suffira de citer les noms de Neumann,

d'Ångström, de Tait, de Lenz, de H.-F. Weber, de MM. Kirchhoff et Hansemann, de Lorenz, pour montrer combien cette question a été étudiée et pour en faire ressortir l'importance.

Les premières expériences avaient été faites sur des échantillons différents : on prenait le métal sous forme de fils, pour en mesurer les conductibilités électriques, et sous forme de barres ou de blocs, pour en mesurer les conductibilités thermiques. Les résultats ainsi obtenus furent douteux : le mode de travail, d'écrouissage, de filage, modifie tellement les propriétés physiques des métaux que l'on ne doit pas s'en étonner ; on reconnut vite la nécessité d'opérer sur les mêmes échantillons pour faire les deux sortes de mesures.

Les méthodes employées à cet effet ont toujours été, au point de vue thermique, des modifications plus ou moins heureuses de la méthode du refroidissement. Cette méthode présente malheureusement une incertitude assez considérable provenant de la mesure du coefficient de conductibilité extérieure. Aussi les résultats de divers expérimentateurs sont-ils loin d'être concordants. Ainsi, tandis que les expériences de Neumann, Ångström, Forbes, de M. Lenz, de Lorenz, de MM. Kirchhoff et Hansemann confirmaient la loi de Wiedemann et Franz, les travaux de M. Tait et de M. Weber la contredisent absolument.

J'ai donc pensé qu'il serait intéressant de reprendre ces doubles mesures de conductibilité, en employant, pour les conductibilités thermiques, la méthode *du mur* de Fourier.

J'ai décrit, dans ce Recueil (1), la méthode que j'ai employée pour mesurer les conductibilités absolues du mercure et des métaux en se plaçant dans le cas du régime permanent. Dans le travail publié à ce moment, je n'avais fait de mesures que sur le fer, le cuivre et le laiton, ayant simplement l'intention de montrer la généralité de la méthode que j'avais indiquée et expérimentée pour le mercure.

J'ai étendu depuis lors ces mesures à l'étain, au zinc, au plomb et à l'antimoine. Ayant ainsi de bonnes mesures des conductibilités thermiques de ces métaux, j'ai cherché à mesurer, sur les mêmes échantillons, leurs conductibilités électriques.

(1) [illegible]e série, t. VII, p. 503.

Les morceaux de métal sur lesquels avaient porté les mesures thermiques avaient la forme de barres, de 6^{cm} de longueur et de 4^{mm} de diamètre; elles étaient placées concentriquement à un cylindre de même hauteur, mais de 4^{cm} de diamètre, constituant leur anneau de garde. J'ai isolé ce cylindre et j'en ai déterminé les conductibilités électriques.

Les méthodes ne manquent pas, qui permettent de mesurer avec précision les conductibilités électriques des corps très peu résistants : je me suis arrêté à la méthode du pont double de Sir W. Thomson. Dans cette méthode, la précision dépend uniquement de l'exactitude avec laquelle on mesure la distance de deux points entre lesquels on prend, sur chacune des barres de métal dont on compare les résistances, la différence de potentiel. Pour effectuer cette mesure dans de bonnes conditions, j'ai mastiqué dans un barreau d'ébonite deux pointes d'acier qui se trouvaient ainsi à une distance constante l'une de l'autre : cette distance était une fois pour toutes relevée au cathétomètre. Une monture en ébonite recevait dans deux encoches les deux barrettes à étudier, au-dessus desquelles les deux pointes venaient se placer naturellement. Le galvanomètre dont je me suis servi est celui de Wiedemann.

Dans le Tableau suivant qui résume toutes ces mesures, la première colonne contient les noms des métaux étudiés; la seconde contient les valeurs absolues en unités C.G.S. de leurs conductibilités thermiques k; la troisième, les valeurs absolues, exprimées à l'aide des mêmes unités, de leurs conductibilités électriques, et la quatrième indique les valeurs du rapport $\frac{k}{c}$:

Métaux.	k.	c.	$\frac{k}{c}$.
Cuivre..........	1,0405	$65,13 \times 10^{-5}$	$1,6 \times 10^{3}$
Zinc............	0,303	$18,00 \times 10^{-5}$	$1,7 \times 10^{3}$
Laiton..........	0,2625	$15,47 \times 10^{-5}$	$1,7 \times 10^{3}$
Fer.............	0,1587	$9,41 \times 10^{-5}$	$1,7 \times 10^{3}$
Étain...........	0,1510	$8,33 \times 10^{-5}$	$1,8 \times 10^{3}$
Plomb..........	0,0810	$5,06 \times 10^{-5}$	$1,6 \times 10^{3}$
Antimoine.......	0,042	$2,47 \times 10^{-5}$	$1,7 \times 10^{3}$
Mercure.........	0,0201	$1,06 \times 10^{-5}$	$1,8 \times 10^{3}$

On voit immédiatement que l'ordre des conductibilités des huit

métaux étudiés est le même pour la chaleur et pour l'électricité, mais que le rapport $\frac{k}{c}$ n'a pas une valeur rigoureusement constante. Je ne crois donc pas qu'il y ait proportionnalité absolue entre les coefficients de conductibilité électrique et thermique, toutes les mesures ayant été faites sur les mêmes échantillons, les mesures thermiques exactes à $\frac{1}{200}$, les mesures électriques à $\frac{1}{300}$ au moins.

J'avais d'ailleurs étudié, lors de mon premier travail, les variations du coefficient de conductibilité thermique du mercure avec la température, entre 0° et 300° : j'ai trouvé que, pour 1°, ce coefficient moyen de variation est — 0,00046, nombre différent du coefficient de variation de la conductibilité électrique qui est, pour 1°, — 0,00085. Il semble donc que l'écart augmente d'autant plus que la température s'élève davantage. Peut-être la loi, qui dans les limites ordinaires de température n'est exacte qu'approximativement, comme la loi des chaleurs spécifiques, l'est-elle beaucoup plus à basse température. Je me réserve d'étudier plus tard cette question intéressante.

BALANCE DE PRÉCISION APÉRIODIQUE ET A LECTURE DIRECTE DES DERNIERS POIDS;

PAR M. P. CURIE.

Cette balance de précision, d'une disposition nouvelle, permet d'exécuter les pesées avec une très grande rapidité (¹).

Les figures ci-après (*fig.* 1, 2) donnent une vue d'ensemble et une coupe verticale de l'instrument.

Cette balance possède comme organes spéciaux :

1° *Un micromètre* (*m*, *m*) portant un grand nombre de divisions et fixé à l'extrémité du fléau.

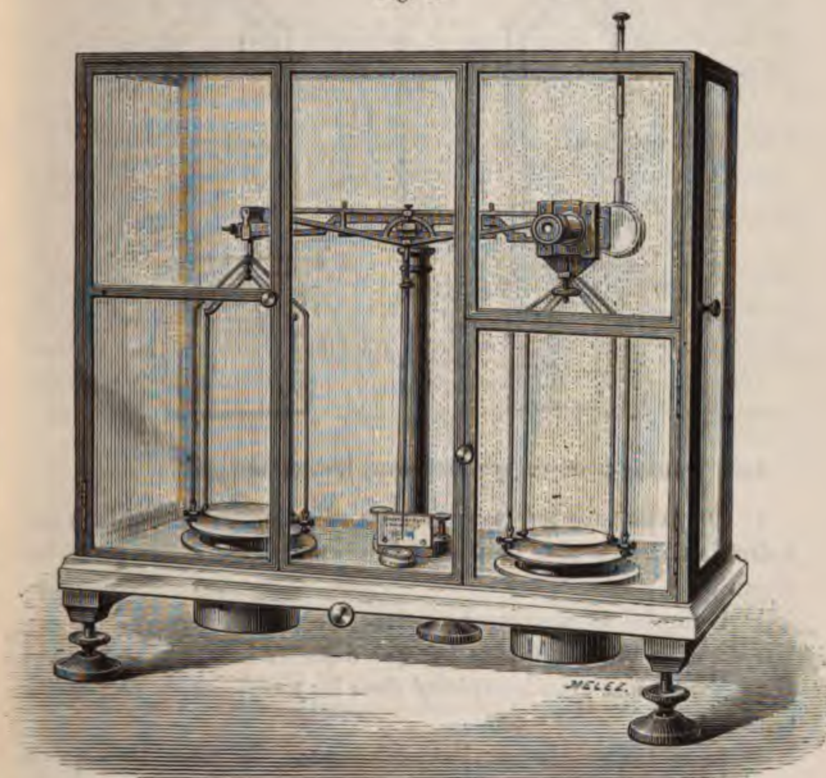
2° *Un microscope* fixé dans les parois de la cage et braqué sur le micromètre. Ce microscope possède un réticule et un oculaire positif.

(¹) Ces balances sont construites par la *Société centrale de produits chimiques*, ancienne maison Rousseau.

3° *Des amortisseurs à air* (A, A). — Les *cloches* ou parties mobiles des amortisseurs sont suspendues au-dessous des plateaux. Pendant le mouvement de la balance, elles pénètrent plus ou moins dans les *cuvettes* ou parties fixes des amortisseurs ([1]).

Pour faire une pesée avec cet appareil, on commence, comme de

Fig. 1.

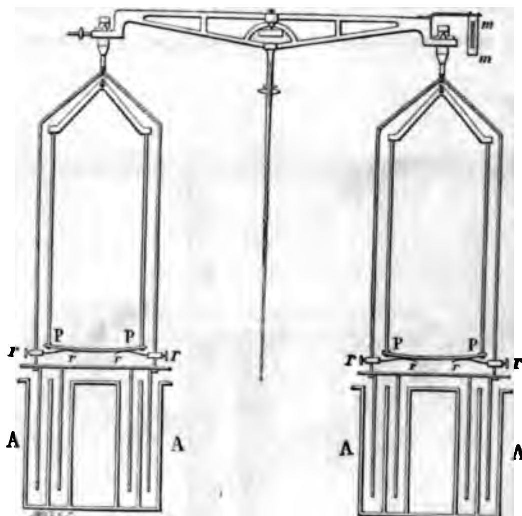


coutume, à l'aide d'une série de poids, mais on s'arrête dans les essais successifs au poids de $0^{gr},1$; on laisse ensuite le fléau de la balance s'incliner sous l'influence de la petite différence de charge qui reste encore entre les plateaux et on lit directement sur le

([1]) Les amortisseurs à air ont déjà été employés avec succès par MM. Bichat et Blondlot dans leur électromètre absolu qui affecte précisément la forme d'une balance (Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 325 et 457; 1886).

micromètre, à l'aide du microscope, le restant de la pesée au $\frac{1}{4}$ ou au $\frac{1}{10}$ de milligramme.

Fig. 2.



Les avantages de ce système sont les suivants :

1° On évite tous les essais relatifs aux plus petits poids, c'est-à-dire la partie la plus longue et la plus délicate d'une pesée ordinaire.

2° L'emploi du microscope permet de placer le centre de gravité du fléau beaucoup plus bas que dans les balances ordinaires. Il en résulte une grande rapidité dans les mouvements de l'instrument.

3° Sous l'influence de l'amortissement, le fléau s'arrête en quelques secondes dans sa position d'équilibre.

4° La grande distance du centre de gravité à l'arête du couteau central permet d'obtenir facilement un réglage tel que la sensibilité soit indépendante de la charge placée dans les plateaux (1).

(1) Le mode de lecture à l'aide d'un microscope braqué sur un micromètre mobile, fixé à l'extrémité de l'aiguille d'un instrument, est très avantageux et peut être appliqué à tous les appareils apériodiques. Même avec un faible grossissement, on a une sensibilité beaucoup plus grande qu'avec les échelles à ré-

Détails de la construction de la balance. — La balance est montée sur un plan de verre qui supporte à la fois la colonne centrale, la cage et les boîtes des amortisseurs.

Le micromètre, obtenu par un procédé photographique, porte des traits et des chiffres. Il est généralement disposé pour fonctionner sur une étendue de 200^{mgr}. La chiffraison va de 0 à 200, mais chaque milligramme est divisé en $\frac{1}{2}$ (soit 400 divisions en tout). On apprécie sans hésitation la position du fil du réticule du microscope au $\frac{1}{5}$ d'une division près; on a ainsi le $\frac{1}{10}$ de milligramme.

Le fléau porte diverses pièces de réglage : une première pièce sert pour le micromètre, dont la direction doit être réglée avec soin. Des pièces spéciales servent à régler la longueur des bras, la position des couteaux, la position du centre de gravité du fléau.

En tournant un bouton molleté, on peut déplacer légèrement le réticule du microscope. On peut compenser ainsi, immédiatement avant chaque pesée, les très petites différences de poids accidentelles qui existent toujours entre les deux côtés d'une balance.

Dans tout instrument de mesure, on doit régler convenablement :

1° La sensibilité;
2° La précision;
3° La rapidité des déterminations.

C'est à ce triple point de vue que nous allons passer en revue les organes de la balance.

Lectures au micromètre. — Lorsqu'une balance est en équilibre avec un excès de masse (m) dans l'un des plateaux, le fléau

---

flexion : le nombre de divisions sur le micromètre peut être aussi grand que l'on veut, sans qu'il en résulte la moindre gêne; enfin, avec ce mode de lecture, les instruments sont plus ramassés, ne comportent pas d'installation spéciale et ne nécessitent pas l'obscurité. Par contre, ce système présente quelques inconvénients; pour que l'on puisse faire les lectures, il est nécessaire que l'instrument soit apériodique ou tout au moins s'arrête rapidement; enfin on est obligé d'avoir l'œil devant un oculaire, ce qui est parfois gênant. Nous avons déjà appliqué cette disposition, mon frère et moi, dans la construction d'un électromètre à bilame de quartz (*Journal de Physique*, 2e série, t. VIII, p. 162; 1889).

est incliné d'un angle θ donné par la formule

$$\tag{1} \operatorname{tang}\theta = \frac{mL}{Md},$$

M étant la masse du fléau;
L la distance entre l'arête du couteau central et celle d'un des autres couteaux;
d la distance de l'arête du couteau central au centre de gravité du fléau.

L, M et *d* étant des constantes, on voit que la masse *m* est proportionnelle à la tangente de l'angle de déviation. Pour déduire exactement la masse *m* de la déviation, c'est donc la tangente et non l'angle qu'il s'agit de mesurer et que l'on mesure en effet dans le dispositif adopté.

Lorsque l'appareil est bien réglé, le prolongement du trait fixe horizontal du réticule du microscope doit passer par l'axe de rotation du fléau, et l'échelle micrométrique pour égalité de poids dans les plateaux doit être parallèle au trait vertical du réticule.

Quand la déviation s'est produite sous l'effet d'une différence de charge, le micromètre n'est plus vertical, et les traits de cette échelle sont légèrement inclinés vis-à-vis du trait horizontal du réticule du microscope. Cette circonstance ne donne aucune incertitude dans les lectures, lorsque les traits de l'échelle sont très courts et les déviations très petites.

L'expérience montre que les lectures au micromètre sont proportionnelles aux différences de charge à une approximation au moins égale à $\frac{1}{1000}$ de l'échelle totale. Il faut toutefois pour cela que la balance soit construite avec soin (la solidité et la fixité de l'arrêt semblent être une des conditions principales pour avoir de bons résultats). Le réglage des couteaux doit être aussi parfait que possible.

Invariabilité de la sensibilité avec la charge. — La formule (1) n'est rigoureusement exacte que si les arêtes des trois couteaux sont dans un même plan. S'il en est autrement, la sensibilité dépend de la charge M_1 placée dans les plateaux.

Supposons l'arête du couteau central à une distance ϑ au-dessus du plan passant par les arêtes des couteaux des extrémités, on a

alors sensiblement

$$(2) \qquad \tang\theta = \frac{mL}{Md + 2M_1\vartheta}.$$

Pour que les indications du micromètre soient les mêmes, quelle que soit la charge M_1 dans les plateaux, il est de toute nécessité que ϑ soit nul ou très petit, de telle sorte que $2M_1\vartheta$ soit négligeable devant Md. Ce résultat est pratiquement obtenu, d'une façon parfaite, au moyen des vis de réglage placées sous les couteaux. Il se trouve grandement facilité par l'emploi du microscope pour lire les déviations. En effet, les angles correspondant à une même différence de poids sont environ cent fois plus faibles que dans les balances ordinaires. C'est-à-dire que la distance d du centre de gravité à l'arête du couteau central est environ cent fois plus grande que d'ordinaire. Ainsi, dans une balance de 500^{gr} avec aiguille donnant le $\frac{1}{10}$ de milligramme, la distance d est seulement de $\frac{2}{100}$ de millimètre; dans la même balance avec lecture au microscope, on a $d = 2^{mm}$. Il en résulte que la même valeur de ϑ, négligeable devant $d = 2^{mm}$, ne l'est pas devant $d = \frac{2}{100}$ de millimètre. Un petit défaut de réglage donnant une variation de $\frac{1}{500}$ dans la sensibilité pour la charge maximum dans le premier cas donnerait une variation de sensibilité de $\frac{1}{5}$ dans le second cas.

Flexion du fléau. — La flexion doit être bien faible dans les fléaux de balance, puisque l'on parvient à avoir une sensibilité invariable avec la charge. Nous avons voulu toutefois nous rendre compte de ce fait par des expériences directes. On fixe sur le fléau d'une balance trois petits micromètres, deux dans le voisinage des couteaux extrêmes et un vers le centre du fléau. Sur ces trois micromètres sont braqués trois microscopes fixes munis de réticules; on observe les trois micromètres avant et après avoir placé des poids dans les plateaux. On évite évidemment par cette méthode toute cause d'erreur provenant d'un mouvement d'ensemble du fléau. En opérant avec un fléau d'une balance de 500^{gr}, on trouve que la flexion très faible est proportionnelle à la charge. L'arête du couteau central s'écarte seulement de 11 microns de la ligne qui joint les arêtes des couteaux extrêmes, lorsque l'on charge les plateaux avec 500^{gr}.

Si faibles que soient des quantités de cet ordre de grandeur, elles devraient cependant avoir une action appréciable sur la sensibilité, qui devrait varier proportionnellement au carré de la charge. On peut s'en assurer par un exemple numérique et en se servant de la formule (2). Mais une compensation partielle doit se faire sans que l'on s'en doute au moment où l'on règle les couteaux : pour obtenir le meilleur effet, on doit placer les arêtes des couteaux extrêmes un peu au-dessus de l'arête du couteau central à une distance ϑ_1 ; on a alors $\vartheta = -\vartheta_1 + KM_1$, et la formule (2) devient

$$(3) \qquad \tan g\,\alpha = \frac{mL}{Md - 2M_1\vartheta_1 + 2KM_1^2},$$

où K dépend des propriétés élastiques du fléau, M_1 étant la charge variable placée dans les plateaux.

En discutant la façon dont varie la sensibilité, on voit que pour $\vartheta_1 = 0{,}83\,KM_2$, où M_2 représente la charge maximum et KM_2 la flexion maximum, on est dans les meilleures conditions. La sensibilité commence par augmenter quand on charge les plateaux ; elle passe par un maximum, reprend sa valeur première pour une charge égale à 0,83 de la charge maximum, puis devient un peu plus faible pour les charges supérieures à celle-là ; mais jamais la sensibilité ne varie plus que du $\frac{1}{6}$ de la variation qu'elle aurait éprouvée par la flexion si les trois couteaux avaient été réglés dans un même plan au début. Ainsi cette compensation instinctive qui se produit dans le réglage rend encore six fois plus faibles les effets déjà presque insensibles dus à la flexion.

Influence des dimensions de l'arête des couteaux. — Les arêtes des couteaux peuvent être considérées dans une première approximation comme formées de surfaces cylindriques d'un très faible rayon de courbure. Cette circonstance ne change en rien les indications de l'instrument si les surfaces cylindriques sont bien régulières. Les trois lignes passant par les centres de courbure des sections droites de chacune des surfaces jouent le même rôle que des arêtes vives, et ce sont ces trois lignes qui doivent être dans un même plan pour que la sensibilité soit indépendante de la charge. Donc, quand les couteaux sont un peu émoussés, on peut encore

avoir de très bons résultats en relevant encore un peu plus que de coutume les couteaux des extrémités au-dessus de l'arête du couteau central.

Loi du mouvement de la balance. — Lorsque la balance fonctionne sans amortissement, elle oscille indéfiniment comme un pendule. Seulement l'emploi du microscope, en abaissant le centre de gravité, rend les mouvements dix fois plus rapides.

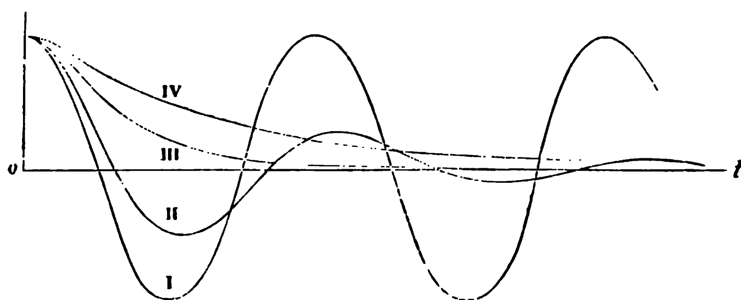
Comme nous le verrons plus loin, les amortisseurs donnent à chaque instant une force antagoniste sensiblement proportionnelle à la vitesse. L'équation différentielle du mouvement avec amortissement sera de la forme

$$(4) \qquad \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + 2a \frac{\partial \theta}{\partial t} + b^2 \theta = 0,$$

θ représentant l'angle de déviation compté à partir de la position d'équilibre, a et b étant des constantes, a étant proportionnel au coefficient d'amortissement.

Si l'on suppose que l'amortissement, d'abord nul, prend successivement des valeurs de plus en plus grandes, on réalisera successivement tous les types de mouvement, dont quelques-uns sont représentés (*fig.* 3).

Fig. 3.



Le mouvement, d'abord pendulaire (courbe I), devient oscillatoire avec amplitudes successives décroissantes (courbe II); en même temps la pseudo-période va en augmentant. Puis, pour le mouvement critique correspondant à $a^2 = b^2$ (courbe III), le mouvement devient apériodique, c'est-à-dire que le fléau se rapproche toujours de sa position d'équilibre sans la dépasser jamais.

Puis, pour des amortissements plus grands encore, le mouvement devient de plus en plus lent, et la courbe s'étale de plus en plus (courbe IV).

Quel sera le meilleur amortissement pour que la déviation se réduise définitivement en un temps aussi court que possible, au $\frac{1}{1000}$, par exemple, de sa valeur initiale? Avec un amortissement trop faible, la balance oscillera un nombre considérable de fois avant que l'on obtienne ce résultat. Avec un amortissement trop fort, le mouvement sera trop lent. La théorie et l'expérience montrent que le meilleur mouvement est un mouvement très voisin du mouvement apériodique critique qui satisfait à la relation $a^2 = b^2$.

Si l'on ne peut réaliser exactement ce mouvement, la théorie et l'expérience montrent également qu'il vaut mieux s'en écarter dans le sens d'un amortissement un peu trop faible que dans celui d'un amortissement trop fort.

On voit facilement que $(b^2 - a^2)$ augmente avec la charge M_1 dans les plateaux; il est donc impossible d'avoir $b^2 - a^2 = 0$, quelle que soit la charge; on a alors adopté la règle pratique suivante :

L'amortissement est tel que la balance non chargée réalise sensiblement le mouvement critique pour lequel $b^2 = a^2$.

Lorsque la balance a sa charge maximum, on doit alors attendre trois ou quatre oscillations rapides avant l'arrêt.

Des amortisseurs à cloche. — Après avoir essayé des amortisseurs magnétiques ou à liquides, j'ai fini par adopter, comme étant de beaucoup préférables, les amortisseurs à air. Ils se composent de cylindres concentriques avec fond formant une espèce de *cloche* suspendue au-dessous des plateaux et entraînée comme ceux-ci dans le mouvement de la balance. Au-dessous de ce système s'en trouve un autre analogue, mais renversé et fixe : c'est la *cuvette* de l'amortisseur. Les cylindres des systèmes supérieurs et inférieurs ont des diamètres un peu différents, de telle sorte que les cylindres du système supérieur mobile plongent dans les gouttières laissées entre les cylindres inférieurs fixes, sans jamais toucher aux parois. La coupe donne un système en chicane (*fig.* 2).

Quand le fléau s'incline, la cloche pénètre plus ou moins dans la cuvette et la quantité d'air varie dans la cloche. L'air ne peut circuler instantanément par le chemin long et rétréci qu'il est obligé de suivre entre les cylindres; il en résulte des variations de pression qui suffisent pour produire l'amortissement.

Détermination du coefficient d'amortissement d'après les dimensions de l'amortisseur. — Dans les amortisseurs, l'air de la cloche se met en équilibre avec l'air extérieur en un temps inappréciable vis-à-vis de la durée d'oscillation des balances; cela résulte du fait même du fonctionnement de l'appareil. En effet, les forces mises en jeu devant être de l'ordre de grandeur des centigrammes, il suffirait que le gaz restât sans s'écouler sous la cloche pendant que celle-ci se déplace de $\frac{1}{100}$ de micron seulement pour qu'il en résultât une force antagoniste de 5^{cgr} avec une cloche de 7^{cm} de diamètre et une chambre à air de 1^{cm} de hauteur. On peut donc, à chaque instant, supposer que tout se passe comme si la cloche avait une vitesse de régime.

Soient

V le volume du gaz sous la cloche;
v la vitesse verticale de la cloche;
R le rayon de base de la cloche;
p l'excès de pression sous la cloche;
t le temps.

On a

$$dV = \pi R^2 v\, dt. \qquad (5)$$

On trouve, pour la variation du volume d'un gaz qui s'écoule entre deux parois planes parallèles et rapprochées,

$$\frac{dv}{dt} = \frac{ae^3}{12 l \eta} p,$$

e étant la distance entre les deux surfaces;
l la longueur parcourue par le gaz;
a la largeur de la section d'écoulement;
η le coefficient de frottement intérieur de l'air.

Cette formule s'applique approximativement, si, au lieu de sur-

faces planes, on a des surfaces cylindriques de rayon un peu grand vis-à-vis de leurs distances ([1]).

On a ici

$$a = 2\pi R,$$

d'où

$$(6) \qquad \frac{dv}{dt} = -\frac{\pi R e^3}{6 l \eta} p;$$

les équations (5) et (6) donnent

$$(7) \qquad p = -\frac{6 l \eta R}{e^3} v.$$

La force qui résulte de cette variation de pression est

$$F = \pi R^2 p = -\frac{6\pi l \eta R^3}{e^3} v;$$

en désignant par γ les coefficients d'amortissement $\frac{F}{v}$, c'est-à-dire la force antagoniste pour l'unité de vitesse, on a

$$(8) \qquad \gamma = \frac{6\pi l \eta R^3}{e^3}.$$

Détermination du coefficient d'amortissement par expérience. — On peut calculer d'avance γ par la formule qui précède; on peut aussi le mesurer en étudiant le mouvement de la balance. L'équation différentielle de ce mouvement sera sensiblement

$$(9) \qquad (M\rho^2 + 2 M_1 L^2)\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + L^2 \gamma \frac{\partial \theta}{\partial t} + M d g \theta = 0,$$

θ étant l'angle de déviation de la balance, g l'intensité de la pesanteur, γ l'amortissement total des amortisseurs, ρ le rayon de giration du fléau, et les autres lettres ayant même signification que précédemment. On peut vérifier facilement les conséquences de

---

([1]) On a exactement pour le débit entre deux surfaces cylindriques concentriques, ayant R et r comme rayons,

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\pi}{8 l y}\left[(R^4 - r^4) - \frac{(R^2 - r^2)^2}{L\frac{R}{r}}\right] p.$$

cette formule ; en faisant varier la charge des plateaux M_1 ou la hauteur du centre de gravité, on obtiendra divers genres de mouvement à son gré.

Dans le cas où l'on veut mesurer γ, il vaut mieux choisir un mouvement oscillatoire pas trop amorti, afin d'avoir un nombre suffisant d'oscillations pour faire une bonne mesure de la pseudo-période T (durée d'une oscillation double) et du décrément logarithmique λ ; on a

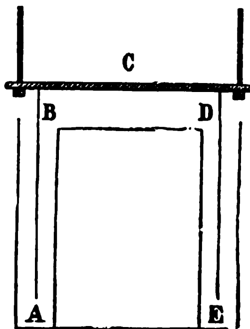
$$\gamma = \frac{4\lambda}{T}\,\frac{M\rho^2 + 2M_1L^2}{L^2}. \qquad (10)$$

Le moment d'inertie $M\rho^2$ du fléau peut se déterminer soit en faisant osciller le fléau seul après avoir déterminé *d* par la valeur de la sensibilité de la balance, soit en le faisant osciller autour d'un axe plus éloigné que le couteau du centre de gravité en le suspendant à l'aide de deux fils.

En faisant osciller la balance avec les plateaux seuls, on détermine aussi un petit terme de correction provenant de l'amortissement qui se fait en dehors de l'amortisseur.

Pour simplifier la construction, nous employons généralement des amortisseurs formés d'une seule cloche ABCDE (*fig.* 4) plon-

Fig. 4.



geant dans une gouttière cylindrique. L'amortissement est le même, que le dessus $\overline{BD}$ du milieu de la caisse de l'amortisseur soit ouvert ou fermé : ce résultat est bien conforme avec la théorie, puisque le volume de la chambre à air n'intervient pas.

Voici, pour quelques amortisseurs de dimensions variées, les valeurs de γ mesurées par l'amortissement de la balance et calculées par la formule (8)

$$\gamma = \frac{6\pi l \eta R^2}{e^3},$$

dans laquelle e est la distance entre la cloche et les parois; $l = 2\overline{AB}$ est le chemin parcouru par le gaz.

Nous avons pris $\eta = 0{,}00019$ en employant toujours les unités C.G.S. (γ est la force antagoniste en dynes pour une vitesse de la cloche de 1cm par seconde).

			γ	
l.	R.	*e*.	calculé.	mesuré.
14,8	2,60	0,35	21,8	20,0
7,4	2,60	0,35	10,9	10,5
21,0	5,06	0,29	400,0	390,0
15,4	3,53	0,26	138,0	125,0
15,1	3,54	0,26	136,0	130,0
14,2	2,55	0,21	90,4	80,0
14,8	2,55	0,22	82,3	94,0
7,4	2,55	0,21	46,7	49,0

La distance e est connue d'une façon très incertaine, et elle intervient par sa troisième puissance dans la formule; des différences de $\frac{1}{10}$ à $\frac{2}{10}$ de millimètre dans la valeur de e suffisent pour expliquer les écarts entre le calcul et l'expérience. On voit que ces écarts sont d'autant plus prononcés que la valeur de e est plus faible.

Tout défaut de réglage dans la position de la cloche tend à diminuer l'amortissement.

On voit qu'on peut, dans un but déterminé, choisir approximativement l'amortisseur nécessaire; par exemple, dans la construction des balances, on cherche l'amortissement qui, sans poids dans les plateaux, donne le mouvement où les deux racines de l'équation caractéristique de l'équation différentielle sont égales entre elles; on a, dans ce cas,

$$(11) \qquad \gamma = \frac{2}{L^2}\sqrt{M g d (M \rho^2 + 2 M_1 L^2)}.$$

Les quantités qui rentrent dans cette formule peuvent être

évaluées approximativement avant la construction définitive, en prenant, par exemple, pour ρ les $\frac{2}{3}$ de L et pour M_1 le poids approximatif des plateaux et de l'amortisseur. Quant à d, il est déterminé par la sensibilité qu'on veut donner à la balance, qui elle-même dépend de la grandeur des divisions du micromètre.

Pour un modèle de balance dont le fléau pèse 100^{gr} avec un micromètre donnant $\frac{1}{20}$ de millimètre par milligramme, il nous a fallu un amortissement total de 240, soit 120 par amortisseur. Pour la même balance avec centre de gravité cent fois moins loin du couteau (balance ordinaire), il faudrait un amortisseur dix fois moindre. On a avantage, au point de vue de la légèreté, à prendre des amortisseurs ayant la hauteur égale au diamètre.

L'ANÉMOMÈTRE CINÉMOGRAPHE DE MM. RICHARD FRÈRES;

PAR M. ALFRED ANGOT.

On emploie en Météorologie deux genres d'anémomètres : les *anémomètres de pression* mesurent à chaque instant la pression exercée normalement par le vent sur une surface donnée; les *anémomètres de vitesse*, mis en rotation par le vent, tournent avec une vitesse qui est en relation connue avec celle du vent. Ces derniers, plus simples et plus commodes, sont actuellement de beaucoup les plus employés.

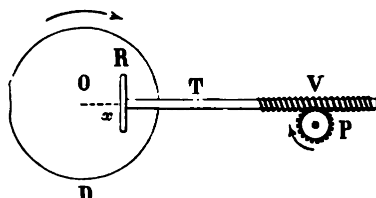
Pour enregistrer les indications des anémomètres de vitesse, on les munit d'un dispositif, très simple à imaginer, qui ferme un courant toutes les fois que l'instrument a fait un nombre de tours convenable, correspondant à un certain chemin parcouru par le vent, 100^{m} ou 1^{km} par exemple. Une plume commandée par un électro-aimant marque alors un trait sur une bande de papier qui se déroule avec une vitesse uniforme; la distance qui sépare deux traits consécutifs donne le temps pendant lequel le vent a parcouru un espace donné. On peut calculer la vitesse du vent pendant un intervalle quelconque, en divisant l'espace parcouru par le temps employé à le parcourir; mais on n'obtient ainsi qu'une vitesse moyenne, tandis qu'il serait bien plus inté-

ressant de connaître la vitesse vraie à chaque instant, qui varie avec une grande rapidité. L'anémomètre cinémographe imaginé par MM. Richard frères résout ce problème d'une manière très ingénieuse.

Le principe de cet instrument est le suivant :

Une tige T (*fig.* 1) se termine d'un côté par une vis sans fin V,

Fig. 1.



et de l'autre par une roulette R, dont le plan est perpendiculaire à la tige T, et qui est fixée à cette tige de manière que toute rotation de la roulette R entraîne celle de la vis V. Cette vis engrène sur un pignon P, commandé électriquement par l'anémomètre; chaque fois que celui-ci a fait un nombre de tours déterminé qui correspond à un certain chemin parcouru par le vent, le pignon P tourne d'une dent de gauche à droite et déplace, vers la droite, d'une certaine quantité, la vis V et la roulette R.

D'autre part, la roulette appuie par un point de sa circonférence sur un disque ou plateau D, qu'un mouvement d'horlogerie fait tourner avec une vitesse uniforme; la rotation se transmet à la roulette R et à la tige T et la dévisse ainsi de l'écrou formé par la denture du pignon P, ce qui tend à déplacer constamment tout le système RTV vers la gauche et à ramener au centre O du plateau le point de contact de la roulette R avec ce plateau.

La roulette R se trouve ainsi soumise à deux actions contraires: celle du pignon P qui l'éloigne de O et celle du plateau D qui la ramène vers ce point ; elle va donc chercher sur le plateau D une position d'équilibre stable, pour laquelle il est facile de voir que la distance x de R à O est exactement proportionnelle à la vitesse de rotation du pignon P.

En effet, soient ω la vitesse angulaire du disque D, x la distance actuelle de la roulette R au centre de ce disque, r le rayon de la

roulette et a le pas de la vis V. La vitesse angulaire de la roulette R sera $\frac{\omega x}{r}$ et, dans le temps Δt, la rotation de cette roulette la rapprochera du point O de la quantité

$$\frac{\omega x a}{2\pi r}\Delta t. \tag{1}$$

Quand le pignon P tourne, chaque dent fait avancer vers la droite la vis V d'une longueur constante b; si le pignon tourne à raison de n dents par seconde, le déplacement total de R produit par la rotation de P sera, dans le temps Δt,

$$nb\,\Delta t. \tag{2}$$

Pour l'équilibre, il faut que les quantités (1) et (2) soient égales; donc

$$\frac{\omega x a}{2\pi r} = nb \qquad \text{ou} \qquad x = \mathrm{K}n,$$

K étant une constante qui ne dépend que de la construction de l'instrument.

La distance x de la roulette R au centre du plateau D est donc à chaque instant rigoureusement proportionnelle à la vitesse de rotation du pignon P, c'est-à-dire à celle de l'anémomètre qui commande électriquement ce pignon. L'enregistrement de la vitesse du vent se réduit alors à celui des déplacements de R ou de l'extrémité de la vis V, ce qui n'offre plus aucune difficulté.

En réalité, comme le mouvement du plateau D est continu et celui du pignon P saccadé, la roulette R n'est pas rigoureusement fixe sur le plateau pour une vitesse constante de P; elle oscille entre deux positions extrêmes, qui sont d'autant plus rapprochées que les mouvements successifs du pignon P sont plus nombreux pour une vitesse donnée du vent. Dans la pratique, les positions extrêmes, entre lesquelles est toujours comprise l'oscillation de la roulette R, sont assez rapprochées pour que le tracé de l'enregistreur montre non des dents, mais un léger épaississement du trait.

L'instrument ne peut donner d'indications exactes que si l'on évite tout glissement de la roulette sur le plateau D. Pour cela, au lieu de poser la roulette sur un seul plateau, on la place entre deux plateaux parallèles, dentés sur les bords et commandés par

un même pignon qui les fait tourner en sens contraire avec des vitesses rigoureusement égales. Ces plateaux sont serrés contre la roulette par un ressort qui agit sur le centre de l'un d'eux; la roulette, comprimée ainsi entre deux disques qui tournent en sens contraire, est forcée de tourner sur elle-même sans qu'il puisse y avoir de glissement; s'il se trouve quelque inégalité à la surface des plateaux, le ressort qui les rapproche cède sans que cette irrégularité puisse devenir une cause d'erreur.

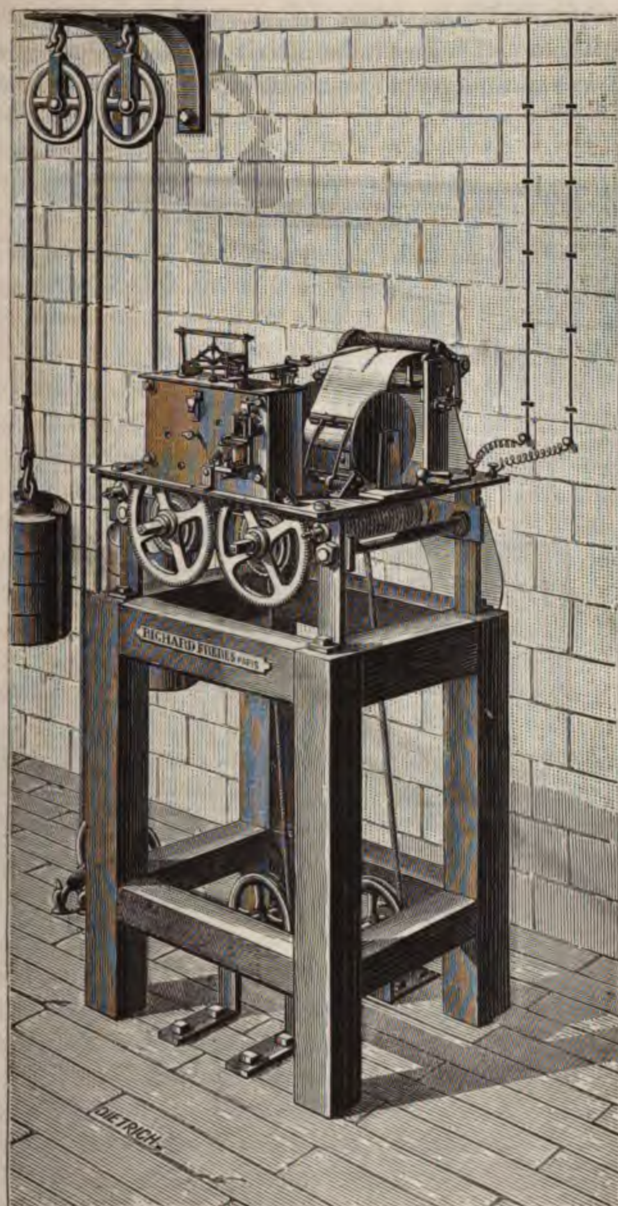
Les deux plateaux sont actionnés par un mouvement d'horlogerie à vitesse uniforme (régulateur genre Foucault ou pendule conique). Le pignon P est relié à un autre mouvement d'horlogerie, muni d'un échappement qui est commandé par l'électro-aimant de l'anémomètre; de la sorte, la force nécessaire pour faire tourner le pignon P et déplacer la plume de l'enregistreur est empruntée à un ressort, et l'on ne demande au courant électrique que le travail très petit qui suffit à déclencher l'échappement.

MM. Richard frères ont construit sur ce principe deux instruments différents. Le premier (*fig.* 2) donne rigoureusement à chaque instant la vitesse en mètres par seconde. Les deux plateaux D tournent alors avec une grande rapidité (un tour par seconde) et le mouvement d'horlogerie qui les actionne est muni d'un régulateur genre Foucault. L'anémomètre envoie, dans l'électro-aimant qui commande le pignon P, un courant toutes les fois que le vent a parcouru 1^m. Dans ces conditions, on comprend aisément que la roulette R arrive presque instantanément à sa position d'équilibre au moindre changement de vitesse du vent.

La plume enregistre la vitesse du vent sur une bande de papier sans fin qui défile de 3^{mm} au moins par minute; dans certains modèles, on va même jusqu'à $0^{mm},5$ par seconde. Enfin tous les rouages sont mus au moyen de poids mouflés, qu'il suffit de remonter une fois par jour.

Cet instrument donne les indications les plus intéressantes et permet de suivre les moindres variations de la vitesse du vent; mais il consomme une énorme quantité de papier (au minimum, une bande de $4^m,50$ environ par jour, et jusqu'à 43^m dans les appareils à grande vitesse); il faut ensuite un temps considérable pour relever et discuter ces courbes. Dans la plupart des cas, il suffit d'employer le deuxième modèle.

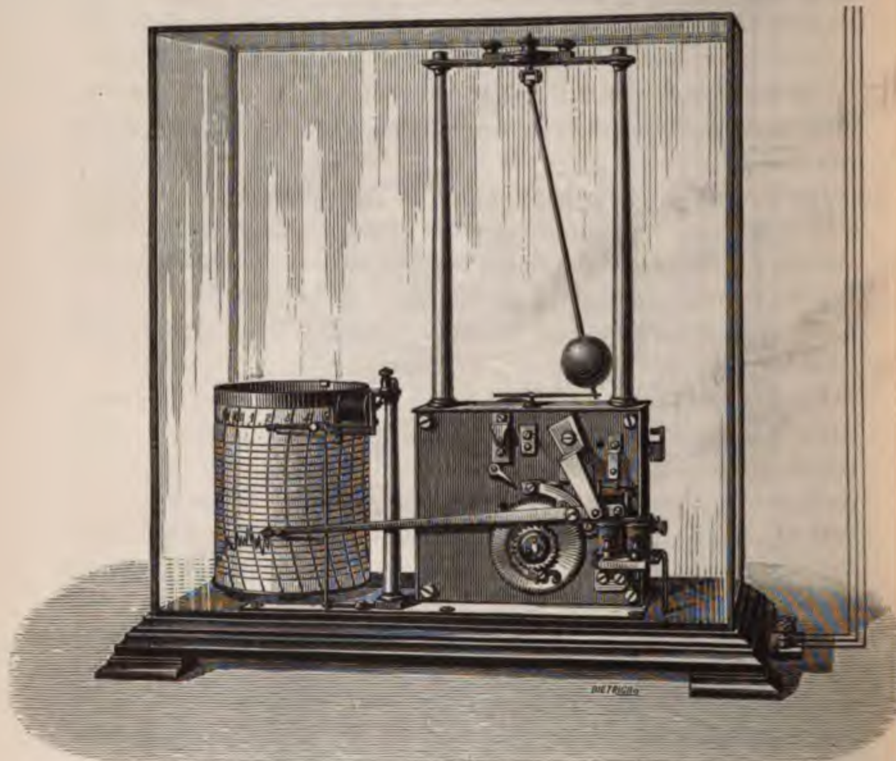
Fig. 2.



Dans celui-ci (*fig.* 3), un pendule conique règle le mouvement

des plateaux qui font un tour seulement par minute, et l'électro-aimant reçoit de l'anémomètre un courant toutes les fois que le vent a parcouru 25^m. La plume inscrit la vitesse du vent sur un cylindre, mis en rotation par un mouvement intérieur comme dans

Fig. 3.



la plupart des instruments enregistreurs de MM. Richard, et qui fait sa révolution en vingt-cinq heures. On change le papier chaque jour et il suffit d'une bande de 41^{cm} de longueur. L'inconvénient de ce modèle est qu'il ne donne pas rigoureusement la vitesse vraie des coups de vent de très courte durée : il faut un certain temps pour que la roulette aille trouver sur les plateaux sa position d'équilibre, et l'on n'est certain d'avoir la vitesse vraie du vent que si la plume marque un trait sensiblement horizontal, ce qui exige que le vent conserve une vitesse constante pendant quel-

ques minutes. Quand le trait monte rapidement, l'appareil donne une vitesse trop faible; l'indication est trop forte au contraire quand le trait descend. Il est facile de s'assurer que ces deux causes d'erreur se balancent, de manière que la vitesse moyenne obtenue pendant une certaine période est exacte; l'amplitude des variations extrêmes est seulement un peu réduite. Dans tous les cas, l'instrument indique le moment précis où se sont produites les moindres variations de vitesse du vent, et, s'il était nécessaire, on pourrait calculer les vitesses absolues à chaque instant en mesurant l'inclinaison de la tangente aux différents points de la conrbe.

Cet instrument a sur le premier l'avantage d'être beaucoup plus simple, moins encombrant et d'une lecture plus facile; il suffit dans la plupart des cas et donne encore des indications plus détaillées et plus commodes à relever que tous les anémomètres enregistreurs construits jusqu'à ce jour. Si l'on voulait avoir une installation tout à fait complètes, le mieux serait d'associer les deux instruments, en les réunissant à un même anémomètre, de sorte que le second fonctionnât seul en temps ordinaire et mît automatiquement le premier en mouvement dès que la vitesse du vent dépasserait une certaine valeur, 15^m ou 20^m par exemple. MM. Richard étudient en ce moment une disposition de ce genre pour l'anémomètre de la tour Eiffel.

Ces appareils donnent la vitesse du vent en mètres par seconde; mais, dans certains cas, on a besoin de connaître la vitesse moyenne pendant une certaine période ou, ce qui revient au même, le chemin total parcouru par le vent pendant ce temps. Il faudrait alors mesurer la surface correspondante du diagramme tracé par l'enregistreur. MM. Richard ont rendu cette mesure inutile en ajoutant un second électro-aimant, que l'on voit vers le haut du cylindre enregistreur (*fig.* 3). Cet électro-aimant reçoit un courant et marque sur le cylindre un trait toutes les fois que le vent a parcouru 5^{km}. Il suffit donc de compter le nombre de traits marqués dans un temps donné à la partie supérieure du papier pour avoir le chemin total parcouru par le vent, ou la vitesse moyenne pendant ce temps, tandis que la plume qui est à la partie inférieure donne la vitesse à chaque instant.

Les cinémographes de l'un et de l'autre système sont réglés mécaniquement, indépendamment de l'anémomètre. Au moyen

d'une roue dentée portant trente dents par exemple, et qu'un régulateur fait tourner à raison d'un tour par seconde, on peut envoyer dans l'appareil trente contacts par seconde, exactement comme si un vent de 30^m passait sur l'anénomètre; on vérifie alors si la plume indique exactement une vitesse de 30^m, et l'on règle les mouvements d'horlogerie de manière que cette condition soit réalisée. Il n'y a plus alors d'autre erreur à craindre que celles qui proviennent de l'anémomètre lui-même.

Nous n'avons décrit jusqu'ici que le cinémographe, c'est-à-dire l'instrument qui enregistre la vitesse de rotation de l'anémomètre; comme l'anémographe est réglé directement par lui-même, on peut lui associer un anémomètre quelconque, par exemple le moulinet de Robinson, qui est employé dans la plupart des observatoires. Cet instrument présente des inconvénients de plusieurs sortes; MM. Richard lui ont substitué un moulinet construit de la manière suivante :

Il est formé de six ailettes en aluminium, inclinées à 45° et rivées sur des bras en acier très légers, portés par une tige horizontale. Comme ce moulinet tourne dans un plan vertical et doit toujours se présenter normalement au vent, la tige horizontale qui le porte forme girouette et est montée sur une hampe verticale, placée très près du plan de rotation des ailettes, afin de diminuer le plus possible le chemin angulaire à parcourir pour l'orientation. Le diamètre du moulinet est calculé pour qu'il fasse exactement un tour pour 1^m de vent; la marche est d'ailleurs vérifiée, comme d'ordinaire, au moyen d'un manège installé dans une salle dont l'air est calme, et, s'il est nécessaire, on détermine la table de correction du moulinet. Cet instrument complet ne pèse que 150^{gr} et il offre à l'air une surface de 6^{dmq} aussi bien pour se mettre en marche que pour s'arrêter; on n'a donc pas à redouter avec lui l'inertie que présentent presque tous les autres anémomètres. Aussi il se met instantanément en marche dès que le vent souffle; il s'arrête aussitôt que le vent cesse et est assez sensible pour mesurer des vitesses qui ne dépassent pas $0^m,1$ à $0^m,2$ par seconde.

Ces instruments fonctionnent régulièrement depuis le 1er octobre 1888 au Bureau central météorologique et depuis le 18 juin 1889 au sommet de la tour Eiffel.

H. RUBENS. — Die Selectiv-Reflexion der Metalle (Réflexion sélective des métaux); *Wied. Ann.*, t. XXXVII, p. 249; 1889.

Ces expériences ont pour but d'étendre à de grandes longueurs d'onde les recherches de Jamin (spectre visible) et de de la Provostaye et Desains (spectre infra-rouge). Elles sont relatives à une incidence presque normale : 12° à 15°.

L'appareil consiste en un spectroscope, avec prisme unique de flint, dont l'oculaire est remplacé par un bolomètre (feuilles d'étain de $0^{mm},01$ d'épaisseur, de résistance 5 ohms, courant principal $0^{amp},2$). Le galvanomètre, de Siemens et Halske, donnait des arcs d'impulsion proportionnels aux quantités de chaleur. La source est un brûleur de Linnemann, constitué par une plaque de zircone sur laquelle se projette la flamme d'un chalumeau oxhydrique. Son image était projetée par une lentille sur la fente du spectroscope; brûleur et lentille sont portés par un bras mobile dont le déplacement est limité par deux vis, de telle sorte que, dans ses positions extrêmes, ces deux directions fussent symétriques par rapport au miroir. On pouvait amener ainsi, sur la fente et dans la même direction, la radiation directe et la radiation réfléchie.

Pour graduer le spectroscope en longueurs d'onde, l'auteur a utilisé les raies visibles et invisibles, étudiées par M. Langley, du strontium, du tantale, du sodium et du lithium. Toutefois, au delà de $\lambda = 2^{\mu}$, les longueurs d'onde ont été obtenues par extrapolation.

Voici quelques-uns des résultats obtenus (pouvoirs réflecteurs, l'intensité de la radiation directe étant prise égale à 100) :

λ.	Argent.	Or.	Cuivre.	Fer.	Nickel.
μ 0,45	87	43,4	53,0	58,7	61,7
0,55	90,3	71,1	70,0	56,1	62,1
0,65	93,3	85,3	80,7	59,6	65,8
0,90	95,8	95,2	87,3	64,7	73,1
1,15	97,0	97,3	89,5	72,3	80,4
2,00	97,3	95,4	93,9	80,5	84,5
3,00	98,3	84,2	96,4	89,6	91,7

L'or et le cuivre présentent un rapide accroissement du pouvoir réflecteur dans l'étendue du spectre visible.

Les courbes représentant ce pouvoir réflecteur en fonction de la longueur d'onde, présentent, pour le fer et le nickel, la plus grande analogie. Toutes deux présentent un minimum peu accusé, pour $\lambda = 0^{\mu},5$ environ. J. Macé de Lépinay.

J. von KOWALSKI. — Untersuchungen über die Festigkeit des Glases [Recherches sur la solidité du verre (résistance à la rupture)]; *Wied. Ann.*, t. XXXVI, p. 307; 1889.

Ce travail, exécuté sous les auspices de M. le professeur Voigt, avait pour but de soumettre au contrôle de l'expérience les deux hypothèses suivant lesquelles un corps se rompt : 1° lorsque les tensions maxima arrivent à une certaine limite (Clebsch); 2° lorsque la dilatation élastique, en un point donné, atteint une valeur déterminée (Mariotte, Neumann, Barré de Saint-Venant).

Des tiges cylindriques de verre (l'auteur ne dit pas de quelle espèce), après avoir été mesurées avec soin suivant quatre diamètres, et en divers endroits, étaient soumises à des expériences de flexion (sur deux supports), ou de torsion. Les expériences bien concordantes donnent (notation de Lamé)

$$E = 6702, \qquad \mu = 2732\,\frac{\mathrm{kg_{poids}}}{\mathrm{mm^2}},$$
$$\sigma = 0,226.$$

Les expériences de rupture furent entreprises sur 30 tiges par traction, 29 par flexion sur deux supports, 33 par torsion, 14 par compression ; enfin 9 tiges furent en même temps tordues et tirées.

Dans le cas de la flexion, le maximum de tension se produit au point le plus bas de la tige; dans la torsion, à l'extrémité du petit axe de l'ellipse de section : c'est pour ces points que les résultats ont été calculés.

Les résultats sont résumés dans le Tableau suivant; C désigne la charge, λ l'allongement :

Traction	$C = 8,767\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{mm^2}}$	$\lambda = 0,00131$
Flexion	8,794	0,00132
Torsion	10,142	0,00183
Compression........	37,700	0,00129

Dans le dernier cas, les extrêmes limites de λ sont 0,00154 et 0,00121; on peut donc dire que les valeurs de l'allongement sont identiques pour la traction, la flexion et la compression.

L'auteur ne définit pas exactement la signification des lettres qu'il emploie; mais on voit, d'après les formules dont il fait usage, que C désigne, dans le dernier cas, la pression dans le sens *perpendiculaire* à la rupture. Ces nombres ne permettent donc pas de contrôler l'hypothèse de Clebsch. CH.-ED. GUILLAUME.

A. KOCH. — Ueber die Dämpfung der Torsionsschwingungen von verschiedenen Metalldrähten (Sur l'amortissement des oscillations de torsion dans divers fils métalliques); *Wied. Ann.*, t. XXXVI, p. 122; 1889.

L'auteur étudie l'amortissement des oscillations d'un aimant suspendu à divers fils métalliques. Les fils de 1^{m} de long, et de $0^{mm},27$ de diamètre, étaient fixés à une potence et protégés par un tube de verre; ils supportaient un poids et un aimant, dont la force directrice pouvait être modifiée; la durée des oscillations était ainsi changée à volonté. Afin d'étudier l'effet du frottement de l'air, le poids cylindrique était enfermé dans une douille de laiton que l'on tirait, dans certaines expériences, de manière à doubler la longueur du poids; on admettait alors que le frottement était doublé. Tous les fils subissaient exactement le même traitement; après avoir été passés à la filière, ils restèrent tendus pendant deux mois avant les observations.

En désignant par L le décrément logarithmique des oscillations, par T leur durée, l'auteur trouve que, contrairement aux conclusions simplifiées de la théorie de M. Boltzmann, $\frac{L}{T^2}$ n'est pas une constante. On peut écrire, avec une approximation suffisante,

$$L = aT + bT^2.$$

Lorsqu'on recuit un fil, les paramètres a et b varient en restant dans le même rapport; le décrément est plus grand dans les fils durs que dans les fils recuits.

Les métaux examinés se rangent dans l'ordre suivant pour une force d'amortissement décroissante :

Cuivre, argent, fer, platine, laiton, maillechort.

L'amortissement est indépendant de l'amplitude des oscillations, et d'autant plus petit que le fil a exécuté un plus grand nombre d'oscillations.

CH.-ED. GUILLAUME.

KNUT ÅNGSTRÖM. — Beobachtungen über die Durchstrahlung von Wärme verschiedener Wellenlänge durch trübe Medien (Observations relatives au passage de la chaleur de diverses longueurs d'onde à travers les milieux troubles); *Wied. Ann.*, t. XXXVII, p. 715; 1889.

Un spectrobolomètre, dont toutes les parties optiques sont formées de sel gemme, sert à mesurer la quantité de chaleur qui passe à travers une poussière déposée sur une plaque de sel. L'auteur étudie le noir de fumée de stéarine, la magnésie et l'oxyde de zinc. L'épaisseur de la couche est déterminée par la mise au point d'un fort microscope, qui sert aussi à estimer la grosseur moyenne des grains de la poudre déposée. Les diamètres étaient approximativement les suivants :

Noir de fumée..........	$0^{\mu},3$
Magnésie................	1,6 à 0,4
Oxyde de zinc..........	< 0,4

Les longueurs d'onde employées sont de $0^{\mu},59$ à $13^{\mu},65$. Les résultats de ce travail sont les suivants.

Pour le noir de fumée, les expériences vérifient la relation $p = 100e^{-kl}$, dans laquelle p désigne, en pour cent de la radiation incidente, la quantité de chaleur qui traverse le milieu d'épaisseur l; k est très constant pour une même longueur d'onde, lorsque l'épaisseur varie entre $9\,\mu$ et $38\,\mu$; plus la longueur d'onde est considérable, plus le milieu est transparent, mais k n'est pas proportionnel à λ^{-2} ou λ^{-4} comme le voudraient certaines théories. D'après quelques expériences (pas assez nombreuses peut-être), l'exposant de λ serait $-0,77$.

Pour la magnésie et l'oxyde de zinc, le phénomène se complique de la diffusion, surtout pour les longueurs d'onde très faibles. La radiation totale observée se compose donc de celle qui passe directement et de celle qui est transmise par diffusion. Suivant

l'auteur, la première obéit à la loi d'absorption, et la radiation totale ne s'en rapproche que dans la mesure où la radiation diffusée est négligeable.

Dans tous les cas, la transparence augmente rapidement avec la longueur d'onde, tant que celle-ci est de l'ordre de grandeur des particules opaques; lorsque ces dernières sont petites par rapport à la longueur d'onde, le milieu se comporte comme un milieu homogène absorbant. CH.-ED. GUILLAUME.

A. RITTER. — Beitrag zur Theorie der adiabatischen Zustandsänderungen (Contribution à la théorie des changements adiabatiques); *Wied. Ann.*, t. XXXVII, p. 44; 1889.

Considérons un cylindre impénétrable à la chaleur, et contenant un gaz enfermé entre deux pistons dépourvus de masse. Si l'un des pistons est pressé par une force constante, supérieure à la pression du gaz, il se meut avec une certaine vitesse, en refoulant le gaz. L'auteur suppose qu'une force constante produit une vitesse constante, et que, en avant du piston, le gaz possède une densité uniforme, supérieure à la densité initiale, jusqu'à un endroit où la densité tombe subitement à la valeur initiale, qui se maintient jusqu'à l'autre piston; cette surface de séparation des deux densités se meut avec le piston.

Les autres suppositions du calcul sont : l'exactitude illimitée des lois de Mariotte et de Gay-Lussac, la loi de la conservation du centre de gravité, la loi de l'équivalence, et l'adiabatisme absolu.

Le calcul donne alors les théorèmes suivants :

La vitesse relative avec laquelle la surface de choc se déplace dans le gaz en repos ou en mouvement est toujours plus grande que la vitesse de propagation d'un mouvement ondulatoire dans le même gaz, quelque petite que soit la vitesse de compression; par conséquent, il ne peut se produire aucun mouvement ondulatoire lorsque la compression est constante.

Une masse d'air ne peut pas être comprimée d'une manière durable au delà des $\frac{2}{7}$ $\left(ou\ \frac{k-1}{k}\right)$ *de son volume primitif par une force constante.*

Lorsque la pression extérieure disparaît subitement, la colonne de gaz se dilate toujours de manière à occuper un volume six fois plus grand.

Et, comme conséquence :

Lorsque la pression du piston disparaît subitement, le gaz arrive à un volume sextuple et prend un mouvement de translation, en laissant un espace vide entre le volume gazeux et le piston.

Une sphère gazeuse placée brusquement dans le vide prendrait un volume six fois plus grand et formerait une sphère creuse de rayon croissant.

Dans une expansion uniforme, la masse gazeuse passe par une série de changements d'état, dont chacun est lié à une diminution de l'entropie.

Lorsque la pression extérieure disparaît subitement, la diminution de pression se propage le long de la colonne avec une vitesse égale à 0,38 de la vitesse du son.

Nous renverrons pour les calculs et l'énoncé de quelques autres théorèmes au Mémoire original. Ces théorèmes ne peuvent évidemment être transportés dans la réalité qu'avec une approximation assez grossière. CH.-ED. GUILLAUME.

F. HIMSTEDT. — Ueber die Kirchhoffsche Formel für die Capacität eines Schutzringcondensators (Sur la formule de Kirchhoff pour la capacité d'un condensateur à anneau de garde); *Wied. Ann.*, t. XXXVI, p. 759; 1889.

Ce travail est une rectification d'une publication antérieure ([1]) relative au même sujet. L'auteur avait trouvé que la formule de Kirchhoff n'est pas d'accord avec l'expérience. L'erreur provenait d'un malentendu sur la notation, Kirchhoff ayant employé la même lettre pour désigner deux grandeurs différentes. En appliquant les formules de Kirchhoff et de Maxwell à trois anneaux de garde dont la capacité était déterminée par l'expérience, l'auteur trouve

---

([1]) *cf.* Mesure de la capacité d'un condensateur à anneau de garde, etc. (*Journal de Physique*, 2e série, t. VIII, p. 595; décembre 1889).

les rapports suivants :

D'après Kirchhoff.........	1 : 1,00376 : 1,00817
D'après Maxwell..........	1 : 1,00367 : 1,00790
Observé..............	1 : 1,00241 : 1,00864

Dans une détermination de v publiée précédemment, M. Himstedt n'avait employé que la formule de Maxwell.

CH.-ED. GUILLAUME.

D. GOLDHAMMER. — Ueber den Einflüss der Magnetisirung auf die electrische Leitungsfähigkeit der Metalle (Influence de l'aimantation sur la conductibilité électrique des métaux); *Wied. Ann.*, t. XXXVI, p. 804; 1889.

Dans ce travail, l'auteur a mesuré pour le bismuth, le nickel et le cobalt, les variations de résistance dont le sens avait été seulement indiqué dans un Mémoire antérieur ([1]).

Les plaques, préparées comme précédemment, peuvent être orientées parallèlement ou perpendiculairement aux lignes de force du champ, entre les branches d'un électro-aimant vertical.

La mesure de la résistance se fait au moyen d'une disposition particulière du pont de Wheatstone, et l'on détermine la valeur de $\frac{\Delta r}{r}$.

Pour le bismuth, les nombres trouvés peuvent être représentés par la formule

$$\frac{\Delta r}{r} = \mathrm{CH}^2$$

(H est l'intensité du champ) et, comme pour ce métal l'intensité d'aimantation est aussi proportionnelle à H, on peut dire que l'augmentation de résistance est proportionnelle au carré de l'aimantation. La plus grande variation a lieu dans la direction perpendiculaire aux lignes de force.

Les plaques de nickel et de cobalt sont toujours placées parallèlement aux lignes de force, car une aimantation transversale ne modifie pas leur conductibilité. Pour les deux métaux, la résistance

---

([1]) *Journal de Physique*, 2e série, t. VII, p. 276.

augmente dans la direction des lignes de force et diminue dans la direction perpendiculaire; la variation est indépendante du signe de H. Le rapport $\frac{\Delta r}{r}$ tend rapidement vers son maximum quand H augmente et l'atteint beaucoup plus vite pour le cobalt que pour le nickel. Le rapport de $\left(\frac{\Delta r}{r}\right)_{\varphi=0}$ lorsque les courants sont parallèles aux lignes de force, à $\left(\frac{\Delta r}{r}\right)_{\varphi=90}$ lorsque les courants leur sont perpendiculaires, est toujours > 1 pour le nickel et souvent < 1 pour le cobalt.

Les courbes qui représentent $\frac{\Delta r}{r}$ en fonction de H ressemblent à celles qui donnent les valeurs de l'intensité d'aimantation J en fonction de H; d'autre part, on sait que, pour le bismuth, $\frac{\Delta r}{r}$ est proportionnel à J^2 : on est donc conduit à admettre la même relation et à poser $\frac{\Delta r}{r} = AJ^2 = Ak^2H^2$.

Mais on ne connaît guère la fonction magnétisante k pour les diverses sortes de nickel.

Si cette hypothèse est exacte, on doit avoir

$$\left(\frac{\Delta r}{r}\right)_{\varphi=0} = AJ^2, \qquad \left(\frac{\Delta r}{r}\right)_{\varphi=90} = BJ^2$$

et

$$\frac{\left(\frac{\Delta r}{r}\right)_{\varphi=0}}{\left(\frac{\Delta r}{r}\right)_{\varphi=90}} = \frac{A}{B} = \text{const.},$$

à condition que J conserve la même valeur.

Les Tables donnent pour ce rapport des valeurs variables d'une plaque à l'autre; mais quelques expériences indiquent que la valeur de J n'est pas la même dans les deux positions.

Lorsqu'on aimante plusieurs fois les disques en sens inverse, on remarque que la variation est toujours plus grande si la plaque a déjà été aimantée en sens inverse; le rapprochement entre ce résultat et l'influence exercée sur le magnétisme des métaux par les aimantations successives tend à confirmer l'hypothèse faite plus haut.

Si cette relation était bien établie, on pourrait, en s'appuyant

aussi sur les expériences de M. Du Bois ([1]), énoncer cette loi générale : *Dans un champ magnétique, les propriétés physiques des métaux éprouvent des modifications variables avec la direction;* si ces modifications dépendent du sens de l'aimantation, leur variation est proportionnelle à la première puissance de l'intensité d'aimantation; si, au contraire, elles en sont indépendantes, les variations sont proportionnelles au carré de l'aimantation. C. DAGUENET.

F.-C.-G. MULLER. — Ueber ein neues Barometer und Luftthermometer (Un nouveau baromètre et thermomètre à gaz); *Wied. Ann.*, t. XXXVI, p. 763; 1889.

La partie supérieure du baromètre est formée d'une large boule, de telle sorte que la variation s'observe presque en entier dans la branche ouverte. Il en résulte que la pression en un point donné situé au-dessous du niveau extérieur du mercure est sensiblement constante et indépendante des variations de la pression atmosphérique. Une branche latérale, située sur la branche ouverte, conduit à un thermomètre à gaz par un tube fin qui remonte verticalement. On a introduit dans ce tube une solution d'indigo dans de l'acide sulfurique, dont on observe le niveau sur une échelle en carton placée derrière. Le thermomètre à gaz, gradué à l'aide d'un thermomètre à mercure, sert à des expériences de Cours. D'après l'auteur, on observe à 6^m de distance des variations de 0,1 degré *Réaumur*. CH.-ED. GUILLAUME.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, tome XIX; mars 1890.

MASCART. — *Sur la mesure du champ magnétique terrestre*, p. 289.

J. VIOLLE et TH. VAUTIER. — *Sur la propagation du son à l'intérieur d'un tuyau cylindrique*, p. 306.

([1]) *Wied. Ann.*, t. XXXI, p. 941.

Wiedemann's Annalen.

T. XXXIX, n° 2; 1890.

M. Planck. — *Sur le développement d'électricité et de chaleur dans les électrolytes*, p. 161.

C. Fromme. — *Sur le maximum de polarisation d'électrodes de platine dans l'acide sulfurique*, p. 187.

F. Richarz. — *Polarisation galvanique d'électrodes de platine dans l'acide sulfurique étendu, pour de grandes densités de courant. III. Mesures de la polarisation galvanique par une nouvelle méthode*, p. 201.

F. Kolacek. — *Contributions à la théorie électromagnétique de la lumière*, p. 236.

E. Lommel. — *Les courbes d'égale intensité lumineuse dans les figures données par les cristaux à deux axes*, p. 258.

K. Angström. — *Contributions à la connaissance de l'absorption des rayons calorifiques par les divers éléments de l'atmosphère*, p. 267.

K. Angström. — *Observations sur le rayonnement du Soleil*, p. 294.

H. Merczyng. — *Sur le mouvement de liquides, eau et pétrole*, p. 312.

E. Wiedemann. — *Capacité d'un vase à diverses distances du centre de la Terre, d'après Al. Khazini et Roger Bacon*, p. 319.

B. Walter. — *Addition au Mémoire « Sur la polarité apparente de la lumière dans les bandes de Talbot*, p. 320.

LES OBSERVATIONS MÉTÉOROLOGIQUES SUR LA TOUR EIFFEL;

PAR M. ALFRED ANGOT.

L'observatoire météorologique établi au sommet de la tour Eiffel depuis le milieu de juin 1889, par les soins du Bureau central météorologique, comprend les instruments suivants :

Instruments à lecture directe : baromètre à mercure; thermomètres à maxima et à minima, psychromètre;

Instruments enregistreurs ordinaires : baromètre; thermomètre; hygromètre; pluviomètre;

Instruments transmettant et enregistrant électriquement leurs indications à distance d'une manière continue : thermomètre; girouette; anémomètre pour la vitesse horizontale (cinémographe); anémomètre pour les courants verticaux.

Tous les instruments enregistreurs ont été imaginés et construits par MM. Richard frères.

Une fois par semaine au moins, et plus souvent quand cela est possible, on monte au sommet de la tour faire les observations directes qui doivent servir de contrôle pour les enregistreurs. Sauf le baromètre, tous ces instruments sont disposés sur la petite plate-forme circulaire de $1^m,60$ de diamètre qui termine la tour et dont l'altitude est exactement de 300^m au-dessus du sol (336^m au-dessus du niveau de la mer). Les baromètres à lecture directe et enregistreur sont installés dans une des pièces qui sont au-dessus de la troisième plate-forme, à 280^m du sol. Enfin trois autres séries de thermomètres enregistreurs et à lecture directe sont disposés près du sol (pilier est), à la deuxième plate-forme (115^m) et au plancher intermédiaire entre la deuxième et la troisième plate-forme (195^m).

Les indications des instruments enregistreurs, corrigées par la comparaison avec les observations directes, seront relevées heure par heure. Ce travail considérable est terminé pour les observations de la vitesse horizontale du vent et de la température au sommet de la tour jusqu'à la fin de l'année 1889. Nous indiquerons les résultats les plus remarquables qu'ont fournis ces observations.

L'anémomètre a été installé le 18 juin 1889 et a fourni douze journées complètes d'observations en juin, 28 en juillet, 31 en août, 30 en septembre, 31 en octobre, 26 en novembre et 25 en décembre, soit en tout 193 journées, qui se divisent en deux périodes bien nettes, l'une qui correspond à la saison chaude, jusqu'au 30 septembre (101 journées) et l'autre qui correspond à la saison froide et comprend les trois derniers mois de l'année (92 journées). Nous considérerons séparément ces deux périodes, en rapprochant les observations obtenues au sommet de la tour de celles qui ont été recueillies pendant le même temps, avec un instrument identique, sur la tourelle du Bureau central météorologique, à 21^{m} au-dessus du sol, et à 500^{m} environ de distance horizontale de la tour Eiffel. Nous donnons dans le Tableau suivant les moyennes horaires de la vitesse du vent en mètres par seconde dans les deux stations et leur rapport; ces nombres sont de plus représentés graphiquement dans les *fig.* 1 et 2.

Vitesse du vent sur la tour Eiffel et au Bureau météorologique.

	Saison chaude (juin-septembre).			Saison froide (octobre-décembre).		
Heures.	Tour.	Bureau météorologique.	Rapport.	Tour.	Bureau météorologique.	Rapport.
h	m	m	m	m	m	m
0 (minuit)...	8,48	1,85	4,6	8,56	1,57	5,5
1	8,42	1,73	4,9	8,49	1,54	5,5
2	8,10	1,61	5,0	8,54	1,42	6,0
3	7,97	1,62	4,9	8,39	1,33	6,3
4	7,68	1,60	4,8	8,54	1,43	6,0
5	7,49	1,50	5,0	8,64	1,48	5,8
6	7,08	1,64	4,3	8,79	1,54	5,7
7	6,55	1,86	3,5	8,88	1,58	5,6
8	5,60	2,09	2,7	8,56	1,59	5,4
9	5,47	2,40	2,3	8,19	1,77	4.6
10	5,35	2,66	2,0	7,59	2,00	3,8
11	5,94	2,95	2,0	7,22	2,29	3,2
12 midi.......	6,03	3,07	2,0	7,24	2,43	3,0
13	6,32	3,19	2,0	7,31	2,43	3,0
14	6,44	3,07	2,1	7,35	2,47	3,0
15	6,21	2,82	2,2	7,21	2,13	3,4
16	6,46	2,85	2,3	7,65	2,10	3,6
17	6,69	2,78	2,4	7,89	1,89	4,2
18	6,73	2,47	2,7	8,43	1,84	4,6

Vitesse du vent sur la tour Eiffel et au Bureau météorologique (suite).

Heures.	Saison chaude (juin-septembre). Tour.	Bureau météorologique.	Rapport.	Saison froide (octobre-décembre). Tour.	Bureau météorologique.	Rapport.
h	m	m	m	m	m	m
19	6,98	2,11	3,3	8,60	1,72	5,0
20	7,72	2,02	3,8	9,00	1,65	5,5
21	8,12	1,98	4,1	8,62	1,67	5,2
22	8,60	2,07	4,2	8,47	1,62	5,2
23	8,75	1,95	4,5	8,37	1,42	5,9
Moyennes ..	7,05	2,24	3,1	8,19	1,80	4,6

Ce qui frappe tout d'abord dans ces nombres, c'est la force tout à fait imprévue que le vent possède à 300^m de hauteur dans l'air libre. La moyenne des 193 journées d'observations de 1889 donne au sommet de la tour une vitesse moyenne de $7^m,59$, tandis qu'au Bureau météorologique on n'a obtenu que $2^m,13$; le rapport de ces deux nombres est 3,6. On savait bien que la vitesse du vent augmente avec la hauteur; car, près du sol, les mouvements de l'air sont gênés par le frottement contre toutes les aspérités, collines, maisons, arbres, etc.; mais on n'admettait pas jusqu'ici une variation aussi rapide.

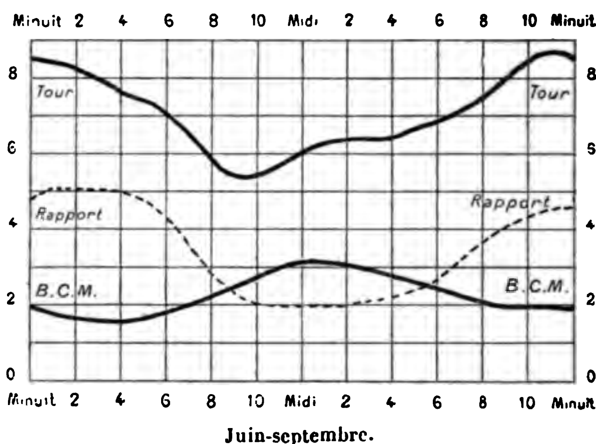
Un fait encore plus imprévu est la loi de la variation diurne de la vitesse du vent au sommet de la tour Eiffel.

Au Bureau météorologique, dans les deux périodes considérées, la vitesse du vent est maximum vers 1^h du soir et minimum dans la nuit, entre 3^h et 5^h du matin, comme on le voit par l'examen des nombres donnés plus haut et par celui des courbes inférieures (B.-C.-M.) des *fig.* 1 et 2; c'est du reste ce que l'on a observé dans toutes les stations ordinaires. La variation diurne de la vitesse du vent suit donc sensiblement la même loi que la variation diurne de la température; on remarque même que l'amplitude de la variation diurne de la vitesse du vent est plus grande pendant les mois chauds (*fig.* 1) que pendant les mois froids (*fig.* 2), exactement comme pour la température. Les raisons de cette similitude sont connues.

Sur les hautes montagnes, la vitesse du vent présente une variation diurne sensiblement inverse; elle est minimum vers le

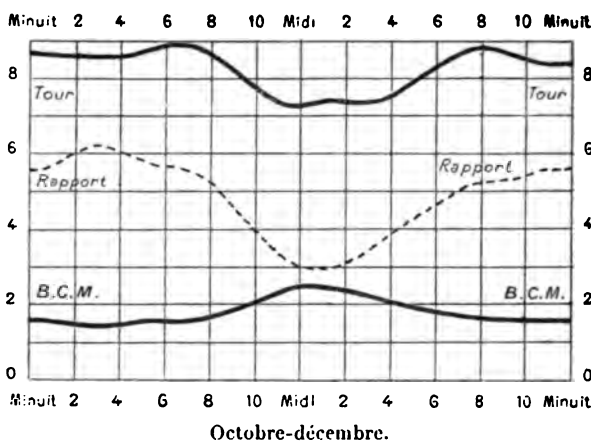
milieu du jour et maximum dans la nuit. Cette inversion s'explique aisément et tient aux dilatations et aux contractions de l'atmosphère qui accompagnent la variation diurne de la température;

Fig. 1.



Juin-septembre.

Fig. 2.



Octobre-décembre.

Variation diurne de la vitesse du vent au sommet de la tour Eiffel et au Bureau central météorologique.

mais elle n'avait été signalée jusqu'à ce jour que dans les stations de montagnes les plus élevées (puy de Dôme, pic du Midi, Santis, etc.). Il est très curieux de la retrouver presque complète à la tour Eiffel; dans les mois chauds (courbe supérieure de la

fig. 1), le maximum diurne s'y produit en effet vers 11^h du soir et le minimum vers 10^h du matin; dans les mois froids (courbe supérieure de la *fig.* 2), il y a deux maxima presque égaux vers 8^h du soir et 6^h du matin, séparés par un minimum peu important à 2^h du matin, de sorte que la vitesse du vent reste grande pendant toute la nuit et présente au contraire un minimum très marqué de 11^h du matin à 3^h du soir. L'amplitude totale est, du reste, moins grande dans la saison froide que dans la saison chaude, comme celle de la température.

Cette inversion dans la marche diurne de la vitesse du vent en haut de la tour et près du sol est encore mise plus nettement en évidence par les courbes ponctuées des *fig.* 1 et 2, qui représentent la variation diurne du rapport des vitesses dans les deux stations. Aussi bien dans les mois chauds que dans les mois froids, le rapport des deux vitesses est maximum vers 3^h du matin et minimum au milieu du jour.

C'est certainement la première fois que l'on signale une variation diurne semblable à une hauteur aussi faible dans l'atmosphère; le régime du vent constaté sur les hautes montagnes existe donc déjà à moins de 300^m de terre, à condition d'observer réellement dans l'air libre.

La discussion des observations de la température conduit à des conclusions analogues.

Nous avons pris comme terme de comparaison l'observatoire du parc Saint-Maur, qui est bien situé, en pleine campagne, et donne la température exacte de la région de Paris. Un point situé dans Paris même, plus près de la tour, n'aurait pas convenu, parce que la température de Paris n'existe pas, à proprement parler; elle est absolument artificielle et peut varier de plusieurs degrés suivant l'emplacement et l'exposition des instruments, l'état du ciel, la direction du vent, etc.

En admettant, comme d'ordinaire, une décroissance moyenne de 1° pour 180^m, la température devrait être constamment plus basse de $1^\circ,59$ au sommet de la tour qu'au parc Saint-Maur. Nous donnons dans le Tableau ci-dessous les différences observées réellement dans les températures moyennes vraies (moyennes des vingt-quatre heures) et aussi dans les moyennes des minima et des maxima de chaque jour.

Température sur la tour Eiffel et à Saint-Maur.

	Tour Eiffel. — Moyennes			Parc Saint-Maur. — Moyennes			Différence		
	vraies.	des minima.	des maxima.	vraies.	des minima.	des maxima.	des moyennes.	des minima.	m
	°	°	°	°	°	°	°	°	
Juillet 1889.	16,22	12,86	19,62	17,81	12,88	24,09	—1,59	—0,02	—
Août......	15,73	12,51	19,43	16,80	11,55	23,40	—1,07	+0,96	—
Septembre.	13,50	10,79	16,61	13,66	8,87	19,88	—0,16	+1,92	—
Octobre...	8,80	6,79	11,33	9,50	6,12	14,36	—0,70	+0,67	—
Novembre.	6,21	4,59	7,75	5,86	2,58	9,53	+0,35	+2,01	—
Décembre .	— 0,70	— 2,29	1,34	0,28	— 1,86	2,66	—0,98	—0,43	—
Moy.....	9,96	7,54	12,68	10,65	6,69	15,65	—0,69	+0,85	—

La discussion de ces nombres conduit aux résultats suivants :

Dans tous les mois sans exception, la température maximum diurne au sommet de la tour est plus basse qu'au pied; dans les mois froids de novembre et décembre, la différence ne s'écarte pas beaucoup de la normale, — 1°,59; mais elle est beaucoup plus grande pendant les mois chauds; elle atteint — 4°,47 en juillet. Les journées sont donc relativement froides au sommet. Par contre, les nuits y sont très chaudes; non seulement la différence entre le sommet et la base n'atteint — 1°,59 dans aucun mois, mais dans quatre mois sur six elle est positive : la température est plus élevée au sommet.

La cause principale de ces différences est la faiblesse des pouvoirs absorbant et émissif de l'air, qui s'échauffe très peu directement pendant le jour et se refroidit aussi très peu pendant la nuit. La variation diurne de la température doit donc être petite à une certaine hauteur dans l'air libre; elle est grande au contraire dans les couches inférieures de l'atmosphère, auxquelles se communiquent par contact les variations de température considérables que subit le sol. Dans les 200 ou 300 premiers mètres d'air à partir du sol, la décroissance de la température doit être ainsi très rapide pendant le jour et très lente pendant la nuit, où même il fait normalement plus chaud à une certaine hauteur que près du sol, quand le temps est calme et beau.

Les mêmes phénomènes ont été signalés fréquemment dans les

observatoires de montagnes, mais ils y sont généralement moins remarquables. C'est que, dans ces stations, la masse de la montagne exerce encore une influence considérable sur les variations de température de l'air, tandis qu'à la tour Eiffel on est réellement dans l'air libre. Aussi l'amplitude diurne de l'oscillation de la température y est-elle extraordinairement faible. Nous donnons les valeurs de cette amplitude pour les six mois, en y ajoutant comme termes de comparaison les amplitudes observées au parc Saint-Maur et au sommet du puy de Dôme (altitude 1470^{m}).

Amplitude de la variation diurne de la température.

	Tour Eiffel.	Parc Saint-Maur.	Puy de Dôme.
1889. Juillet.......	6°,76	11°,21	5°,83
» Août........	6,92	11,85	6,41
» Septembre...	5,82	11,01	6,11
» Octobre.....	4,54	8,24	4,04
» Novembre....	3,16	6,95	4,10
» Décembre....	3,63	4,52	4,51
Moyennes...	5,14	8,96	5,17

On voit que l'amplitude de la variation diurne de la température à la tour Eiffel est la même en moyenne qu'au sommet du puy de Dôme et plutôt même inférieure.

Il est facile de se rendre compte qu'il n'y a pas compensation rigoureuse entre le refroidissement relatif pendant le jour et le réchauffement apparent pendant la nuit que procure au sommet de la tour sa position isolée dans l'atmosphère. Dans le jour, en effet, l'air est agité dans les couches inférieures : des courants ascendants prennent naissance et amènent fréquemment à un niveau donné de l'air provenant des régions plus basses et plus chaudes. Pendant la nuit, au contraire, surtout si le temps est calme et beau, le refroidissement par rayonnement est considérable à la surface du sol et dans les couches inférieures ; la température augmente alors avec la hauteur, au lieu de diminuer ; l'équilibre de l'air est doublement stable, puisque la pression diminue et la température s'élève quand on s'éloigne du sol. L'excès relatif de température constaté pendant la nuit à un certain niveau dans l'air libre doit donc surpasser la différence inverse que l'on observe pendant le jour. C'est ce que l'on remarque

en effet dans les nombres que nous avons publiés. La différence moyenne des maxima de Saint-Maur et de la tour est de — 2°,97 au lieu de — 1°,59; les maxima de la tour sont donc trop bas de 1°,38; par contre, la différence moyenne des minima étant + 0°,85, ceux-ci sont trop hauts de 2°,44.

Il résulte de ce défaut de compensation entre le jour et la nuit que la température moyenne de la tour Eiffel doit être plus élevée que la loi de décroissance ordinaire des températures ne l'indiquait. Les six premiers mois donnent en effet comme différence des températures moyennes vraies de Saint-Maur et de la tour — 0°,69, au lieu de — 1°,59; l'excès moyen de température de la tour est de 0°,9. Le mois de juillet est le seul qui présente la décroissance de température normale; dans tous les autres, la décroissance est beaucoup moins rapide, et même la température moyenne du mois de novembre a été plus haute en valeur absolue au sommet de la tour qu'à Saint-Maur. Cette dernière anomalie, extrêmement curieuse, tient à ce que souvent le régime atmosphérique peut être entièrement différent à 300^{m} de hauteur de celui que nous observons près du sol : c'est justement ce qui s'est produit en novembre dernier dans des conditions très remarquables.

Du 10 au 24 novembre a régné sur nos régions une période de hautes pressions, avec calme ou vents très faibles venant généralement de l'est, et température basse, surtout dans les derniers jours; on a noté à Saint-Maur les températures minima de — 1°,2 le 21, — 3°,1 le 22 et — 1°,8 le 23; c'est seulement dans la journée du 24 que le vent passe au sud-sud-ouest et devient fort; la température remonte, le ciel se couvre et le mauvais temps commence. Or à la tour la température était encore basse le 21 avec vent faible du sud-est, lorsque, vers 6^{h} du soir, le vent prend de la force, tourne au sud, puis se fixe au sud-sud-ouest; en même temps, la température, au lieu de baisser comme elle aurait dû le faire normalement pendant la nuit, remonte de plus de 8° et arrive à + 10°, à 2^{h} du matin, le 22, alors qu'à Saint-Maur on notait — 2°,5. Depuis ce moment, les conditions n'ont pas changé au sommet et la température y est restée haute, de sorte que, dans tout l'intervalle compris entre le soir du 21 et le matin du 24, il a fait constamment beaucoup plus chaud à 300^{m} que près du sol. Ce qu'il y a de plus remarquable, c'est que rien en bas ne pouvait

indiquer cette anomalie; pendant toute cette période, le ciel a été constamment d'une pureté parfaite, sans aucun nuage; un calme presque complet régnait près du sol, qui s'est trouvé ainsi pendant deux jours et demi surmonté d'une couche froide et stagnante d'air de 200^m environ de hauteur, alors qu'au-dessus soufflait un vent chaud du sud-sud-ouest animé d'une vitesse de 6^m à 8^m par seconde.

Les observations de température, aussi bien que celles de la vitesse du vent, montrent ainsi, d'une manière tout à fait imprévue, à quel point les conditions météorologiques à 300^m seulement de hauteur peuvent différer de celles que l'on observe près du sol. La station météorologique de la tour Eiffel est la première qui nous donne des observations faites dans l'air libre : c'est surtout à ce titre que, malgré son altitude relativement faible, elle nous promet des résultats des plus intéressants pour les différentes branches de la physique du globe.

SUR UNE LOI ÉLÉMENTAIRE DE L'INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE;

Par M. R. BLONDLOT.

En cherchant à déterminer, par le calcul, les phénomènes d'induction produits dans un circuit non fermé par la variation de l'aimantation d'un aimant, j'ai été conduit à formuler la loi élémentaire suivante :

La variation de l'aimantation d'un élément aimanté produit un champ électrique identique, sauf le changement des forces magnétiques en forces électriques, au champ magnétique que produirait, d'après la formule de Biot et Savart [1], *un élément de courant occupant la place de l'élément aimanté, et dont l'intensité serait égale à la dérivée par rapport au temps du moment magnétique de cet élément.*

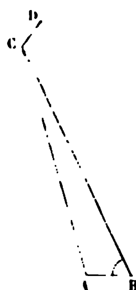
---

[1] Dite à tort *formule de Laplace*. Voir J. Bertrand, *Leçons sur la théorie mathématique de l'électricité*, p. 136.

Cette proposition s'établit aisément, comme il suit :

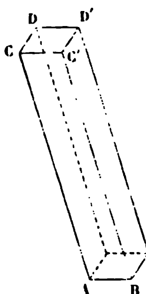
Soient AB (*fig.* 1) un élément aimanté et CD un élément de circuit, situé par rapport à AB d'une manière quelconque. Une variation infiniment petite de l'aimantation de AB peut être envisagée comme le transport d'une certaine quantité dq de magnétisme

Fig. 1.



nord de l'un des pôles à l'autre, par exemple de A en B. Lors de ce transport, les lignes de force émanant de dq subissent une translation égale au déplacement de dq, et, par suite, sont coupées par CD, qui devient ainsi le siège d'une force électromotrice.

Fig. 2.



D'après les lois connues de l'induction, la valeur totale de cette force électromotrice pendant le déplacement du pôle est égale au flux de force balayé par CD.

Menons CC' (*fig.* 2) égale et parallèle à AB, puis achevons le parallélogramme CDD'C'. Le flux de force balayé est évidemment

égal à celui qui, émanant de dq supposé immobile en A, traverserait CDD′C′; ce dernier flux a pour valeur $\frac{dq}{\overline{AC}^2}$ multiplié par la projection de CDD′C′ sur un plan normal à AC. Achevons le parallélépipède commencé par la force CDD′C′ et l'arête AC; le flux de force en question peut être exprimé par $\frac{dq}{\overline{AC}^3}$ multiplié par le volume du parallélépipède; si nous appelons dt la durée de la variation d'aimantation, la force électromotrice induite au temps t dans l'élément CD a pour valeur $\frac{1}{\overline{AC}^3} \times \frac{dq}{dt}$ multiplié par le volume du parallélépipède.

Posons-nous, d'autre part, le problème suivant :

Soit AB *un élément de courant d'intensité i et, d'autre part, un pôle unité décrivant un élément de trajectoire* CD; *proposons-nous d'évaluer le travail électromagnétique lors de ce déplacement, d'après la loi élémentaire de Biot et Savart.*

La force qui agit sur le pôle est normale au plan CAB; *la projection du déplacement* CD *du pôle sur cette force est donc la distance du point* D *au plan* CAB; *d'autre part, la force a pour valeur* $i \times \frac{AB \sin B}{\overline{CA}^2} = \frac{i \times 2 \,\text{triangles}\, CAB}{\overline{CA}^3}$; *donc le travail cherché égale* $\frac{i}{\overline{AC}^3}$ *multiplié par six fois la pyramide* ABCD, *ou* $\frac{1}{\overline{AC}^3} \times i$ *multiplié par le volume de la pyramide du problème précédent.*

Comparons maintenant les solutions des deux problèmes. Si l'on considère un élément linéaire quelconque dans l'espace et que l'on évalue, dans le premier problème, la force électromotrice induite au temps t; dans le second problème, le travail électromagnétique, on obtient le même nombre, à condition que l'intensité du courant électrique dans le premier problème soit égale à la vitesse du déplacement magnétique dans le second (on pourrait appeler, avec M. Herz, cette vitesse l'*intensité du courant magnétique*).

Si l'on divise, d'une part, la force électromotrice, d'autre part,

le travail électromagnétique par la longueur de l'élément linéaire, on a l'énoncé suivant :

La force électromotrice rapportée à l'unité de longueur, ou, ce qui revient au même, la force qui s'exercerait sur l'unité électromagnétique d'électricité a, dans le premier problème, la même valeur et la même direction (puisque l'élément linéaire est quelconque) que la force électromagnétique dans le second problème : ce sont des vecteurs identiques.

La proposition énoncée en commençant est ainsi démontrée.

La loi élémentaire ainsi trouvée donne, si on l'applique à des circuits fermés, les lois connues de l'induction. De plus, si on l'applique au cas où l'aimant inducteur est un tore dont l'aimantation varie, elle donne, pour la distribution dans l'espace de la force électromotrice d'induction, la solution qui a déjà été indiquée par M. H. Herz (¹).

M. Rowland a, comme on sait, démontré expérimentalement que le déplacement d'une charge électrique produit les mêmes actions électromagnétiques qu'un courant; en combinant ce résultat avec la loi élémentaire ici donnée, on a l'énoncé suivant :

Le même déplacement donné à une charge électrique et à un pôle magnétique ayant la même valeur numérique produit en chaque point de l'espace des forces magnétique et électrique égales entre elles.

C'est un exemple de plus de la réciprocité intime des phénomènes électriques et magnétiques.

SUR LA LOCALISATION DES FRANGES D'INTERFÉRENCE DES LAMES MINCES ISOTROPES;

Par M. J. MACÉ DE LÉPINAY.

Partie expérimentale (²).

Les expériences de vérification qui suivent sont relatives exclusivement au cas de lames minces prismatiques : avec un appareil

(¹) *Wiedemann's Annalen*, t. XXIII, p. 84; 1884.

(²) *Voir* page 121 de ce Volume.

producteur des anneaux de Newton, on n'aurait pu observer les franges qu'à une trop courte distance de la tache centrale, et la constante R' aurait toujours eu une valeur trop faible pour que les résultats des expériences fussent réellement probants.

La disposition générale de l'appareil employé ayant été déjà indiquée, je n'ajouterai que quelques mots à ce sujet : la lame mince, quelle qu'elle fût, était posée sur un disque horizontal, mobile autour d'un axe normal à son plan en son centre, et dont le bord gradué se déplaçait devant un index fixe. On pouvait ainsi faire varier l'angle u et en connaître chaque fois la valeur. La région de la lame mince que l'on observait était toujours celle qui se trouvait sur cet axe de rotation et restait de la sorte invariable pendant la rotation de la plate-forme (α constant). La lumière monochromatique employée était celle du sodium. Ajoutons que l'étude préalable de la lunette d'observation et, en particulier, la détermination, par la méthode de M. Cornu ([1]), des constantes de l'objectif avaient fourni les données numériques nécessaires pour connaître la distance du point visé au foyer extérieur de cette lentille, correspondant à chaque valeur du tirage.

Pour régler l'appareil, il fallait : 1° rendre horizontal le disque portant la lame mince; 2° rendre vertical le plan dans lequel se meut l'axe optique de la lunette, et vérifier que ce plan passe par le centre du disque; 3° la lunette étant amenée à viser ce dernier point, la faire tourner de l'angle convenable (facile à calculer), pour pouvoir viser le point voulu de la lame mince; 4° déterminer l'orientation du disque mobile qui correspond à $u = \pm 90°$ ([2]); 5° amener au moyen d'un fil à plomb la fente à être contenue dans un plan vertical, et lire la position correspondante de son index.

Pour effectuer une série d'observations, il suffisait, la lame mince étant fixée dans une position connue, de faire varier simultanément l'orientation de la fente et le tirage, de manière à obtenir

---

([1]) *Journal de Physique*, [1], t. VI, p. 276 et 308; 1877.

([2]) En observant au moyen de la lunette un fil à plomb délié, on amenait l'un des fils du réticule à se trouver dans un plan vertical et l'autre, par suite, à être normal au plan d'incidence. On faisait alors tourner la lame mince jusqu'à ce que les franges fussent parallèles à ce second fil. On ne pouvait songer à amener, ce qui paraît plus simple, les franges à être parallèles au fil vertical; car la valeur correspondante de u n'eût été, par suite du phénomène de Feussner, ni 0° ni 180°.

chaque fois le maximum de netteté des franges au milieu du champ.

Il est à noter que, si u est voisin de 0° ou de 180°, il est avantageux de se donner chaque fois le tirage et de faire tourner la fente; c'est l'inverse qui se présente si u est voisin de $\pm 90°$. Chaque série d'observations doit être complétée par la détermination du tirage nécessaire (la fente étant supprimée) pour voir nettement les grains de poussière dont on a soin de recouvrir la surface supérieure de l'appareil producteur des franges.

Cas d'une lame mince d'air surmontée d'une lame réfringente épaisse. — Les expériences dont les résultats sont consignés dans les deux Tableaux qui suivent sont relatives à une lame d'air prismatique (angle au sommet, 6') comprise entre deux lames rectangulaires de crown de 2cm d'épaisseur, à faces bien planes et parallèles. Elles ont toutes été effectuées dans les mêmes conditions, à savoir :

$$i = 53°30', \qquad n' = 1{,}50, \qquad n = 1,$$
$$a = 4^c \text{ (d'où } a' = 3^c{,}22), \qquad h = 2^c \text{ (d'où } d = 1^c{,}58 \text{ et } d' = 0^c{,}78).$$

Tableau I.

	$u = 0.$		$u = 180°.$		
	φ'_0		φ'_{180}		
D.	observé.	calculé.	observé.	calculé.	$\varphi'_0 - \varphi'_{180}$.
c 3,85	111.30	112.46	67.45	67.14	179.15
3,24	107.45	107. 4	73.15	72.56	181.00
2,69	100.00	101.36	78.30	78.24	178.30
2,18	96.30	96.20	83.00	83.40	179.30
1,70	90.15	91.14	88.45	88.46	179.00
1,26	88.10	86.37	92.00	93.23	180.10
0,87	83.50	82.31	97.00	97.29	180.50
0,50	81.00	78.42	99.15	101.18	180.15
0,16	77.15	75.17	104.00	104.43	181.15
0,16	»	»	107.30	107.50	Moy.. 179.52
0,46	»	»	109.00	110.40	

Outre la concordance, aussi complète qu'on pouvait l'espérer, entre les résultats de l'observation et du calcul, nous trouvons dans les nombres inscrits dans ce Tableau deux autres vérifications de la théorie :

1° Si l'on suppose $\varphi' = 90°$, avec $u = 0°$ ou $180°$, la théorie indique que l'on doit trouver $D + d = 0$, soit, dans le cas actuel, $D = -1^c,58$. Or, si l'on calcule par interpolation, en partant des nombres observés, les valeurs de D correspondant à $\varphi' = 90°$, on trouve

$$u = 0°, \qquad D = -1^c,59,$$
$$u = 180°, \qquad D = -1^c,53.$$

2° Les formules théoriques étant

$$D + d = a' \frac{\cot\varphi'}{\cos i} \qquad \text{pour} \qquad u = 0°$$

et

$$D + d = -a' \frac{\cot\varphi'}{\cos i} \qquad \text{pour} \qquad u = 180°,$$

on voit que les valeurs de φ'_0 et φ'_{180} correspondant à un même tirage doivent être supplémentaires. C'est ce que vérifient les nombres inscrits dans la dernière colonne de ce Tableau.

Parmi toutes les expériences faites au moyen de la même lame, sous la même incidence, mais dans les conditions les plus variées, je crois suffisant de citer les suivantes, qui correspondent approximativement, chacune, au maximum de netteté des franges (fente à peu près normale aux franges) :

Tableau II.

u.	φ'.	D observé.	D calculé.
° ′	° ′	c	c
45. 0	153.45	— 4,37	— 4,49
90. 0	arbitraire	— 3,95	— 4,00*
135. 0	31.45	— 4,37	— 4,32
157.30	57.30	— 3,97	— 3,93*
202.30	108.45	+ 0,16	+ 0,17*
225. 0	142. 0	+ 1,88	+ 2,05
315. 0	41.15	+ 1,88	+ 1,93

Plusieurs de ces expériences ont présenté quelques difficultés, provenant de ce que les franges ne disparaissaient pas assez vite lorsqu'on faisait tourner la fente. On a marqué d'un astérisque celles d'entre elles qui ont paru les plus précises; ce sont celles en même temps dont les résultats concordent le plus exactement avec ceux de la théorie.

Cas d'une lame mince réfringente isolée ($h = 0$). — Cette lame était une lamelle de microscope qui donnait naissance à des franges bien rectilignes, parallèles et équidistantes (angle au sommet, 3′). Je me suis attaché surtout, dans ce cas, à opérer sous diverses incidences, afin de vérifier la loi suivant laquelle a' doit varier avec cet angle.

Imaginons que, pour une incidence donnée, on ait effectué une série de mesures analogues à celles du Tableau I. Dans la formule

$$D = a' \frac{\cot \varphi'}{\cos i},$$

on peut considérer a' comme inconnue et en obtenir autant de valeurs que l'on a effectué de mesures. La valeur la plus probable en est d'ailleurs, dans les conditions où l'on opère,

$$a'_m = \frac{\Sigma a' \sin 2\varphi'}{\Sigma \sin 2\varphi'}.$$

Ce sont les valeurs moyennes ainsi calculées qui sont inscrites dans la seconde colonne du Tableau suivant.

Pour pouvoir, d'autre part, calculer les valeurs théoriques de cette même constante, $a' = a \frac{\cos^2 i \sin r}{n \cos^2 r}$, il fallait connaître a et n. Pour y parvenir, on a mesuré : 1° la distance moyenne de deux franges sous l'incidence normale, $da = 0^c,02075$; 2° cette même distance sous l'incidence 54°18′, $da_1 = 0^c,02450$; 3° l'épaisseur centrale de la lame (région utilisée), $e = 0^c,01674$. On en déduit d'abord l'angle r de réfraction correspondant à l'incidence 54°18′

$$\cos r = \frac{da}{da_1}, \qquad r = 32°7',$$

et par suite l'indice de la lame,

$$n = 1,5275.$$

On en déduit enfin la distance a

$$a = \frac{2ne\,da}{\lambda} = 18^c,01.$$

Telles sont les données qui ont servi à calculer les valeurs de a' inscrites dans la troisième colonne du Tableau III.

TABLEAU III.

	a'.	
i.	Observation.	Calcul.
21°.18′	2°,63	2°,58
26.24	2,97	3,01
30.24	3,31	3,26
33.42	3,49	3,42
39.19	3,49	3,53
46. 0	3,37	3,44
53.12	3,07	3,06
54.18	2,98	2,97
59. 0	2,47	2,56
65.12	1,87	1,91

On voit que la concordance entre les résultats du calcul et de l'observation est ici encore complète. En particulier, l'expérience met en évidence l'existence d'un maximum de a', qui, théoriquement, correspondrait à l'incidence 40°13′.

En résumé, on est en droit d'affirmer que, dans tous les cas possibles, les conséquences de la théorie ont été confirmées par l'expérience.

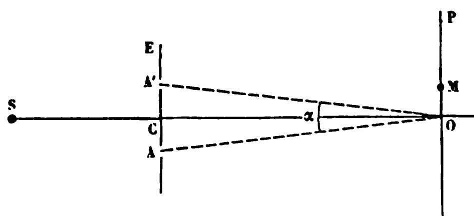
SUR LES FRANGES D'INTERFÉRENCE DE DEUX TROUS;

PAR M. P. JOUBIN.

Si l'on éclaire par un point lumineux deux trous A et A′, très petits et très rapprochés, percés dans un écran opaque, la source de lumière S étant dans leur plan de symétrie, on sait depuis Young que, dans un plan P situé derrière l'écran, il se produit des franges d'interférence perpendiculaires à la droite qui joint les centres des images diffractées des deux trous. Ces franges proviennent de l'interférence des ondes émanées de chacun d'eux, considéré comme une source lumineuse et envoyant des mouvements vibratoires dans toutes les directions. On peut observer ces franges soit directement, soit par diffusion sur un écran, soit enfin au foyer d'une lunette dont l'objectif porte les deux trous. Si l'on appelle α (*fig.* 1) l'angle sous lequel on voit du point O,

centre du phénomène dans un plan P, l'intervalle AA', la distance OM à laquelle se forme la $p^{\text{ième}}$ frange est en raison inverse de cet angle α, et est indépendante de la position de la source S; elle ne dépend que de la distance CO. Par suite, si l'on se sert d'une lunette dont l'objectif est situé au point C et si l'on observe dans le plan conjugué du point S, à mesure que SC diminuera, CO augmentera, ainsi que la largeur des franges; au contraire, si, tout en déplaçant le point S d'une façon quelconque sur la normale CO, on laisse fixe l'oculaire de la lunette, on observera toujours dans le même plan, et la largeur des franges restera constante. C'est ce qu'il est bien facile de vérifier; la largeur des franges dans le plan conjugué de S suit rigoureusement la même loi que la distance CO de ce plan P à l'objectif. Ainsi, les distances

Fig. 1.



SC et CO étant désignées par p et p' et la largeur d'une frange par μ, on trouve

p.	p'.	μ.	$\frac{\mu}{p'}$.
m	m	div	
3,30	0,33	69	$2,1.10^2$
2,10	0,35	73	$2,1.10^2$
1,30	0,39	82	$2,1.10^2$
1,00	0,43	90	$2,1.10^2$

Au contraire, en faisant varier p et laissant l'oculaire fixe, de façon à viser toujours le plan $p' = 0^{\text{m}},33$, on trouve

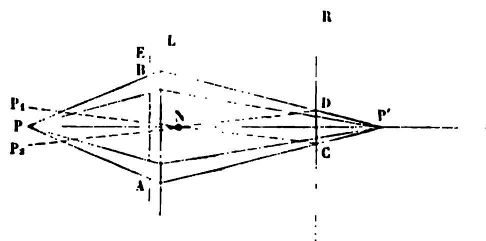
$$\mu = \text{const.} = 69^{\text{div}}.$$

Faisons maintenant l'expérience de la manière suivante : perçons dans une carte, au moyen d'une aiguille, deux trous très fins et aussi rapprochés que possible, $\frac{1}{10}$ de millimètre par exemple, plaçons l'œil très près de la carte et observons soit un point lu-

mineux, soit, ce qui est plus commode, une ligne lumineuse : tout simplement le filament d'une lampe à incandescence. Celui-ci va apparaître couvert de belles franges, d'autant plus larges que les deux trous sont moins écartés. Il semble au premier abord que ce soit le même phénomène que le précédent, l'œil ayant simplement remplacé l'objectif de la lunette, et la rétine servant d'écran de projection. Mais il n'en est rien ; car, si nous nous éloignons de la lampe, les franges s'élargissent beaucoup et deviennent, de très étroites et serrées qu'elles étaient, à une faible distance, très larges et très écartées quand on est loin. Avec la lunette, à mesure qu'on s'éloignait de la source, les franges dans le plan conjugué devenaient plus étroites, et dans un plan fixe restaient invariables : ici elles s'élargissent sur la rétine.

Le phénomène est donc différent, et à la vérité ne présente pas le même aspect. Les trous étant très rapprochés de l'œil apparaissent comme deux taches rondes peu éclairées, empiétant l'une sur l'autre, et à travers lesquelles on voit le filament de charbon élargi par la diffraction ; c'est encore dans la position commune à ces deux taches que se montrent les franges ; mais les trous ne jouent plus le rôle de points lumineux ; l'interférence provient de la source elle-même.

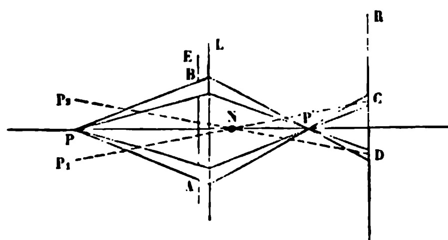
Fig. 2.



Nous en trouverons aisément l'explication en observant à travers ces deux mêmes trous un objet moins brillant que le fil de charbon, un trait noir P sur fond blanc par exemple. La présence de l'écran, à travers lequel l'objet ne paraît plus net, supprime la faculté d'accommodation de l'œil, de sorte que les deux faisceaux partis du trait noir et passant par chacun des trous ne viennent plus couper la rétine au même point, et l'œil a la sensation (*fig.* 2) de deux objets P_1, P_2, situés dans le prolongement des lignes CN,

DN, joignant chacune des taches C et D au point nodal N de l'œil. Ce qui le prouve, c'est que, si l'on bouche le trou B, c'est l'image P_2 qui disparaît. Au contraire, si l'on reproduit la même expérience en plaçant devant l'œil, entre l'écran E et le cristallin L, une lentille convergente de façon à augmenter la convergence de l'œil, le point P' se fait alors en avant de la rétine (*fig.* 3), et l'ordre des images paraît renversé : en fermant l'ouverture B, c'est l'image de droite P_2 du même côté qui disparaît. L'objet paraît donc dédoublé; à la vérité, ce dédoublement est très faible, mais d'autant plus propre à donner des franges d'interférence.

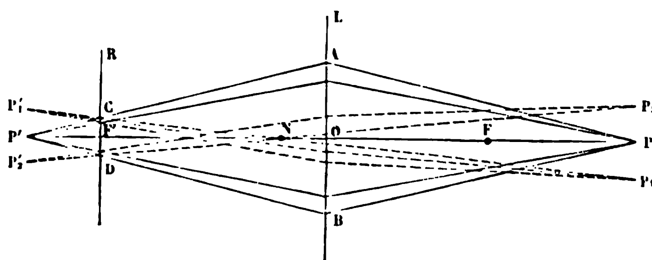
Fig. 3.



Dès lors le phénomène devient très facile à expliquer:

Soit un point lumineux P (*fig.* 4), vu à travers les deux ouver-

Fig. 4.



tures A et B dont nous supposerons, pour simplifier, le plan confondu avec le plan principal L de l'œil. Tout se passe comme si, à la même distance PO, on avait deux points lumineux P_1, P_2 provenant du dédoublement du point P, et formant derrière la rétine leurs images en P'_1, P'_2, après avoir traversé un très petit trou au centre du cristallin. Si P était rigoureusement un point et s'il n'y

avait pas de phénomènes de diffraction, les deux faisceaux en C et D n'empiéteraient pas; mais le fil de la lampe a des dimensions appréciables, la tache centrale provenant de la diffraction l'élargit encore, et au point F' les deux faisceaux sont en partie superposés; on devra observer des franges dont la largeur dépendra de l'angle apparent des points P'_1, P'_2, vus du point F'. Cet angle A est facile à calculer.

En appelant p et p' les distances OP, OP'; f et f' les longueurs focales OF et OF' de l'œil; n la distance du plan principal L au point nodal N; d l'intervalle AB des trous, on a

$$\frac{P'_1 P'_2}{CD} = \frac{p'-n}{f'-n};$$

d'ailleurs

$$\frac{CD}{AB} = \frac{p'-f'}{p'}$$

et, comme $\frac{f}{p} + \frac{f'}{p'} = 1$, on en déduit, toutes réductions faites,

$$A = \frac{P'_1 P'_2}{p'-f'} = \frac{d}{f'}\left(1 + \frac{n}{p}\right).$$

Comme pour l'œil on a sensiblement $f' = 2^{cm}$, $n = f' - f = 0^c,5$,

$$A = \frac{d}{2}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{1}{p}\right).$$

On voit que cet angle varie en sens inverse de p. Lorsque P s'éloignera, les franges s'élargiront; à la limite, quand P sera à l'infini, l'angle apparent sera égal à l'angle $\frac{d}{f'}$ sous lequel on voit la distance AB du fond de l'œil, soit ω; en appelant α l'angle $\frac{d}{p}$ sous lequel on voit la même distance du point P, on peut écrire $A = \omega + \frac{1}{4}\alpha$.

Pour une distance $d = \frac{1}{10}$ de millimètre, ω est égal à 16' environ; si l'on déplace la source depuis l'infini jusqu'à 1^{cm}, α augmentera de 0' à 32' et A de 16' à 24' environ.

Si l'écran E n'est pas confondu avec le plan L, s'il en est à la distance e, un calcul facile montrerait qu'il faut multiplier sensiblement la valeur de A par le facteur $\left(1 + \frac{e}{p}\right)$, ce qui montre

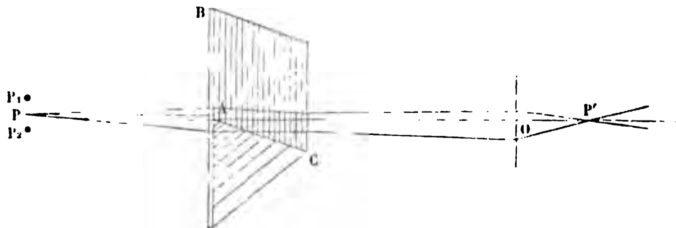
encore que la largeur des franges diminue quand e augmente. L'expérience le vérifie aussi.

Enfin, si l'on place entre l'œil et l'écran E une lentille convergente, de façon à se placer dans le cas de la *fig.* 3, les deux images P'_1, P'_2 peuvent être très écartées, et l'on aperçoit les franges dans l'espace sombre qui les sépare; la loi de leur variation est de même facile à trouver.

Puisque tout se passe comme si l'on avait deux images P_1 et P_2 d'un même point lumineux P, séparées et vues par un très petit trou au centre de la pupille, on doit pouvoir effectuer l'expérience de cette façon, par exemple en observant par un seul trou les deux images données par un biprisme; mais ces images sont alors bien plus écartées que dans le cas précédent, et je n'ai pu réussir à produire le phénomène. Mais on peut opérer de la manière suivante qui revient à peu près au même.

Il suffit d'observer au microscope, avec un fort grossissement, une solution saturée d'un sel qui dépose de très petits cristaux, de quelques microns de longueur, par exemple une solution d'alun qui donne de beaux octaèdres réguliers. Une face AB (*fig.* 5) sera, par exemple, posée sur le porte-objet, et l'autre face

Fig. 5.



AC qui forme suivant l'arête A un dièdre avec la face précédente sera en contact avec la solution saturée; un point P du miroir éclairant enverra un petit faisceau de rayons tombant au point A et pénétrant après réfraction dans l'objectif O du microscope; on a ainsi un biprisme à angle extrêmement faible, et tous les rayons viendront passer par l'image P' du point P dans l'objectif, image qui fera l'office du trou précédent. Dans ces conditions, si l'on met au point l'arête A, les deux régions des deux faces très voi-

sines sont nettement séparées; mais, dès qu'on éloigne légèrement le microscope du porte-objet, les deux faisceaux émanés des points P_1 et P_2 se séparent et viennent se superposer sur la rétine: la région commune se couvre en même temps de belles franges d'interférence, d'autant plus larges que l'indice de la solution est plus rapproché de celui du cristal. Si l'on rapproche au contraire le microscope, les franges apparaissent dans la région sombre. Tant que les cristaux sont petits, leurs arêtes sont rigoureusement des lignes droites, leurs faces des plans, et les franges ont une netteté remarquable.

NOTE SUR L'IDENTIMÈTRE DE M. TRANNIN;

PAR M. E. DOUMER.

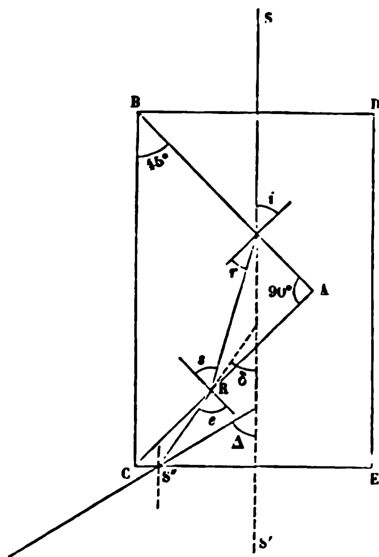
Dans l'*identimètre* ou *réfractomètre différentiel* de M. Trannin ([1]), on mesure le déplacement latéral de l'image de la fente d'un collimateur, produit par le passage de la lumière à travers un système prismatique formé de deux pièces : l'une est une cuve prismatique en verre, à angle réfringent droit, partagée en deux étages par une cloison normale à l'arête; l'autre est une auge parallélépipédique également en verre. Le prisme est placé dans l'auge de telle façon que son étage inférieur communique largement avec l'intérieur de la cuve; l'étage supérieur forme une cavité indépendante de cette dernière.

Si l'on place le système prismatique rempli de liquide entre un collimateur et une lunette fixés dans le prolongement optique l'un de l'autre, et si la fente du collimateur est éclairée par une lumière monochromatique, l'image de la fente sera dédoublée ou non, suivant que les liquides contenus dans l'auge et dans l'étage supérieur du prisme auront des indices différents ou non : de là le nom d'*identimètre* donné à l'appareil. La distance des deux images dans le cas du dédoublement est une fonction de la différence des indices que je vais déterminer.

([1]) *Voir*, pour la description complète de cet instrument, la Notice publiée par l'inventeur.

Soient ABC, BDEC les sections droites du prisme rectangulaire et de l'auge. La base BC fait avec les côtés des angles de 45°. Soient SS′ un rayon incident monochromatique, parallèle à la base; RS″ le rayon émergent correspondant; δ l'angle de déviation; n l'indice du liquide contenu dans l'étage supérieur du prisme; N l'indice du liquide contenu dans l'auge.

Fig. 1.



Les formules du prisme rectangulaire sont, dans ce cas,

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin e}{\sin s} = \frac{n}{N} = \nu, \tag{1}$$

$$r + s = 90^\circ, \tag{2}$$

$$i = 45^\circ, \tag{3}$$

$$e = \delta + i. \tag{4}$$

On a d'abord

$$\frac{\sin^2 i}{\sin^2 r} = \frac{\sin^2 i}{\cos^2 s} = \nu^2,$$

$$\cos^2 s = 1 - \sin^2 s = \frac{\sin^2 i}{\nu^2},$$

$$1 - \frac{\sin^2 e}{\nu^2} = \frac{\sin^2 i}{\nu^2}. \tag{5}$$

D'autre part, de la formule (4) on déduit

$$\sin^2 e = \sin^2 i (1 + 2 \sin\delta \cos\delta), \tag{6}$$

à cause de $\sin i = \cos i$.

Enfin, on tire de (5) et (6), et en remarquant que $\sin^2 i = \frac{1}{2}$,

$$\sin\delta \cos\delta = \nu^2 - 1. \tag{7}$$

Si l'on tient compte de la réfraction à la sortie de la cuve parallélépipédique, on a, en appelant Δ l'angle des deux rayons,

$$\sin\delta = \frac{\sin\Delta}{N}. \tag{8}$$

On mesure la distance des deux images par le déplacement d'un fil réticulaire s'effectuant dans le plan focal de l'objectif de la lunette; en appelant l la distance des deux images, φ la longueur focale de la lentille objective,

$$\frac{l}{\varphi} = \operatorname{tang}\Delta; \tag{9}$$

de (7), (8), (9) on déduit la formule définitive

$$\frac{l}{\varphi N} \cos\Delta \cos\delta = \frac{n^2}{N^2} - 1. \tag{10}$$

Telle est la formule de l'identimètre de M. Trannin. Mais cette formule peut être simplifiée. Les distances l sont toujours très petites relativement à φ : en effet, φ étant de 185^{mm} environ, les valeurs de l varient de 0^{mm} à 4^{mm}, et les cosinus de Δ et δ, même pour $l = 4^{mm}$ sont très voisins de l'unité; on peut donc écrire

$$\frac{l}{\varphi N} = \frac{n^2}{N^2} - 1. \tag{11}$$

L'erreur que l'on commet du chef de cette simplification est inférieure à une unité de la cinquième décimale de la valeur de $\frac{n^2}{N^2} - 1$.

Si le liquide contenu dans la cuve extérieure est de l'eau distillée, $\frac{n}{N}$ est l'indice par rapport à l'eau du liquide contenu dans l'étage supérieur du prisme, et $\frac{n^2}{N^2} - 1$ est *la puissance réfractive par rapport à l'eau* de ce liquide.

A.-W. RUCKER. — On the suppressed dimensions of physical quantities (Sur les dimensions supprimées des quantités physiques); *Philosophical Magazine*, 5e série, t. XXVII, p. 104; 1889.

Quand on calcule les dimensions des quantités physiques, il arrive assez fréquemment que les équations contiennent deux ou plusieurs inconnues. Il faut alors faire une hypothèse, et en général on se borne à considérer l'une des inconnues comme un nombre abstrait. C'est ainsi que la température dans l'évaluation des dimensions des quantités thermiques, la capacité diélectrique dans le système électrostatique, la perméabilité magnétique dans le système électromagnétique sont considérées arbitrairement comme des nombres. Or il est bien clair que, si l'analogie offerte par la théorie cinétique des gaz est générale, la température dépend essentiellement et exclusivement de l'énergie moyenne d'une certaine espèce (dans les gaz, énergie moyenne du mouvement de translation), et qu'il conviendrait par conséquent de lui attribuer les dimensions $[ML^2T^{-2}]$ d'une énergie. D'autre part, on sent bien ce qu'il y a d'incohérent ou tout au moins d'artificiel à attribuer aux mêmes quantités physiques des dimensions différentes dans les systèmes électrostatique et électromagnétique : cela n'aurait pas lieu, si l'on était fixé sur la nature mécanique de la capacité diélectrique et de la perméabilité magnétique ou, en d'autres termes, si l'on possédait une théorie mécanique de l'électricité et du magnétisme.

M. Rücker propose de ne plus dissimuler à l'avenir l'ignorance où nous sommes à cet égard, et de faire figurer provisoirement dans nos formules les quantités physiques dont on supprime d'ordinaire les dimensions, au même titre que les quantités fondamentales, masse, longueur et temps. Ainsi l'on représenterait la température par θ, et, puisqu'une quantité de chaleur se mesure par l'élévation de température d'une certaine masse d'eau, on prendrait pour les dimensions de la quantité de chaleur $M\theta$. Le principe de l'équivalence s'exprimant par la relation

$$[ML^2T^{-2}] = [JM\theta],$$

dans laquelle l'équivalent mécanique de la chaleur est représenté

par J, il en résulterait pour les dimensions de J

$$[J] = [L^2 T^{-2} \theta^{-1}],$$

et ainsi de suite. Voici d'ailleurs la liste de dimensions donnée par M. Rücker pour les quantités thermiques :

Quantité de chaleur.....................	$[M\theta]$
Équivalent mécanique..................	$[L^2 T^{-2} \theta^{-1}]$
Chaleur latente.........................	$[\theta]$
Capacité thermique.....................	$[M]$
Coefficients de dilatation................	$[\theta^{-1}]$
Coefficients d'absorption et d'émission...	$[ML^2 T^{-1}]$
Coefficients de conductibilité...........	$[ML^{-1} T^{-1}]$
Entropie..............................	$[M]$

Le Tableau suivant donne les dimensions des quantités électriques et magnétiques en fonction de la constante diélectrique K et de la perméabilité magnétique μ. En faisant $K = 1$, on obtient le système électrostatique; $\mu = 1$, le système électromagnétique.

	Symbole d'après Maxwell.	Dimensions en fonction de L, N, T et K.	Dimensions en fonction de L, M, T et μ.
ntité d'électricité	e	$\left[L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} K^{\frac{1}{2}}\right]$	$\left[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} \mu^{-\frac{1}{2}}\right]$
entiel électrique	E	$\left[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} K^{-\frac{1}{2}}\right]$	$\left[L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \mu^{\frac{1}{2}}\right]$
ntité de magnétisme...... / nent électrocinétique d'un rcuit....................	m / p	$\left[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} K^{-\frac{1}{2}}\right]$	$\left[L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \mu^{\frac{1}{2}}\right]$
rant électrique........... / entiel magnétique.........	C / Ω	$\left[L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2} K^{\frac{1}{2}}\right]$	$\left[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \mu^{-\frac{1}{2}}\right]$
lacement électrique .... / sité superficielle..........	$\mathfrak{D}$	$\left[L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} K^{\frac{1}{2}}\right]$	$\left[L^{-\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} \mu^{-\frac{1}{2}}\right]$
ce électromotrice en un oint....................	$\mathfrak{E}$	$\left[L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} K^{-\frac{1}{2}}\right]$	$\left[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2} \mu^{\frac{1}{2}}\right]$
uction magnétique	$\mathfrak{B}$	$\left[L^{-\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} K^{-\frac{1}{2}}\right]$	$\left[L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \mu^{\frac{1}{2}}\right]$
ce magnétique............	$\mathfrak{H}$	$\left[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2} K^{\frac{1}{2}}\right]$	$\left[L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \mu^{-\frac{1}{2}}\right]$
nsité du courant en un oint....................	$\mathfrak{C}$	$\left[L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2} K^{\frac{1}{2}}\right]$	$\left[L^{-\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \mu^{-\frac{1}{2}}\right]$
entiel vecteur......	$\mathfrak{A}$	$\left[L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} K^{-\frac{1}{2}}\right]$	$\left[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \mu^{\frac{1}{2}}\right]$

	Symbole d'après Maxwell.	Dimensions en fonction de L, N, T et K.	Dimensions en fonction de L, M, T et μ.
Capacité....................	$\left[\frac{e}{E}\right] = [q]$	$[LK]$	$[T^2L^{-1}\mu^{-1}]$
Coefficient de self-induction...	$\left[\frac{p}{C}\right] = [L]$	$[L^{-1}T^2K^{-1}]$	$[L\mu]$
Capacité inductive spécifique..	$\left[\frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{E}}\right] = [K]$	$[K]$	$[L^{-2}T^2\mu^{-1}]$
Capacité inductive magnétique.	$\left[\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}}\right] = [\mu]$	$[L^{-2}T^2K^{-1}]$	$[\mu]$
Résistance..................	$\left[\frac{E}{C}\right] = [R]$	$[L^{-1}TK^{-1}]$	$[LT^{-1}\mu]$
Résistance spécifique.........	$\left[\frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{C}}\right] = [r]$	$[TK^{-1}]$	$[L^2T^{-1}\mu]$
Niveau thermo-électrique..... Chaleur spécifique de l'électricité......................	kt	$\left[L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}K^{-\frac{1}{2}}\theta^{-1}\right]$	$\left[L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}\mu^{\frac{1}{2}}\theta^{-1}\right]$
Coefficient de l'effet Peltier...	Π	$\left[L^{-\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}TK^{-\frac{1}{2}}\theta\right]$	$\left[L^{-\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}\mu^{\frac{1}{2}}\theta\right]$
Capacité géométrique.........	$q' = \frac{q}{K}$	$[L]$	$[L]$

On ignore les dimensions de K et de μ, mais on a

$$\left[K^{-\frac{1}{2}}\mu^{-\frac{1}{2}}\right] = [LT^{-1}].$$

E. Bouty.

Henry A. Rowland. — On the ratio of the electrostatic to the electromagnetic units of electricity (Sur le rapport des unités électrostatiques et électromagnétiques); *Philosophical Magazine*, 5ᵉ série, t. XXVIII, p, 304; 1889.

M. Rowland publie le compte rendu d'expériences faites il y a dix ans et sur lesquelles il se proposait de revenir, à l'occasion d'une nouvelle détermination du rapport des unités qui vient d'être faite au même laboratoire, et pour laquelle on a utilisé le même condensateur.

Il a déterminé géométriquement la capacité électrostatique d'un condensateur sphérique, et en a mesuré la capacité électromagnétique en le chargeant à une différence de potentiel connue, et le déchargeant dans un galvanomètre balistique. La différence de

potentiel était mesurée à l'électromètre absolu. La constante du galvanomètre balistique était déterminée par comparaison avec un autre galvanomètre ou un électrodynamomètre à graduation théorique. La composante horizontale du champ terrestre au lieu où se trouvait le galvanomètre balistique était mesurée par la déviation d'un électrodynamomètre sous l'action d'un courant, dont une boussole des tangentes faisait connaître l'intensité. L'expression de la capacité électromagnétique, en fonction des données de l'expérience, est ainsi fort compliquée.

On peut charger le condensateur et le décharger une seule fois dans le galvanomètre, ou bien le charger et le décharger 2, 3, 4 et 5 fois de suite, dans un intervalle de temps très court. L'effet de la décharge sur l'aiguille aimantée dépend de la position de l'aiguille et de sa vitesse; et, lorsque l'on a plusieurs impulsions successives, il faut déterminer par le calcul la relation entre la déviation observée et la quantité d'électricité qui a passé. Soit a_0 l'angle d'impulsion pour une décharge instantanée se produisant quand l'aiguille est au repos dans sa position d'équilibre; soient a' l'angle obtenu quand on fait succéder à la première décharge, au bout d'un temps t_1 très court, une autre identique; a'' l'angle obtenu avec trois décharges se produisant aux instants o, t_1, $2t_1$, et ainsi de suite, on a, si T est la durée de l'oscillation de l'aiguille, t_1 étant supposé très petit par rapport à T,

$$a' = 2a_0\left[1 - \frac{1}{8}\left(\frac{\pi t_1}{T}\right)^2\right],$$
$$a'' = 3a_0\left[1 - \frac{1}{3}\left(\frac{\pi t_1}{T}\right)^2\right],$$
$$a''' = 4a_0\left[1 - \frac{5}{8}\left(\frac{\pi t_1}{T}\right)^2\right],$$
$$a^{\text{iv}} = 5a_0\left[1 - \left(\frac{\pi t_1}{T}\right)^2\right].$$

Les résultats généraux sont les suivants : les moyennes des valeurs obtenues pour v varient notablement, suivant le nombre de décharges auquel on a recours. On a eu avec

Décharges.	
1	$298,8 \times 10^8$
2	298,5
3	297,3
4	297,1
5	296,7

Il y a donc une erreur systématique manifeste à laquelle l'auteur ne sait quelle cause attribuer. Chose curieuse, la concordance entre les diverses valeurs est rétablie si l'on néglige la correction relative à la durée écoulée entre les décharges : et pourtant, c'est là une correction indispensable qu'on ne saurait négliger.

Ce qui est certain, c'est que la méthode exige un grand nombre de mesures délicates et complexes, et il ne semble pas qu'elle puisse donner de très bons résultats. BERNARD BRUNHES.

EDWARD B. ROSA. — Determination of v, the ratio of the electromagnetic to the electrostatic units (Détermination du rapport v des unités électromagnétiques et électrostatiques); *Philosophical Magazine*, 5e série, t. XXVIII, p. 315; 1889.

Beaucoup plus simple est la méthode indiquée par Maxwell, appliquée par M. J.-J. Thomson en 1883, et perfectionnée par M. Rosa. Elle consiste à mesurer la capacité électromagnétique par comparaison avec des résistances, au moyen du pont de Wheatstone. Une des branches du pont est interrompue entre deux points, entre lesquels vibre une lame en communication avec l'armature interne du condensateur; l'armature externe est reliée à l'une des extrémités de la branche interrompue, celle où aboutit la branche galvanométrique. Soit a la résistance de la branche opposée à la branche interrompue. Soient c et d les résistances des deux autres. Si la résistance a, et les résistances de la pile et du galvanomètre sont très faibles auprès des résistances c et d, de telle sorte que, par exemple, leur somme soit de l'ordre du $\frac{1}{100000}$ de $\frac{cd}{a}$, comme dans le cas des expériences de M. Rosa, on peut écrire, pour la condition d'équilibre du pont, d'après le théorème de M. Thévenin,

$$nC = \frac{a}{cd};$$

n représente le nombre de vibrations de la lame par seconde et C la capacité électromagnétique du condensateur.

La méthode exige la connaissance de la valeur absolue de l'unité de résistance. M. Rosa admet que l'unité de l'Association Britan-

nique égale $0^{ohm},98664$, ce qui revient à prendre pour valeur de l'ohm une colonne mercurielle de $106^{cm},25$.

Voici en quoi consiste le dispositif expérimental de M. Rosa. Il a substitué à la lame vibrante de J.-J. Thomson, qui donnait, surtout dans le cas de vibrations rapides, des résultats irréguliers, un diapason entretenu électriquement, et dont la période vibratoire est mesurée par la méthode stroboscopique. Les branches de ce diapason sont horizontales et vibrent dans un plan vertical; à chacune d'elles, est reliée une pointe de platine qui affleure audessus d'une goutte de mercure placée dans une coupelle isolante : quand le diapason vibre, à chaque instant une des pointes et une seule est en communication électrique avec le mercure qui lui correspond. Un fil attaché à l'armature interne se divise en deux branches qui aboutissent aux deux pointes de platine : les gouttes de mercure constituent les deux points de la branche du pont entre lesquels on a établi l'interruption.

Plusieurs séries de mesures ont été faites en changeant le condensateur employé et le diapason : les nombres trouvés sont très concordants. Les valeurs moyennes obtenues, dans les divers cas, oscillent entre $3,0045 \times 10^{10}$ et $2,998 \times 10^{10}$. Dans un groupe d'expériences, le fil qui mettait l'armature interne en communication avec les pointes de platine passait simplement à travers un petit trou découpé dans la sphère extérieure; dans un autre groupe d'expériences, le trou était un peu plus grand et le fil entouré d'un petit tube de verre. Dans ce dernier groupe, la moyenne des valeurs de v est très légèrement plus élevée que pour l'autre. Suivant qu'on le néglige ou qu'on en tient compte, on a pour v

$$2,9993 \times 10^{10} \quad \text{ou} \quad 3,0004 \times 10^{10}.$$

On voit que la différence est insignifiante. La valeur de v est ainsi fixée à 3×10^{10} avec une grande précision : l'erreur relative, que l'on commet en s'arrêtant à ce nombre, paraît ne pas dépasser $\frac{1}{1000}$.

BERNARD BRUNHES.

H. KRAUSE. — Ueber Adsorption und Condensation von Kohlensäure an blanken Glasflächen [Sur l'adsorption (¹) et la condensation de l'acide carbonique à la surface du verre]; *Wied. Ann.*, t. XXXVI, p. 923; 1889.

Ce travail est une suite de recherches de M. Bunsen et de MM. Warburg et Ihmori sur la même question; il avait pour but surtout de rechercher l'influence des alcalis sur l'adsorption des gaz par le verre.

Le verre employé contenait 20,86 pour 100 de potasse et était tiré en fils très fins que l'on introduisait dans l'appareil d'expérience après les avoir comptés. L'examen microscopique montra que pour 1^{gr}, on avait 1447,7 fils de 1^{m} de longueur, avec une surface de 0^{mq},08473. On opérait avec 15^{gr} de fils environ. L'auteur entreprit des expériences comparatives sur des fils frais et des fils traités par l'eau bouillante, de manière à diminuer la proportion de potasse dans le voisinage de la surface. Les résultats les plus importants de ce travail sont les suivants :

1. En l'absence de l'eau, l'acide carbonique ne se condense pas sur le verre, qu'il soit frais, ou qu'il ait été traité par l'eau chaude.

2. Si on laisse se déposer de l'eau sur le verre, il se produit aussitôt une condensation du gaz, beaucoup plus forte lorsque le verre contient la quantité normale d'alcalis que lorsqu'on en a enlevé une partie.

3. L'eau peut être chassée de la surface du verre par la chaleur; elle abandonne plus facilement le verre traité à l'eau chaude que le verre naturel. Le Tableau suivant indique en millièmes de micron l'épaisseur de la couche d'eau retenue par le verre après un échauffement aux températures indiquées dans la première colonne :

(¹) On désigne en allemand par le mot *Adsorption*, la condensation qui se produit à la surface d'un corps, par opposition avec l'*absorption*, lorsque la substance qui se condense pénètre à l'intérieur du corps.

t.	Verre naturel.	Verre traité par l'eau chaude.
°	mμ	mμ
7...........	19,34	15,66
247...........	9,91	4,71
361...........	6,71	3,05
427...........	2,99	0,79
502...........	0,51	0,00
531...........	0,00	

Ch.-Ed. Guillaume.

W. VOIGT. — Ueber die Beziehung zwischen den beiden Elasticitätsconstanten isotroper Körper (Sur le rapport entre les deux coefficients d'élasticité des corps isotropes); *Wied. Ann.*, t. XXXVIII, p. 573.

Les propriétés élastiques d'un milieu solide sont déterminées par la connaissance de vingt et un coefficients, qui, dans le cas des corps isotropes, se réduisent à 2. Poisson les réduisait même à 1, il admettait que le rapport σ entre l'allongement produit par une traction sur un cube et la contraction latérale qui est inséparable de l'allongement était constant et égal à $\frac{1}{4}$ pour tous les corps isotropes. Cela revient à admettre que les forces élastiques sont des résultantes d'actions moléculaires, et que l'action exercée entre deux molécules quelconques dépend uniquement de leur distance et n'est modifiée en rien par la présence des molécules avoisinantes (1).

Cette hypothèse de Poisson ne paraît pas vérifiée par l'expérience. Pour les métaux, en particulier, le rapport σ déterminé expérimentalement peut s'éloigner notablement de $\frac{1}{4}$. M. Voigt ne pense pas qu'il faille pour cela rejeter l'hypothèse de Poisson, et il attribue la divergence à ce que les corps solides, sur lesquels on a opéré, ne sont pas vraiment isotropes. Il cherche ce que donneraient des corps *quasi-isotropes,* c'est-à-dire formés de petits

(1) Leçons de Navier à l'École des Ponts et Chaussées sur la résistance des solides, avec des notes et des appendices par M. de Saint-Venant (1864). *Voir* Appendice III, p. 557.

cristaux identiques orientés dans tous les sens, petits par rapport aux dimensions du corps, mais grands par rapport au rayon d'activité moléculaire. En supposant qu'entre deux molécules d'un de ces cristaux s'exerce une action dépendant de leur distance et aussi de l'orientation de la droite qui les joint par rapport aux axes du cristal, mais indépendante, comme dans la pensée de Poisson, de la présence des molécules voisines, on arrive à calculer les coefficients d'élasticité du solide quasi-isotrope ainsi constitué en fonction des coefficients d'élasticité du cristal élémentaire. Et l'on reconnaît que les propriétés du solide sont bien les mêmes dans toutes les directions, ce qui tient à ce que les cristaux qui le constituent sont supposés disséminés au hasard; mais le rapport σ dépend maintenant des propriétés élastiques de ces cristaux.

Il est difficile de donner de cette conception ingénieuse des preuves expérimentales. M. Voigt a pris des corps qui existent à la fois amorphes et cristallisés, et il a calculé le rapport σ dans le corps amorphe en admettant l'identité des cristaux qui le constituent et des cristaux réels de la même substance. L'accord entre le calcul et l'observation est satisfaisant. Sur la baryte, par exemple, le calcul a donné le nombre 0,2585, et l'observation directe sur quatre échantillons de baryte brune : 0,258, 0,256. 0,259, 0,258.

BERNARD BRUNHES.

W. VOIGT. — Ueber adiabatische Elasticitätsconstante (Sur des constantes élastiques adiabatiques) : *Wied. Ann.*, t. XXXVI, p. 743 ; 1889.

L'intérêt pratique de calculer les constantes élastiques isothermiques et adiabatiques réside dans le fait que divers phénomènes susceptibles d'être observés dépendent des unes ou des autres; en général, les constantes isothermiques correspondent à l'équilibre, tandis que les constantes adiabatiques se rapprochent davantage des conditions du mouvement, ainsi que le dit l'auteur au début du Mémoire.

Nous ne pourrions donner une idée exacte du contenu de ce travail, qu'en suivant pas à pas des calculs longs et compliqués. L'auteur exprime, dans le cas général, les coefficients d'élasticité

et de torsion adiabatiques en fonction des coefficients usuels; il arrive entre autres à la formule générale

$$\mathbf{E} = E - \frac{a^2\theta}{A\varepsilon c_p},$$

a désignant le coefficient de dilatation thermique, θ la température absolue, A l'équivalent mécanique de la chaleur, ε et c_p les constantes connues, la première dans les équations de l'élasticité, la seconde en Thermodynamique. Pour la torsion, on obtient une équation analogue, dans laquelle a est remplacé par le coefficient de variation thermique d'angle entre les deux directions principales du prisme soumis à l'effort.

L'auteur calcule diverses constantes pour plusieurs sortes de verres et quelques cristaux. Ch.-Ed. Guillaume.

G.-H. von WYSS. — Ueber den Einfluss der Stärke der Magnetisirung auf die Aenderung des electrischen Widerstandes des Eisens (Influence de l'aimantation sur la résistance électrique du fer); *Wied. Ann.*, t. XXXVI, p. 447.

Deux fils de fer, formant deux branches d'un pont de Wheatstone, étaient placés à l'intérieur de deux bobines de 50^{cm} sur 3^{cm}, formées chacune par 4 couches de 300 tours. Dans l'une des bobines, deux des couches étaient en sens inverse des deux autres; son champ magnétique était donc nul, et elle avait uniquement pour but d'échauffer la résistance de comparaison de la même manière que la première spirale échauffait la résistance en expérience.

Le moment magnétique des fils était compté seulement à partir du magnétisme rémanent, qui croissait un peu avec le moment. L'auteur emploie des courants de $0^{amp},5$ à $1^{amp},5$, qui produisent un moment magnétique (corrigé) de 100 à 230 C.G.S. environ. Les variations correspondantes de la résistance sont de $\frac{1}{10000}$ à $\frac{1}{10000}$.

La variation de la résistance avec la force magnétisante est analogue à celle de la fonction d'aimantation; la résistance varie à peu près proportionnellement au magnétisme du barreau. Les écarts fortuits des expériences atteignent environ $\frac{1}{8}$ de la variation mesurée. Ch.-Ed. Guillaume.

F. HIMSTEDT. — Ueber die electromagnetische Wirkung der electrischen Convection (Sur l'action électromagnétique de la convection électrique); *Wied. Ann.*, t. XXXVIII, p. 560.

M. Himstedt reprend les expériences de Rowland relatives à l'action exercée sur l'aiguille aimantée par un disque tournant électrisé. Un disque métallique animé d'un mouvement de rotation rapide dévie une aiguille aimantée placée au voisinage : c'est le phénomène connu sous le nom de *magnétisme de rotation*. Mais la déviation change si, conservant au disque la même vitesse, on lui communique une charge électrique : il y a donc une action propre due au mouvement de l'électricité, et la déviation qu'éprouve l'aiguille aimantée est de même sens que celle qui serait provoquée par un courant électrique marchant dans le sens du mouvement de l'électricité positive.

Le perfectionnement principal d'Himstedt consiste à substituer au disque doré ou argenté de Rowland un disque de verre enduit de graphite : on a ainsi une surface moins conductrice et les courants d'induction développés sont moins intenses; la déviation due au mouvement du disque à l'état neutre est petite par rapport à la déviation propre due au mouvement de l'électricité; celle-ci a pu atteindre 1°.

L'appareil employé se compose de deux disques verticaux mobiles autour d'un même axe horizontal, et pouvant tourner indépendamment l'un de l'autre. L'auteur a vérifié que, lorsqu'ils tournent dans le même sens, leurs effets sur un système d'aiguilles astatiques placé entre les deux s'ajoutent; en sens inverse, les effets se retranchent; on a donc un appareil comparable en ce sens au galvanomètre différentiel.

Les déviations sont proportionnelles à la vitesse de rotation.

Elles sont proportionnelles au potentiel auquel a été porté le disque, tant que ce potentiel n'excède pas 4000 volts. Au delà, la déviation croît beaucoup moins vite que la charge, et arrive même à ne plus varier quand la charge augmente, « comme si l'électricité n'était pas tout entière entraînée avec le conducteur matériel qui la porte, comme s'il y avait sur les deux faces du disque une double couche immobile, au milieu de laquelle tournerait le disque ». En réalité, il y a alors une déperdition considérable

d'électricité, et l'on ne sait plus quelle est la charge qui se trouve réellement sur le plateau; de plus, les courants produits par le déplacement de l'électricité qui s'écoule dans l'air exercent certainement une influence perturbatrice dont il est impossible de tenir compte.

L'auteur affirme en dernier lieu que, contrairement à l'opinion de M. Rowland, il n'existe aucune différence entre les grandeurs absolues des déviations de signes contraires que donnent des charges égales d'électricité positive et négative.

BERNARD BRUNHES.

FRANZ STREINTZ. — Ueber ein Silber-Quecksilberelement und dessen Beziehung zur Temperatur (Sur un élément argent-mercure et la relation de sa force électromotrice avec la température); *Wied. Ann.*, t. XXXVIII, p. 514.

L'auteur se propose de vérifier la formule d'Helmholtz sur le couple argent-sulfate d'argent-sulfate mercureux-mercure, dont la force électromotrice est nulle à la température ordinaire, vers 10°. Suivant qu'on élève ou qu'on abaisse la température, on fait apparaître une force électromotrice dans un sens ou dans l'autre. Et dans le voisinage de 10°, la formule

$$(1) \qquad Q = \varepsilon\left(E - T\frac{dE}{dT}\right)$$

se réduit à

$$(2) \qquad Q = -\varepsilon T\frac{dE}{dT},$$

où ε est un coefficient constant dépendant des unités choisies, Q la chaleur chimique, E la force électromotrice, T la température.

Pour calculer Q, il faut connaître la chaleur de formation du sulfate d'argent et celle du sulfate mercureux. La première est connue par des expériences de Thomsen. Pour avoir la seconde, qui n'a pas été déterminée directement, l'auteur suppose que la formule qu'il veut vérifier s'applique à l'élément Latimer-Clark; lord Rayleigh a étudié la variation de cette pile avec la température; dans la formule (1) relative à l'élément Latimer-Clark, il

n'entre donc comme inconnue que la chaleur de formation du sulfate mercureux, et l'on peut de cette équation tirer la valeur de l'inconnue, car on connaît celle du sulfate de zinc. On n'aura pas par cette méthode une démonstration expérimentale rigoureuse de la formule d'Helmholtz, on n'aura qu'une probabilité qui deviendrait de plus en plus grande si l'on étudiait un plus grand nombre de piles à sulfate mercureux et sulfate d'un autre métal, et si elles donnaient toutes des résultats concordants.

La méthode d'observation consiste à étudier la variation de E avec la température : on trouve dans cette étude des difficultés pratiques ; car la variation, avec le temps, de la force électromotrice d'un élément maintenu à température constante est très notable, et peut être même beaucoup plus considérable que celle qui est produite par une variation de température de plusieurs degrés.

Il faudra donc expérimenter en faisant varier la température assez rapidement. On s'arrêtera, par exemple, de 5° en 5°, et l'on notera la force électromotrice. La valeur moyenne obtenue pour $\frac{dE}{dT}$ est d'environ 4.10^{-4} volts par degré centigrade, ce qui donne pour Q un nombre voisin de cinq grandes calories, nombre qui est précisément celui que donnait le calcul précédent.

BERNARD BRUNHES.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Philosophical Magazine.

6e série, t. XXIX ; janvier 1890.

LORD RAYLEIGH. — *Sur les cloches*, p. 1.

L. NATANSON. — *Sur la théorie cinétique des phénomènes de dissociation dans les gaz*, p. 18.

S.-P. LANGLEY et F.-W. VERY. — *La température de la Lune*, p. 31.

W.-G. GREGORY. — *Nouvel appareil électrique pour la mesure des radiations*, p. 54.

J. ENRIGHT. — *Électrisation due au contact des liquides et des gaz*, p. 56.

H. TOMLINSON. — *Effet d'échauffements et de refroidissements réitérés sur la conductibilité électrique du fer*, p. 77.

PR. TAIT. — *Importance des quaternions en Physique*, p. 84.

TH. CARNELLEY. — *Expression algébrique approchée de la loi de périodicité des éléments chimiques*, p. 97.

A.-L. SELBY. — *Sur deux sphères pulsantes dans un liquide*, p. 113.

H. NAGAOKA. — *Courants électriques produits en tordant soudainement des fils de fer ou de nickel aimantés. Note à ce sujet par Sir W. Thomson*, p. 123.

Février 1890.

C. BARUS. — *Variations de pressions relatives à des points d'ébullition à haute température*, p. 141.

SH. BIDWELL. — *Électrisation d'un jet de vapeur*, p. 158.

J.-C. Mc CONNEL. — *Couleurs de diffraction, et notamment couleurs des couronnes des nuages irisés*, p. 167.

LORD RAYLEIGH. — *Vibrations d'une atmosphère*, p. 173.

E. GÉRARD. — *Procédé pour dessiner des courbes à l'aide de la photographie*, p. 180.

A. SCHUSTER. — *Décharge disruptive à travers les gaz*, p. 182.

C.-A. CARUS-WILSON. — *Déformation mécanique de l'acier*, p. 200.

A. GRAY. — *Galvanomètres sensibles*, p. 208.

Mars 1890.

A.-W. FLUX. — *La forme des anneaux de Newton*, p. 217.

G. PERRY. — *Ressorts tordus*, p. 244.

S.-U. PICKERING. — *Nouvelle forme du calorimètre des mélanges*, p. 247.

H.-E.-J.-G. DU BOIS. — *Sur le phénomène magnéto-optique de Kerr*, p. 253.

T. TROUTON. — *Accélération des ondes secondaires électromagnétiques*, p. 268.

SIR W. THOMSON. — *Intégrale par rapport au temps d'un courant induit par voie électromagnétique*, p. 276.

Wiedemann's Annalen.

T. XXXIX, n° 3; 1890.

J. ELSTER et H. GEITEL. — *Formation de l'ozone sur des lames de platine incandescentes; conductibilité électrique de l'air ozonisé par le phosphore*, p. 321.

J. ELSTER et H. GEITEL. — *Résistance opposée à la décharge par étincelle ou par aigrettes et résultant de l'illumination*, p. 332.

P. PLESSNER. — *Variation du magnétisme de quelques sels des métaux du groupe du fer avec la température*, p. 336.

W. Lobach. — *Dispersion anormale rotatoire dans le fer, le cobalt et le nickel*, p. 347.

F. von Lepel. — *Nouvelles observations sur les étincelles glissantes*. p. 361.

W.-G. Hankel. — *La pile électrique*, p. 369.

Th. Liebisch. — *Courants thermo-électriques dans les cristaux*, p. 390.

R. König. — *Sur les battements et les sons de battements de deux vibrations produites sur le même corps*, p. 395.

R. König. — *Sur des bruits à ondes non uniformes*, p. 403.

W. Voigt. — *Mesure des constantes élastiques du spath, d'après les observations de flexion de M. Baumgarten*, p. 412.

W. Voigt. — *Quelques remarques sur les surfaces de glissement du spath*, p. 432.

F. Pockels. — *Double réfraction produite sur les cristaux du système régulier et notamment dans le sel gemme et la sylvine par une pression unilatérale*, p. 440.

E. Wiedemann. — *Pour servir à l'histoire de la Science de la vision*. p. 470.

E. Pfeiffer. — *Addition au Mémoire* Sur les modifications que présentent les liquides fraîchement préparés, p. 475.

MESURE DES TENSIONS SUPERFICIELLES DANS LES LIQUIDES EN CALÉFACTION (MÉTHODE DES LARGES GOUTTES) [1];

PAR M. ÉMILE GOSSART.

On sait qu'une goutte de mercure très large, posée sur un plan de verre, donne la tension superficielle de ce liquide ou sa première constante capillaire, $a^2 = \frac{2f}{d}$, par la mesure de sa plus grande épaisseur, $e = 2\sqrt{\frac{f}{d}} \cos\frac{\theta}{2}$, θ étant l'angle de raccordement.

Or, si l'on compare à cette goutte de mercure une goutte d'un liquide quelconque projeté sur une plaque métallique bien chaude (liquide en caléfaction), on est conduit naturellement aux remarques suivantes :

1° Le phénomène de caléfaction constitue un cas particulier des phénomènes capillaires, car l'aspect et la forme des deux gouttes sont et doivent être les mêmes.

2° La goutte caléfiée doit même présenter certaines particularités avantageuses. D'abord, elle peut être regardée comme soutenue à distance finie au-dessus de la plaque chaude par une couche de vapeur qui la soustrait totalement à l'action moléculaire du solide, et l'abandonne à elle-même. Sa forme et ses dimensions doivent dépendre alors uniquement des propriétés intrinsèques du liquide dans les conditions de l'expérience; elles seront déterminées par la valeur de la tension superficielle à peu près constante tout le long de la membrane enveloppante, et par le poids spécifique du liquide intérieur. Cette première particularité se traduira par un angle de raccordement de la goutte avec la plaque, rigoureusement nul. D'autre part, elle s'allonge à peu près cylindriquement, dans ses mouvements spontanés, quand elle a acquis un certain volume; la forme de la section transversale ne dépendra ainsi que d'une courbure principale.

Ces remarques expérimentales, si elles sont exactes, suppriment donc, dans l'application de la méthode des larges gouttes, deux

(1) Ce Mémoire est le résumé d'un Mémoire plus étendu publié dans les *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. XIX, p. 173.

difficultés : la mesure de l'angle de raccordement, théoriquement constant, mais pratiquement variable, et l'intervention des deux courbures qui rendent inintégrable en général l'équation différentielle de la surface capillaire.

3° Tous les liquides pouvant être caléfiés et prenant à l'air libre une température voisine de leur point d'ébullition normal, la méthode des larges gouttes fournira leur tension superficielle très commodément, dans des conditions où les autres procédés sont d'un emploi assez pénible. Comme, de plus, la température de caléfaction reste probablement, dans une atmosphère quelconque, toujours voisine du point d'ébullition correspondant, la méthode en question comporte *a priori* un grand degré de généralité.

En un mot, les phénomènes de caléfaction, si ingénieusement étudiés par Boutigny, ont été mal caractérisés par l'expression doublement défectueuse d'*état sphéroïdal;* ils ne nous offrent ni un quatrième état de la matière ni une forme sphérique ou même sphéroïdale en général. Ce qui les distingue uniquement au point de vue des lois de la capillarité de la goutte de mercure, par exemple, c'est cette propriété de la tangente à leur section méridienne ou transversale de prendre toutes les inclinaisons continûment variables entre deux droites horizontales comprenant toute l'épaisseur de la goutte.

L'objet de ce travail est de démontrer cette propriété et de l'appliquer à la mesure des tensions superficielles.

J'en diviserai l'exposé en quatre Parties :

Théorie, vérifications expérimentales, généralisation, applications.

I. — Exposé théorique.

Prenons pour point de départ l'équation bien connue de la surface capillaire $zd = f\left(\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'}\right)$, dans laquelle z est la distance du point de rayons de courbure principaux ρ et ρ' à la portion plane et horizontale de cette surface. Pour avoir l'équation en x et z, négligeons $\frac{1}{\rho'}$, c'est-à-dire considérons soit la demi-section méridienne d'un sphéroïde infiniment large reposant sur un plan horizontal, soit la demi-section transversale d'une goutte allongée

elliptiquement, en supposant le bord à distance finie et le sommet à distance infinie.

L'axe des x étant la tangente au sommet, l'axe des z positif vers en bas, la verticale du point de raccordement, β l'angle de la partie positive de l'axe des x avec la tangente qui roule sur la courbe depuis le sommet jusqu'au point de raccordement, c'est-à-dire depuis $\beta = 0$ jusqu'à $\beta = 180^\circ$, nous avons

$$\frac{2z}{a^2} = \frac{1}{\rho} = \frac{d\beta}{ds} = \sin\beta\frac{d\beta}{dz} \qquad \text{ou} \qquad \frac{z^2}{a^2} = -\cos\beta + C,$$

et, par $C = 1$,

$$\text{(I)} \qquad z = +a\sqrt{2}\sin\frac{\beta}{2}.$$

D'autre part, $dx = dz \cot\beta$ avec $dz = a\sqrt{2}\cos\frac{\beta}{2}\frac{d\beta}{2}$ nous donne

$$\frac{dx}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\frac{\frac{d\beta}{2}}{\sin\frac{\beta}{2}} - \sin\frac{\beta}{2}\frac{d\beta}{2}$$

ou

$$\text{(II)} \qquad \frac{x}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\log\operatorname{tang}\frac{\beta}{4} + \cos\frac{\beta}{2},$$

car avec le choix particulier de oz la constante d'intégration est nulle.

Ces équations (I) et (II), ou celle qui résulte de l'élimination de β

$$\text{(III)} \qquad \frac{x}{a} = \sqrt{2 - \frac{z^2}{a^2}} + \frac{1}{2\sqrt{2}}\log\frac{\sqrt{2} - \sqrt{2 - \frac{z^2}{a^2}}}{\sqrt{2} + \sqrt{2 - \frac{z^2}{a^2}}},$$

présentent plusieurs particularités qu'il s'agit de vérifier expérimentalement pour légitimer nos deux hypothèses, nullité de l'angle de raccordement, constance de la tension superficielle autour de la goutte :

1° Les épaisseurs doivent être $e = a\sqrt{2}$.

2° On a pour tous les liquides des courbes semblables ne dépendant que du paramètre e.

Il y a donc lieu d'en réaliser un tracé graphique exact, à une

échelle donnée, pour le comparer aux photographies convenablement agrandies des gouttes.

Soit un point M de la courbe; traçons l'arc de cercle de centre M et de rayon $MK = e$. L'équation (I) nous donne

$$MKP = \frac{\beta}{2},$$

et l'équation (II)

$$OK = -\frac{e}{2}\log\operatorname{tang}\frac{\beta}{4} = \frac{e}{2}\,2{,}3025851\ \operatorname{colog}\operatorname{tang}\frac{\beta}{4};$$

de chaque point K_β on tracera un arc de cercle de rayon e et sur ce cercle on prendra, à partir de ox l'arc d'angle $\frac{\beta}{2}$, ce qui fournira le point M_β. Si du milieu I de KM, on élève à cette droite la normale IN, la droite NM sera la tangente en ce point.

Fig. 1.

3° La goutte circulaire est, comme volume et poids, assimilable à un cylindre de hauteur e et de base πr^2 ou $\pi(R - x_{90})^2$ ou $\pi(R - 0{,}2665\,e)^2$, en appelant r le rayon du cercle de raccordement et R celui du cercle équatorial.

Le calcul de l'aire $OBPM = \int_0^x z\,dx$ nous donne en effet

$$u + v = v + w.$$

4° En fixant la trace de l'équateur sur les photographies par le procédé de M. Lippmann, on doit trouver que la distance du sommet à ce plan est à l'épaisseur totale dans le rapport du côté d'un carré à sa diagonale.

5° Le point M_β pour $\beta = 1°$ est à une distance de l'axe oz inférieure à $2e$ et sa distance au plan limite xoy est $e \sin 30'$.

Donc une goutte suffisamment allongée, et de plus quatre fois plus large que haute, se trouve géométriquement dans les conditions d'une goutte infiniment large, à $\frac{1}{100}$ par défaut, approximation du même ordre que celle des mesures. Il n'en serait plus de même pour les gouttes circulaires.

En tenant compte de la pression capillaire à l'ombilic, de courbure $\frac{1}{b}$, qui s'ajoute à la pression hydrostatique zd, et des tensions dues à l'impossibilité de négliger ici $\frac{1}{f}$, par rapport à $\frac{1}{\rho}$, on a la formule de correction

$$(\text{IV}) \qquad e^2 = \frac{4f}{d}(1 + Ce\sqrt{2}),$$

avec

$$C = \frac{1}{3,282\,R} - \frac{1}{\beta} \quad (\textit{Laplace, Worthington}),$$

formule dans laquelle on substituera à $\frac{f}{d}$ et à e, dans le second membre, les valeurs fournies par les expériences de M. Wolf sur l'eau.

Au lieu de l'épaisseur limite $4^{mm},97$, on trouve des nombres qui croissent depuis $5^{mm},07$ pour $R = 1,6e$, jusqu'à un maximum $5^{mm},305$ pour $R = 2,9e$, et décroissent ensuite lentement, devenant $5^{mm},08$ pour $R = 12e$.

Ne pouvant réaliser par la caléfaction des sphéroïdes calmes d'une pareille largeur, j'ai donc dû profiter de l'allongement spontané qui se présente à partir d'un diamètre égal à $4e$, allongement qui place l'observateur à son insu même dans des conditions théoriques favorables.

II. — Vérifications expérimentales.

Il y avait lieu de justifier les hypothèses sur lesquelles repose cet exposé théorique par l'accord de leurs conséquences avec les résultats de l'expérience.

Pour ces vérifications, j'ai fait construire une épaisse tablette de cuivre portée par quatre pieds à vis calantes, percée en son centre d'une ouverture carrée, sur laquelle j'installe horizontalement la plaque à caléfaction en platine, bien plane et bien polie de 6^{cm} de côté et 3^{mm} d'épaisseur. Cette grande épaisseur était utile pour l'empêcher de goder et de se refroidir trop vite.

Je dépose en son milieu un tout petit trépied ou cadre en fil fin de platine, de dimensions telles que, baigné complètement à l'intérieur de la goutte, il ne puisse ni la soulever ni la déformer; il maintient la goutte en place et ne masque pas l'intervalle entre celle-ci et la plaque.

J'ai pu procéder ainsi aux expériences suivantes :

1° *Superposition de l'image photographique des gouttes à leur portrait géométrique avec même agrandissement.* — Je prenais des photographies instantanées, au $\frac{1}{30}$ de seconde environ, et sensiblement en vraie grandeur. Pour éviter toute cause d'erreur sur ce point, j'installais au-dessus de la plaque chaude un micromètre tracé sur verre argenté avec la machine à diviser. Les clichés portent ainsi, à côté de l'image de la goutte, l'unité qui doit servir aux mesures; les gouttes, colorées par des traces de bichromate de potasse, étaient placées au centre d'un faisceau cylindrique horizontal de lumière solaire dont l'axe coïncidait avec celui de l'objectif.

J'ai réalisé, avec une cinquantaine de clichés ainsi obtenus, de nombreuses superpositions, sur des graphiques aux échelles 20^{cm}, 10^{cm} et 5^{cm} pour l'épaisseur, employant soit un appareil à projection, soit une chambre photographique à agrandissement.

L'identification se réalisait mathématiquement pour les sections transversales des gouttes allongées; pour les gouttes circulaires, l'épaisseur était bien un peu trop grande; pour les unes et les autres, la coïncidence était parfaite sur les bords jusqu'au point de raccordement, nettement marqué d'ailleurs par un point de rebroussement à la jonction des photographies de la goutte et de son image.

Pour établir la nullité de l'angle de raccordement, cette mesure de x_{90} vaut mieux que celle de e, car au voisinage de la plaque on a $\frac{dx}{d\beta} > \frac{dz}{d\beta}$.

2° *Mesure des épaisseurs des gouttes d'eau photographiées.* — Pour les gouttes circulaires, on mesurait au cathétomètre les diamètres, les épaisseurs et la valeur de 20^{div} sur la plaque placée bien verticalement, d'où les mesures du cliché en divisions du micromètre ou de la goutte en millimètres. Les résultats coïncidaient à $\frac{2}{100}$ ou $\frac{3}{100}$ de millimètre près, avec les nombres de la formule de correction (IV).

Pour les gouttes elliptiques, l'épaisseur des sections transversale et longitudinale a toujours varié au plus de $4^{mm},94$ à $5^{mm},02$, l'épaisseur théorique étant $4^{mm},97$.

3° *Mesure directe de l'épaisseur limite des gouttes.* — Je me suis adressé aux liquides dont la constante capillaire a été mesurée avec soin par d'autres méthodes (Wolf, Mendeleef) au voisinage du point d'ébullition.

La goutte étant vue sombre, devant un écran blanc ou mieux noir et blanc, pendant qu'un aide l'entretient avec une pipette, je vise son bord supérieur avec la lunette du cathétomètre en m'assurant, pendant un temps convenable, du contact du fil horizontal du réticule avec ce bord supérieur devenu *invariable*, mais non le plus haut possible. La lecture de la première position de la lunette étant faite, je l'abaisse jusqu'au contact du même fil avec le bord supérieur du petit trait lumineux qui s'aperçoit toujours très nettement entre la goutte et la plaque.

Les résultats sont d'autant plus concordants entre eux et avec ceux des tubes capillaires que le liquide est plus fluide, ce qui tient à l'allongement plus facile de la goutte; les voici :

Liquides.	Épaisseurs théoriques.	Moyenne de dix mesures.	Erreur moyenne positive.	Erreur moyenne négative.	Erreur du moyen carré.
	mm	mm	mm	mm	mm
....	4,97 (Wolf) 5,99 (Mendeleef)	4,99	0,018	0,022	0,023
acétique.........	3,002	3,02	0,038	0,008	0,036
l amylique	3,033	3,023	0,020	0,045	0,037
l méthylique	3,205	3,215	0,015	0,022	0,021
l éthylique absolu.	3,20	3,20	0,02	0,02	0,017
ordinaire anhydre.	2,956	2,95	0,016	0,014	0,018

4° *Mesure du poids des gouttes de rayon connu.* — Cette mesure a été essayée en vue de déterminer f par de simples expériences de caléfaction, en éliminant d entre les deux relations $p = \pi e\, d(\mathrm{R} - 0{,}2665\, e)^2$ et $e^2 = \frac{4f}{d}$. Je calculais et mesurais le poids du sphéroïde qui remplissait juste une capsule d'argent épaisse, cylindrique, travaillée au tour, d'un rayon de $20^{mm},5$ au rouge sombre. La concordance des résultats obtenus étant bien inférieure, même avec l'eau, à celle du procédé ci-dessus, j'ai abandonné cette application de la théorie.

5° *Étude de la couche de vapeur qui soutient la goutte.* — Pour reconnaître si le sphéroïde est soulevé d'une manière continue ou intermittente au-dessus de la plaque, j'ai eu recours au procédé stroboscopique suivant :

Je modifie l'expérience de Poggendorff en faisant passer entre la goutte et la plaque les étincelles d'une bobine de Ruhmkorff, amplifiées au moyen d'une grosse bouteille de Leyde suivant la méthode de Grove.

La goutte paraît alors littéralement reposer sur une couche lumineuse très mince, due à l'illumination de la vapeur sous-jacente qui se révèle ainsi, même en plein jour et à grande distance.

Cette couche observée dans un miroir tournant, monté sur l'arbre d'une sirène, fournit, tout le long du miroir, une bande lumineuse parsemée parfois de quelques traits noirs, qui indiquent de rares contacts de certains points de la goutte avec la plaque.

Un glaçon obtenu par caléfaction dans le vide fait d'ailleurs entendre un crépitement musical qui concorde bien avec le résultat précédent.

Ces vibrations localisées en quelque sorte, d'une amplitude inférieure à $\frac{1}{10}$ de millimètre, ne peuvent guère modifier, pour le sphéroïde considéré dans son ensemble, la forme d'équilibre prévue par la théorie.

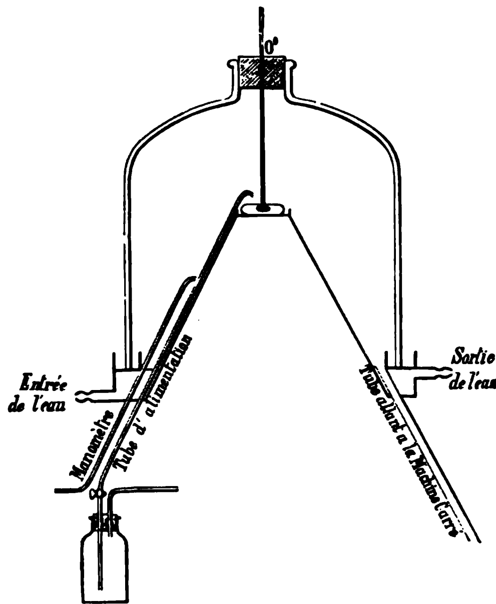
III. — Extension de la méthode aux variations de température.

Il m'a paru intéressant d'appliquer cette méthode à des sphéroïdes de température continûment variable. Il fallait d'abord

pouvoir réaliser facilement des gouttes caléfiées de température connue, c'est-à-dire vérifier si la loi des températures des liquides caléfiés dans le vide est bien la loi de l'ébullition (Luvini).

Je me suis proposé, pour cela, de maintenir dans une parfaite constance la température du creuset, le volume du liquide et la pression, ce qui permettait de mesurer avec certitude les données de l'expérience. Dans ce but, j'ai fait construire l'appareil représenté par la *fig.* 2 ci-dessous : la pièce essentielle est une platine en cuivre rouge, relevée en tronc de cône, dont la base supérieure

Fig. 2.



forme une capsule légèrement concave ou cylindrique, de 4^{cm} de diamètre. La face latérale se recourbe en formant un anneau traversé par un courant continuel d'eau froide, au-dessus duquel une rigole circulaire permet de mastiquer la cloche de verre. L'anneau est traversé par trois tubes, un premier très large se rendant au réservoir d'une machine Carré, le deuxième allant au tube manométrique et le troisième se recourbant au-dessus du creuset pour y déverser les gouttes. Ce dernier plonge dans un petit flacon

contenant le liquide et communiquant avec la platine de la machine Carré, ce qui permet de projeter les gouttes par une toute petite différence de pression. Le bouchon de la cloche porte un thermomètre à réservoir plat, à point 0° extérieur, qui peut être relevé ou abaissé dans la goutte à volonté.

On peut, avec cet appareil, suivre très commodément la marche parallèle du thermomètre et du manomètre aussi longtemps qu'on veut, ou, au contraire, maintenir la pression et la température fixes pour la commodité et l'exactitude des mesures.

J'ai pu, dans ces conditions, entre 0° et 97°, représenter la relation entre les températures de l'eau caléfiée et les pressions de l'atmosphère ambiante par la formule empirique

$$\log F_t = 5{,}801415 - 5{,}124496 \times 0{,}9941909^t,$$

qui traduit le fait général suivant.

Sous une même pression quelconque, de 5^{mm} à 760^{mm}, les températures de l'eau en caléfaction sont toujours inférieures aux températures d'ébullition régulière correspondantes, et l'écart, presque nul de 0° à 50°, augmente régulièrement avec la pression.

En poussant la raréfaction jusqu'à la limite de 5^{mm} à 4^{mm}, on voit la goutte d'eau, d'au moins 4^{gr} à 5^{gr}, malgré la température élevée du creuset, devenir opaque et se prendre en totalité et subitement en un glaçon arrondi. Ce glaçon, qui conserve grossièrement la forme de sphéroïde, peut se maintenir ainsi en caléfaction pendant près d'une heure, s'agitant doucement sur son creuset brûlant.

C'est là une expérience présumée par M. Luvini à la suite de ses recherches sur la caléfaction dans le vide.

En remplaçant le thermomètre par une tige de cuivre filetée en pas de vis, portant une pointe d'acier à sa partie inférieure et un anneau à réticule à sa partie supérieure, on montre facilement la diminution de l'épaisseur de la goutte, c'est-à-dire de la constante capillaire, avec l'élévation de température, et l'on peut même retrouver les résultats de M. Wolf. Mais les mesures seraient plus intéressantes sous des pressions très élevées et seraient même plus précises à cause du plus grand calme du sphéroïde.

IV. — Applications.

Je me suis borné à déterminer, par la mesure directe des épaisseurs au cathétomètre, et pour la température de caléfaction à l'air libre, les tensions superficielles d'une trentaine de liquides dont les densités à cette température sont connues par les mesures si précises d'Isidore Pierre et de Hermann Kopp. Par comparaison avec les résultats connus à basse température, j'ai calculé le coefficient moyen de décroissement de ces tensions.

Voici quelques-uns des nombres obtenus :

Liquides.	Épaisseurs mesurées.	Tensions superficielles au point d'ébullition.	Coefficient de décroissement moyen.
	mm		
Eau	4,99	5,93	0,018
Alcool méthylique	3,21	1,96	0,009
Alcool éthylique	3,20	1,90	0,007
Alcool propylique	3,09	1,75	0,007
Alcool butylique	3,05	1,69	0,007
Alcool amylique	3,03	1,64	0,007
Éther méthylacétique	3,05	1,85	0,012
Éther éthylformique	3,10	2,06	0,010
Éther éthylbutyrique	2,77	1,47	0,009
Éther éthyliodhydrique	2,21	2,23	0,009
Éther ordinaire	2,95	1,51	0,014
Acide acétique	2,99	2,104	0,007
Acide valérianique	2,73	1,508	0,007

La plus petite épaisseur a été trouvée pour le perchlorure d'antimoine, $2^{mm},01$, et les plus grandes pour l'eau oxygénée même étendue, $5^{mm},40$, $5^{mm},50$.

L'examen des nombres de ce Tableau m'a révélé la particularité suivante : les cinq premiers alcools ont à toute température très sensiblement la même tension superficielle, et il en est de même des éthers éthyliques des acides gras.

Cette mesure des épaisseurs des gouttes caléfiées donne un moyen de constater rapidement et avec exactitude l'état de pureté d'un liquide et surtout son état de déshydratation.

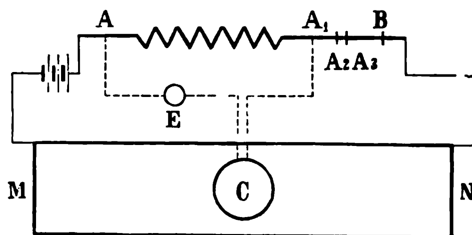
DÉTERMINATION DE L'OHM PAR LA MÉTHODE ÉLECTRODYNAMIQUE DE M. LIPPMANN;

PAR M. H. WUILLEUMIER.

La méthode électrodynamique de M. Lippmann ([1]) pour déterminer l'ohm est une méthode de zéro dont voici le principe.

Un cadre mobile C, recouvert de fil fin, tourne avec une vitesse uniforme autour de son diamètre vertical; il est placé à l'intérieur d'une bobine fixe MN, parcourue par un courant constant, qui circule en même temps dans le conducteur dont il s'agit de déterminer la résistance. Le circuit induit est fermé au moment où la force électromotrice développée dans le cadre passe par sa valeur maxima, et cette force est alors compensée par la différence de potentiel qui existe entre deux points A et B du conducteur.

Fig. 1.



Si S désigne la surface enveloppée par le fil induit, v la vitesse de rotation du cadre, n le nombre de spires par centimètre de la bobine fixe, cette dernière étant supposée infiniment longue, la valeur R de la résistance entre les points A et B du conducteur est donnée par la formule

$$R = 8\pi^2 S n v.$$

En mesurant ensuite cette résistance en ohms légaux, on obtiendra par comparaison la valeur de l'ohm théorique.

([1]) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XCVI, p. 1348.

L'emploi d'une bobine fixe infiniment longue peut être évité d'une manière très simple. On met d'abord le cadre mobile au centre d'une bobine fixe de 2^m de longueur, par exemple, et l'on obtient les points A et A_1 comme il a été dit. Puis, laissant le cadre mobile à sa place, on amène la bobine primaire dans une seconde position qui est le prolongement de la première, et l'on obtient sur le conducteur un segment A_1A_2 qui est l'accroissement subi par AA_1 lorsque la bobine s'allonge de 2^m. Un nouveau déplacement d'égale longueur dans le même sens fournit un second segment A_2A_3 qui s'ajoute au premier, et ainsi de suite; on arrive promptement à des segments négligeables par rapport à AA_1.

La correction due au prolongement de la bobine dans l'autre sens est égale à la somme de ces segments, et, en ajoutant cette quantité à AA_3, on obtient une longueur AB du conducteur dont la résistance est exprimée par la formule ci-dessus.

Cette méthode très simple, qui n'exige aucun calcul de réduction ou de correction, présente quelque analogie avec la méthode de Lorenz et supprime totalement deux graves inconvénients de cette dernière : la petitesse de la force électromotrice développée par l'induction et la production de forces thermo-électriques au contact des pièces glissantes. Elle permet en outre de faire usage de courants relativement intenses et d'un galvanoscope dont la sensibilité n'ait rien d'exagéré; de plus, l'ensemble du dispositif et, en particulier, le mode de construction des deux bobines, qui n'ont qu'une seule couche de fil chacune, se prêtent à une détermination précise des constantes qui entrent dans la formule de la résistance à mesurer.

Notons en passant que le cadre tournant a déjà été appliqué par M. Carey Foster à la mesure des forces électromotrices instantanées.

Nous avons déterminé l'ohm par cette méthode, au moyen d'un appareil construit sur les plans de M. Lippmann avec les crédits alloués par le Ministère des Postes et Télégraphes; les mesures ont été effectuées au laboratoire des Recherches de la Sorbonne, en 1887 et 1888, et MM. A. Berget, docteur ès Sciences, et G. Léon, ingénieur des Mines, nous ont prêté leur bienveillant concours.

MM. P. Chappuis et A. Palaz, attachés au Bureau international des Poids et Mesures, se sont gracieusement chargés de déterminer

les dimensions de la bobine induite, à l'aide du comparateur universel de cet établissement. M. Benoît, directeur de ce même Bureau, a mis très obligeamment à notre disposition les instruments dont il a fait usage pour la construction des étalons prototypes de l'ohm légal, ainsi que les copies de ce dernier.

Il nous a été ainsi possible de comparer directement à l'ohm légal la résistance que nous avions déterminée en unités absolues et d'éviter les erreurs résultant de la comparaison avec un étalon secondaire pouvant avoir subi quelques variations depuis sa construction.

Ces deux déterminations très importantes ont ainsi été faites dans les meilleures conditions.

Description des appareils. — La bobine inductrice a 2^{m} de longueur et 30^{cm} de diamètre; elle est formée d'une seule couche de fil de cuivre de 2^{mm}, recouvert d'une double enveloppe de soie et enroulé sur un cylindre de laiton de 3^{mm} d'épaisseur; ce dernier est séparé du fil par de l'arcanson et du papier Japon verni à la gomme laque. Le nombre des spires est de 922 et les extrémités du fil aboutissent à des bornes isolées sur des plaques d'ébonite. La bobine est montée sur roues et se déplace sur des rails en bois, pour être amenée dans les diverses positions qui servent à trouver expérimentalement la correction des extrémités.

La constante de cette bobine, c'est-à-dire le nombre de spires par centimètre, est,

$$n = 4,633.$$

Cette valeur a été obtenue en mesurant au cathétomètre la longueur occupée par 225 spires de chaque côté du plan médian.

Un bâti très massif supporte une pièce cylindrique en bois dur, pénétrant dans l'intérieur de la bobine inductrice; à son extrémité se trouve la bobine induite, fixée dans une chape et tournant autour de son diamètre vertical. Le mouvement de rotation lui est communiqué par un arbre de laiton de $1^{m},50$ de longueur, logé à l'intérieur de la pièce de bois, et par un engrenage conique dont les roues sont en carton comprimé; l'une est fixée à l'extrémité de l'arbre; l'autre, à la partie inférieure de la chape.

Deux pièces coniques en laiton sont disposées dans le prolongement de l'axe de rotation du cadre; l'une repose dans une cra-

paudine en agate et l'autre pivote dans un cylindre de bronze que l'on abaisse plus ou moins jusqu'à ce que cet axe ait un serrage convenable. On peut en outre déplacer verticalement la crapaudine, afin de faire coïncider le centre du cadre tournant avec l'axe de la bobine inductrice.

Le cadre tournant est un disque de bois dur de 20^{cm} de diamètre et 5^{cm} de largeur, sur lequel sont enroulés 303 tours de fil de cuivre très fin, recouvert de soie et verni à la gomme laque.

Le diamètre de ce cadre a été mesuré au comparateur universel du Bureau international des Poids et Mesures par MM. Chappuis et Palaz. Voici les résultats des mesures de trois diamètres équidistants, sur chacune des faces, en visant le milieu du fil :

Première série.

	cm	cm	cm
Première face.........	20,1699	20,1829	20,1610
Seconde face	20,1694	20,1828	20,1688
Moyennes	20,16965	20,18285	20,1649

Moyenne.................. $20^{cm},1725$.

Seconde série.

	cm	cm	cm
Première face.........	20,1628	20,1730	20,1569
Seconde face	20,1710	20,1814	20,1601
Moyennes	20,1669	20,1772	20,1585

Moyenne.................. $20^{cm},1675$.

Ces deux séries donnent comme valeur moyenne du diamètre

$$d = 20^{cm},1700.$$

En mesurant ensuite le diamètre du cadre, sans le fil, on a trouvé :

	cm		cm
	20,1584		20,1371
	20,1579		20,1534
	20,1608		20,1654
Moyenne	20,1590	Moyenne	20,1520

La moyenne de ces séries est

$$d_1 = 20^{cm},1555.$$

Si l'on ajoute à ce nombre l'épaisseur du fil

$$0^{cm},0125,$$

déterminée au sphéromètre, on trouve pour le diamètre

$$d = 20^{cm},1680,$$

valeur extrêmement voisine du chiffre obtenu précédemment.

Nous avons admis la moyenne de ces deux nombres comme diamètre moyen du cadre, soit

$$d = 20^{cm},169,$$

et la surface enveloppée par les 303 tours du fil de la bobine induite est égale à

$$S = 96805^{cmq},73.$$

Les deux extrémités du fil de cette bobine aboutissent à deux pièces de laiton fixées sur une bague d'ébonite, à la partie supérieure de la chape; celles-ci sont disposées suivant le même diamètre et font saillie de quelques millimètres. Pendant la rotation du cadre, deux balais en clinquant se trouvent un instant en contact avec ces deux pièces de laiton et ferment le circuit secondaire au moment où la force électromotrice induite dans le cadre atteint sa valeur maxima; celle-ci se trouve alors en opposition avec la différence de potentiel entre deux points du conducteur. Les balais sont reliés aux appareils de mesure par des fils de cuivre isolés à la gutta et fixés sur des supports en ébonite placés sur le bâti.

A l'extrémité de la pièce de bois, près du cadre tournant, se trouve une bobine dans laquelle on envoie un courant constant pour neutraliser l'action du champ magnétique terrestre. Un rhéostat permet d'en graduer l'intensité jusqu'à ce que l'on obtienne une compensation absolue; celle-ci est facile à réaliser et peut être vérifiée à chaque instant pendant le cours des mesures, car l'électromètre placé dans le circuit secondaire doit rester au zéro lorsque le circuit primaire est ouvert.

La rotation du cadre est produite par un moteur magnéto-électrique à anneau Gramme, actionné par une batterie d'accumulateurs. Son axe est relié par un double joint Cardan à l'arbre de laiton, qui pénètre à l'intérieur de la bobine inductrice jusqu'aux engrenages de la chape; le mouvement de rotation est régularisé par un fort volant en bois fixé sur cet arbre.

Ce moteur était muni d'un régulateur électrique à force centrifuge qui interrompait le courant des accumulateurs dès que la vi-

tesse dépassait une certaine valeur, et le rétablissait ensuite quand celle-ci avait quelque peu diminué : on espérait obtenir de cette manière une vitesse très constante.

Ce dispositif donne d'excellents résultats quand on n'exige du moteur qu'un travail relativement faible et quand les frottements sont presque nuls ou du moins ne subissent aucune variation. Nous nous sommes rendu compte de sa valeur par des essais comparatifs à l'aide de la méthode stroboscopique, qui s'applique spécialement à ce genre de mesures. Nos observations ont été faites avec un mouvement d'horlogerie muni d'un régulateur Foucault, un diapason entretenu électriquement et le moteur électrique marchant à vide; elles ont démontré la grande supériorité de ce dernier au point de vue de la régularité de sa vitesse pendant une durée de plusieurs heures.

Mais, lorsqu'il s'agit de communiquer un mouvement rapide à plusieurs mobiles reliés par de longs arbres et par des engrenages, le régulateur électrique ne fonctionne pas avec une promptitude suffisante; il n'a pu être utilisé pendant le cours des expériences, et toutes les tentatives faites pour assurer automatiquement la régularité de la vitesse sont demeurées infructueuses.

On obtient par contre d'excellents résultats en employant un frein formé d'une petite corde enroulée sur l'arbre et manœuvré à l'aide d'un levier par un expérimentateur. De cette manière, il est aisé de régler la vitesse du cadre tournant sur celle d'un diapason entretenu électriquement, en se servant de la méthode stroboscopique. A cet effet, les deux branches du diapason portent deux plaques légères fendues chacune suivant une ligne horizontale et disposées de façon que les fentes se trouvent un instant en face l'une de l'autre pendant chaque vibration de l'instrument. En visant à travers celles-ci le pourtour du volant sur lequel sont tracées 32 bandes égales, alternativement blanches et noires, on le voit immobile quand sa vitesse est un multiple exact de celle du diapason, et il paraît animé d'un mouvement lent dès que sa vitesse varie.

A l'aide du frein, on parvient aisément à régler la vitesse du moteur sur celle du diapason et à la maintenir absolument constante pendant plusieurs minutes, et comme la durée des observations à l'électromètre ne dépasse pas quelques secondes, la vitesse

de rotation du cadre se trouve être un multiple exact de celle du diapason et elle est ainsi déterminée par une méthode de zéro.

Pour connaître cette vitesse, il suffit ensuite d'enregistrer simultanément sur un cylindre Marey les vibrations du diapason et la marche d'un pendule battant la seconde, et de compter le nombre de vibrations inscrites pendant dix à douze minutes. Le pendule a été réglé sur un chronomètre Breguet avec une précision dépassant $\frac{1}{40000}$ de seconde.

Pendant les observations, le diapason faisait 68,2 vibrations doubles par seconde, et le cadre tournait avec une vitesse de 8,525 tours par seconde.

Le conducteur, dont nous avons déterminé la résistance en valeur absolue, est un ruban de maillechort à section rectangulaire, ayant $34^{m},72$ de longueur, 1^{cm} de largeur et $0^{cm},3$ d'épaisseur; il est enroulé en spirale et renfermé dans un récipient contenant de l'huile de naphte. Une des extrémités de ce ruban est rectiligne sur une longueur de $1^{m},50$ et porte une échelle graduée en centimètres.

Ce conducteur est intercalé dans le circuit primaire par des godets pleins de mercure. Une des prises de potentiel A s'effectue au moyen d'une tige de cuivre platinée, taillée en biseau et pressée sur la partie rectiligne du conducteur; elle peut être déplacée à volonté. La seconde prise A est fixe et se trouve à l'autre extrémité.

Ces deux prises communiquent, l'une avec une des bornes de l'électromètre, l'autre avec un des balais frottant sur la chape du cadre tournant. Le fil du second balai aboutit à l'autre borne de l'électromètre et complète le circuit secondaire. Tous ces fils sont isolés par de la gutta-percha et de la gomme laque et sont en outre, autant que possible, maintenus en l'air par des cordons de soie.

Pour déterminer la compensation de la force électromotrice induite dans le cadre tournant et de la différence de potentiel entre deux points du conducteur, nous avons employé un électromètre capillaire shunté par un condensateur ayant une capacité de 0,3 microfarad. Cet instrument s'applique spécialement aux méthodes de zéro; sa grande sensibilité, qui peut atteindre dans certains cas $0^{volt},00003$, son apériodicité absolue et la facilité avec laquelle se font les observations, en recommandent l'emploi dans les mesures de précision.

Le courant primaire, dont l'intensité était d'environ 12 ampères, a été fourni par une batterie d'éléments Bunsen isolée sur des barreaux de verre.

Observations. — Les observations sont ramenées à la détermination simultanée de deux zéros. La bobine inductrice est placée d'abord dans une position symétrique par rapport à l'axe vertical du cadre tournant, puis on neutralise l'action du magnétisme terrestre, jusqu'à ce qu'on n'observe plus aucune force électromotrice dans le circuit secondaire et que l'électromètre reste au zéro.

Un des observateurs, installé au diapason, maintient la vitesse du cadre absolument constante, pendant qu'un second observateur ferme le circuit primaire et déplace le long du conducteur la prise de potentiel mobile, jusqu'à ce que l'électromètre indique une compensation complète. On parvient aisément à déterminer sur le ruban de maillechort un point tel qu'un déplacement du contact de moins de 1^{mm} corresponde à une variation de niveau notable du mercure de l'électromètre, et à fixer entre deux limites très rapprochées la véritable position de ce point. La lecture se fait sur l'indication du premier observateur, au moment précis où la vitesse du cadre est invariable et a sa valeur normale, c'est-à-dire au moment où les bandes placées sur le pourtour du volant et vues à travers les fentes des plaques du diapason paraissent être dans une immobilité complète.

On répète ensuite la même observation en renversant le sens du courant primaire, puis les observateurs changent de place, afin d'éliminer les erreurs personnelles. La température du conducteur est notée après chaque lecture.

Voici les résultats de deux séries d'observations faites aux températures de 19°,3 C. et 18°,7 C. :

Observations.		Moyenne.	T.	Observations.		Moyenne.	T.
31,2	31,2	31,2	19°,2	32,1	32,2	32,2	18°,5
31,1	31,2			32,2	32,2		
31,0	31,4	31,3	19,1	31,6	31,8	31,7	18,8
31,4	31,5			31,8	31,6		
31,0	30,6	30,9	19,6	31,8	31,9	31,9	18.8
30,9	31,1			31,9	32,0		
Moyennes...		31,1	19,3			31,9	18,7

La moyenne des deux séries est

$$31,5 \text{ à } 19^\circ.$$

Ce point 31,5 de l'échelle, ou A_1, correspond à la compensation complète à la température de 19° C. Il est déterminé par l'observation simultanée de deux zéros, l'un au diapason, l'autre à l'électromètre.

On déplace ensuite la bobine inductrice dans le sens de son axe d'une quantité égale à sa longueur et l'on détermine par la même méthode l'écartement des deux prises de potentiel $A_1 A_2$ qui correspond à une compensation parfaite, la vitesse du cadre étant restée la même. Cette longueur $A_1 A_2$ a été trouvée égale à $17^{cm},6$.

Un nouveau déplacement égal de la bobine inductrice n'a plus fourni qu'un écartement $A_2 A_3$ de $1^{cm},45$ des deux prises sur le conducteur; placée encore plus loin, la bobine primaire n'induit plus de force électromotrice appréciable dans le cadre tournant.

En doublant la somme $A_1 A_2 + A_2 A_3$, on obtient sur le conducteur une longueur de $38^{cm},1$ qui correspond à la correction des extrémités de la bobine primaire. Si l'on ajoute celle-ci à la portion du ruban fixée par les premières mesures, on obtient, au lieu du point 31,5, le point 69,6, que nous désignerons par la lettre B.

La résistance de la portion AB du ruban à la température de 19° est exprimée par la formule établie plus haut

$$R = 8\pi^2 S n v,$$

dans laquelle nous avons

$$\begin{aligned} S &= 96805{,}73^{\text{cmq}} \\ n &= 4{,}633 \\ v &= 8{,}525 \end{aligned}$$

n se rapporte cette fois à une bobine infiniment longue.

En effectuant les calculs, on obtient

$$R = 0{,}301\,889 \times 10^9 \quad \text{C.G.S.} \quad \text{à } 19^\circ \text{ C.}$$

C'est la résistance en unités C.G.S. de la portion AB du conducteur à 19°; il suffit de mesurer cette quantité en ohms légaux pour obtenir ensuite par comparaison la valeur de l'ohm vrai.

Cette mesure a été faite au Bureau international des Poids et Mesures, où M. Benoît a mis à notre disposition, avec une grande obligeance, toute l'installation électrique ayant servi à la construction des prototypes de l'ohm légal. Nous avons utilisé la méthode employée par M. Benoît; c'est une sorte de double pesée dans laquelle la différence des résistances à comparer se trouve exprimée par une certaine longueur du fil d'un pont de Wheatstone ([1]).

La résistance du ruban de maillechort étant voisine de $0^{\mathrm{ohm}},3$, la méthode de comparaison la plus précise consistait à former la seconde branche du pont par trois étalons au mercure de l'ohm légal, groupées en quantité au moyen de grosses tiges de cuivre terminées par des capsules de platine et plongeant dans les flacons terminaux des étalons.

Les étalons mis à notre disposition avaient, à 0° C., les valeurs suivantes :

Numéros.	ω
3	0,999720
69	0,998776
330	0,998264

Ils étaient placés dans un vase plein d'eau et, groupés en quantité, ils formaient une branche du pont ayant une résistance de

$$0^{\omega},332973 \text{ à } 0^{\circ}\text{ C.}$$

Nous avons fait deux séries de comparaisons; la première à une température moyenne de 9°,02, la seconde à 17°,76; elles ont fourni, pour la résistance du conducteur de maillechort en ohm légal, les valeurs suivantes :

$$0^{\omega},303700 \text{ à } 9^{\circ},02,$$
$$0^{\omega},305015 \text{ à } 17^{\circ},76;$$

on en déduit le nombre

$$\alpha = 0,0004976$$

pour le coefficient moyen de variation de résistance du ruban de

---

([1]) R. Benoit, *Construction des étalons prototypes de résistance électrique*. Paris, Gauthier-Villars; 1885.

maillechort avec la température, en admettant pour le mercure les coefficients

$$a = 0,0008649,$$
$$b = 0,00000112.$$

La résistance du ruban de maillechort est exprimée à une température t par la formule

$$r = 0^{\omega},302341(1 + 0,0004976\,t),$$

ce qui nous donne, à 19° C., température des premières observations,

$$r = 0^{\omega},305199.$$

Sa longueur étant de $34^{m},72$, la résistance de 1^{cm} est de $0^{\omega},0000879$.

Les deux points A et B déterminés dans la première partie des expériences étaient éloignés des extrémités du ruban, l'un de $22^{cm},2$, l'autre de $6^{cm},8$.

Cette somme de 29^{cm} a une résistance de $0^{\omega},002549$ que nous avons à déduire de la valeur de r pour obtenir en ohm légal la résistance de la portion du ruban comprise entre A et B. Celle-ci se trouve égale, à 19° C., à

$$R' = 0^{\omega},302650.$$

Nous avons trouvé précédemment que cette même quantité, exprimée en unités C.G.S., a pour valeur

$$R = 0,301889 \times 10^{9}.$$

Le premier nombre se rapportant à l'ohm légal, c'est-à-dire à la résistance d'une colonne de mercure de 1^{mmq} de section et de 106^{cm} de longueur à la température de la glace fondante, on déduit par comparaison de R et de R' la valeur de l'ohm théorique qui est la résistance d'une colonne de mercure de 1^{mm} carré de section et de $106^{cm},267$ de longueur à la même température.

Le nombre $106^{cm},27$ que nous avons trouvé pour la longueur de la colonne mercurielle correspondant à l'ohm théorique est très voisin des résultats fournis par les déterminations les plus récentes. Citons parmi ceux-ci 106,30 obtenu par M. Rowland, 106,32 par M. Kohlrausch et 106,24 par M. Dorn.

La concordance de ces diverses mesures permet d'admettre que la longueur de la colonne de mercure qui correspond à l'ohm théorique est connue avec une approximation qui dépasse $\frac{1}{2000}$.

REMARQUE SUR LA THÉORIE DES ÉLECTROMÈTRES ABSOLUS;

PAR M. J. PIONCHON.

On sait que, lorsque des conducteurs assujettis à garder des potentiels constants changent de positions relatives, le travail $\Delta\varpi$ effectué par les forces électriques est égal à l'accroissement ΔW de l'énergie électrique du système.

Ce théorème, auquel on a recours pour établir la théorie des électromètres symétriques, conduit très simplement aussi à celle des électromètres absolus.

Soient deux conducteurs A_1 et A_2 maintenus à des potentiels V_1 et V_2. Si l'un d'eux est libre de se mouvoir, en totalité ou en partie, la capacité du système éprouve un accroissement ΔC et l'énergie augmente de $\frac{1}{2}(V_1 - V_2)^2 \Delta C$. Soit $\Delta\varpi$ le travail des forces électriques appliquées au conducteur mobile. On a, en vertu du théorème rappelé tout à l'heure,

$$\Delta\varpi = \frac{1}{2}(V_1 - V_2)^2 \Delta C$$

ou, s'il s'agit de variations infiniment petites,

$$(1) \qquad d\varpi = \frac{1}{2}(V_1 - V_2)\, dC.$$

L'application de cette formule à l'électromètre à plateaux de Thomson ([1]) et à l'électromètre à cylindres de MM. Bichat et Blondlot ([2]) se fait sans difficulté.

Voici comment on peut en étendre l'application au cas de l'électromètre sphérique de M. Lippmann ([3]).

Considérons d'abord le cas où la sphère extérieure a un rayon

---

([1]) Voir *Journal de Physique*, 1re série, t. IV, p. 297.
([2]) *Ibid.*, 2e série, t. V, p. 325; 1886.
([3]) *Ibid.*, 2e série, t. V, p. 323; 1886.

[illegible] grand [illegible] l'appareil est réduit à une sphère A, [illegible] dont un hémisphère est mobile.

Soit F la résultante des forces agissant sur l'hémisphère mobile. Pour un déplacement [illegible] de cet hémisphère, on a

$$[illegible] = [illegible]$$

Le [illegible] T [illegible] de la figure [illegible] le système des deux hémisphères séparés par un intervalle ε est donné par une somme de termes tels que $\frac{\varepsilon n}{[illegible]}$ dans laquelle les valeurs extrêmes de [illegible] sont [illegible] et [illegible] $- \frac{\varepsilon}{[illegible]}$, c'est-à-dire, d'une part, la distance du centre des masses εn situées aux bords des deux sphères et, d'autre part, la distance à ce même centre des masses εn situées aux pôles.

[illegible] on peut écrire

$$T = [illegible] \, \varepsilon n$$

et, en appelant M la charge de l'ensemble des deux hémisphères,

$$T = \frac{M}{[illegible]}$$

[illegible] désignant une valeur intermédiaire entre [illegible] et [illegible] $- \frac{\varepsilon}{[illegible]}$. Mais ces deux valeurs extrêmes [illegible] infiniment voisines, on peut prendre [illegible], c'est-à-dire [illegible] $- \frac{[illegible]}{[illegible]}$. [illegible]

$$T = \frac{M}{[illegible] - \frac{\varepsilon}{[illegible]}}$$

[illegible] le système des deux hémisphères séparés par [illegible]

$$[illegible] - \frac{\varepsilon}{[illegible]}$$

[illegible]

$$[illegible] = \frac{\varepsilon}{[illegible]}$$

et, en appliquant la formule [illegible]

$$[illegible] = [illegible] \frac{\varepsilon}{[illegible]}$$

d'où

$$f = \tfrac{1}{8} V^2.$$

Supposons maintenant que la sphère extérieure A_2 ait un rayon fini R_2 et soit au potentiel o. Le potentiel au centre du système est

$$V = \frac{M}{\rho} - \frac{M}{R_2} = \frac{M(R_2 - \rho)}{R_2 \rho},$$

M et ρ ayant la signification indiquée tout à l'heure.

La capacité est donc

$$C + dC = \frac{R_2 \rho}{R_2 - \rho}.$$

Lorsque les deux hémisphères étaient en contact, la capacité était

$$C = \frac{R_2 R_1}{R_2 - R_1}.$$

Ainsi

$$dC = \frac{R_2^2 \frac{d\varepsilon}{4}}{(R_2 - R_1)^2}.$$

En portant cette valeur de dC dans l'équation (1), on obtient

$$f = \frac{1}{8}\left(\frac{R_2}{R_2 - R_1}\right)^2 V^2.$$

D'une manière générale, tout système de deux conducteurs pour une déformation duquel on pourra effectuer le calcul de $\frac{d\mathfrak{T}}{dC}$ constituera, en vertu de la relation

$$\frac{d\mathfrak{T}}{dC} = \tfrac{1}{2}(V_1 - V_2)^2,$$

un électromètre propre à la détermination d'une différence de potentiel en valeur absolue.

Les systèmes indiqués tout à l'heure sont les plus simples qui puissent être imaginés, puisqu'ils correspondent respectivement à un condensateur plan, à un condensateur cylindrique et à un condensateur sphérique.

ÉTUDE D'UN ÉTALON PRATIQUE DE FORCE ÉLECTROMOTRICE;

PAR MM. BAILLE ET FÉRY.

Une pile étalon pratique doit, autant que possible, satisfaire aux conditions suivantes :

1° Présenter une force électromotrice constante variant très peu avec la température;

2° Pouvoir être montée facilement avec les produits courants du commerce, sans que les petites impuretés renfermées dans ces produits aient une grande influence;

3° Être pratiquement impolarisable sur les résistances galvanométriques (5000 ohms);

4° Ne pas exiger une surveillance continue et un remontage trop fréquent.

Quoique l'étalon Daniell, le seul qui réponde encore aux besoins de la pratique, présente la plupart des conditions requises, il présente quelques inconvénients. La diffusion rapide des solutions au travers du vase poreux, les incrustations du cuivre métallique (qui peut former de courts circuits entre les électrodes), et enfin les dépôts très rapides de cuivre sur le zinc obligent à le remonter chaque fois qu'il doit servir.

Nous avons pensé qu'en remplaçant le sulfate de cuivre par un sel moins soluble nous pourrions, sans trop augmenter la polarisation, supprimer le vase poreux.

Nous avons porté nos recherches sur les sels de plomb. Nous avons trouvé que le sel ne doit pas être trop insoluble. Ainsi le chromate de plomb dans une solution neutre ne se réduit pas facilement.

Le chlorure de plomb nous a donné de meilleurs résultats, il présente cependant un inconvénient qui se retrouve dans l'élément Daniell, c'est le dépôt sur le zinc du métal contenu dans le dépolarisant.

Mais, avec quelques précautions, on peut, sinon arrêter entièrement, du moins retarder la formation de ce dépôt métallique; nous sommes arrivés après plusieurs mois à n'avoir sur le zinc.

qu'une légère végétation saturnine ne produisant d'ailleurs qu'un abaissement négligeable ($0^{volt},0015$) de force électromotrice.

Montage de l'élément. — Le chlorure de plomb pulvérulent et précipité à chaud (texture cristalline) est introduit dans la petite branche d'un tube A recourbé à son extrémité inférieure (*fig.* 1).

Fig. 1.

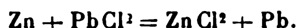


Ce tube renferme un fil de plomb qui constituera le pôle positif de l'élément.

Le pôle négatif est constitué par une tige de zinc amalgamé Zn. Le tout plonge dans une solution de chlorure de zinc, de densité 1,15.

Quand la pile est fermée sur elle-même, le zinc se dissout et le chlorure de plomb se réduit; la réduction se propage très régulièrement, la séparation entre le plomb réduit noir et le chlorure blanc étant indiquée par une ligne très nette.

La réaction est la suivante



$$Zn + PbCl^2 = ZnCl^2 + Pb.$$

La substitution du zinc au plomb, dans ces conditions, dégage

$$56^{cal},4\ (ZnCl^2) - 42^{cal},6\ (PbCl^2 \text{ solide}) = 13^{cal},8$$

et

$$56^{cal},4\ (ZnCl^2) - 39^{cal},2\ (PbCl^2 \text{ dissous}) = 17^{cal},2.$$

La formule pratique de M. d'Arsonval [1],

$$E = 0,0436\,C,$$

donne pour $E = 0^{volt},598$ avec $C = 13^{cal},8$.

Mesurée directement, elle est un peu inférieure et dépend d'ailleurs de la concentration du liquide :

Densité.	$ZnCl^2$ pur en grammes pour 100^{cc} d'eau distillée.	Force électromotrice.
1,005	1	0,550
1,05	5	0,522
1,095	10	0,516
1,157	17,2	0,500
1,18	20	0,497
1,24	30	0,490
1,32	40	0,470
1,40	50	0,460

Ce Tableau ne présentant ni maximum ni minimum, nous adoptons la densité 1,157 qui donne exactement le demi-volt.

Si l'on évite, par un procédé quelconque, la dissolution du chlorure, la force électromotrice baisse de $0^{volt},008$, la chaleur de formation du chlorure de plomb solide étant plus grande que celle du chlorure dissous.

La densité, dans ces conditions, doit être de 1,12 pour obtenir le demi-volt exact.

Les mesures ont été faites au moyen d'un galvanomètre Thomson par la méthode de la grande résistance. Le circuit total étant de 160000 ohms, nous avons pu négliger la résistance de la pile, qui varie entre 20 et 50 ohms suivant les dimensions adoptées.

Nous avons pris pour étalon la pile Daniell, du professeur Fleming ($CuSO^4$, densité 1,10 — $ZnSO^4$, densité 1,14), en adoptant le chiffre $1^{volt},072$ comme force électromotrice de cet élément.

Pour ne pas avoir à tenir compte du défaut de proportionnalité des indications galvanométriques, nous avons cherché à obtenir

---

(1) Voir *Lumière électrique* du 25 août 1883, p. 533.

les déviations sensiblement égales pour l'étalon Daniell et la pile en étude.

Pour cela, nous mettons les deux piles en opposition

Daniell — Pile au $PbCl^2$ donnent N' div. de l'échelle $= 1,072 - x$

Pile au $PbCl^2$ seule donne N divisions $= x$

d'où

$$x = \frac{1,072 \times N}{N' + N};$$

comme x est sensiblement égal à $\frac{1.072}{2}$, N est très voisin de N'.

Pour l'étude des petites variations de la force électromotrice dues à la température et à la polarisation, nous avons monté deux éléments identiques en opposition. La force électromotrice résultante étant rigoureusement nulle, il suffit d'agir sur un seul des éléments pour lire directement l'augmentation ou la diminution de force électromotrice. Les déviations sont tout à fait proportionnelles avec les petits angles, et l'on peut laisser la clef fermée aussi longtemps qu'on le désire sans craindre une torsion permanente du fil. Nous avons ainsi obtenu le Tableau suivant qui donne les variations de E avec la température. L'un des éléments était placé dans une grande masse d'eau dont la température est restée de 22° pendant toute la durée de l'expérience. L'autre pile a été portée successivement de 0° à 50°, puis on l'a laissée refroidir lentement. Nous ne donnons que ce dernier Tableau, le refroidissement se produisant beaucoup plus régulièrement que l'échauffement, quelles que soient les précautions prises :

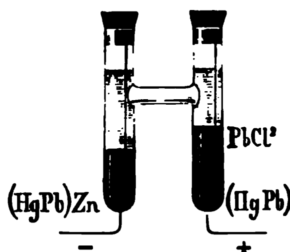
Température.	Variation de E.
°	v
46	−0,004
37	−0,003
30	−0,001
20	+0,001
14,5	0,000 (?)
9	+0,001
6,5	+0,001
0	+0,001

La présence d'acide libre, dans la solution de chlorure de zinc, augmente la force électromotrice. Pour que la solution demeure

aussi neutre que possible, il est bon d'agiter le liquide avec de l'oxyde de zinc avant de l'employer. Il n'est pas même nécessaire de filtrer la solution, la présence d'oxyde de zinc dans le liquide n'étant gênante en aucune façon.

Dans le cas où la résistance de l'élément peut être considérable (mesures à l'électromètre ou balistiques avec condensateurs), on peut employer la disposition suivante. Un tube de verre en H (*fig.* 2) reçoit dans les deux branches un amalgame de plomb saturé Hg^3Pb^2 obtenu en décantant la partie liquide d'un amalgame de mercure fait à chaud. L'un des amalgames est recouvert

Fig. 2.



de chlorure de plomb; l'autre branche du tube reçoit quelques fragments de zinc amalgamé.

La force électromotrice de cet élément est de $0^{volt},503$, le plomb réduit absorbant $0^{Cal},06$ en s'amalgamant au pôle positif, ainsi que nous l'avons trouvé dans d'autres études ([1]). Il est bon de disposer un petit tampon de coton dans le tube de jonction pour éviter le passage mécanique du chlorure d'une branche dans l'autre, ce qui produirait une diminution passagère de force électromotrice.

Il faut aussi, quelle que soit la disposition adoptée, prendre une assez grande quantité de liquide pour que les variations de densité, dues aux réactions dont la pile est le siège, soient assez petites pour n'occasionner que des variations négligeables de force électromotrice.

Quoique plus grande que dans l'élément Daniell, la polarisation est encore très faible et la pile reprend assez vite et très exactement sa valeur normale.

([1]) *Annales de Chimie et de Physique*, 6ᵉ série, t. XVII.

EXPÉRIENCES SUR LES SIPHONS;

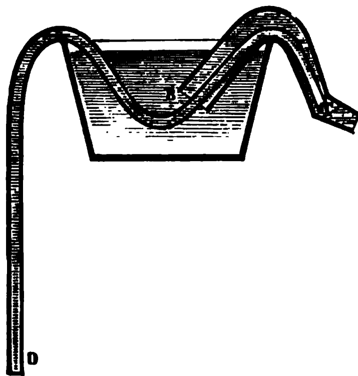
PAR M. C.-E. WASTEELS.

En 1884 et 1889, M. Van der Mensbrugghe, professeur à l'Université de Gand, a fait connaître quelques expériences très simples et fort intéressantes, tendant à mettre en relief la différence entre la pression hydrodynamique et la pression hydrostatique ([1]).

Voici encore des expériences qui m'ont paru offrir quelque intérêt et qui sont basées sur le même principe.

Prenons un siphon AB et introduisons-y partiellement un long tube de caoutchouc CD, de manière que l'extrémité C vienne à une petite distance de l'orifice A. Ayant ensuite amorcé ce système de siphons, on fait plonger l'extrémité B dans un vase rempli de liquide comme le montre la figure ci-dessous.

Fig. 1.



Pour l'amorçage, on pourra procéder de la manière suivante : on commence par plonger complètement le siphon AB dans le liquide du vase et l'on amorce le tube CD comme un siphon ordinaire; on ferme ensuite avec le doigt l'orifice A et l'on dispose

([1]) Voir *Natura*, journal flamand paru en 1884, et un travail intitulé : *Contribution à la théorie du siphon* (Extrait des *Bulletins de l'Académie royale de Belgique*, 3e série, t. XVII, n° 1; 1889).

le siphon AB comme le montre la figure, en ayant soin de maintenir constamment l'extrémité B dans le liquide (1).

Si l'orifice A ne dépasse pas de beaucoup la section intérieure du tube de caoutchouc, on pourra observer les phénomènes suivants :

Pour une distance suffisante de l'orifice D au-dessous du niveau du liquide dans le vase, l'écoulement n'a lieu que par cet orifice, tandis que l'autre laisse entrer de l'air, qui est entraîné par la colonne liquide.

Si l'on élève graduellement l'extrémité D, on verra l'entraînement d'air diminuer de plus en plus, et, à un certain moment, il cessera complètement. Le phénomène qui se produit alors est très curieux : le liquide arrive jusqu'en A, sans s'écouler par cet orifice, et y forme une surface qui paraît immobile.

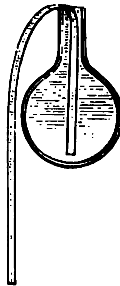
Enfin, si l'on élève davantage l'extrémité D, l'écoulement se produit à la fois par les deux orifices.

Je me suis servi, pour faire l'expérience, d'un siphon ACB dont la partie CA était tronconique, et qui avait, à l'orifice A, 8^{mm} de diamètre environ; quant au tube de caoutchouc, son diamètre

---

(1) Dans certains cas, il peut arriver qu'un siphon s'amorce de lui-même. Cela arrive, notamment, quand le vase qui contient le liquide à transvaser est rempli jusqu'aux bords ou à fort peu près, et que le siphon, que l'on fait reposer sur le bord du vase, présente à son sommet une section de faible épaisseur; l'amorçage se fait alors par capillarité. Comme il importe de diminuer autant que possible la partie du siphon qui se trouve au-dessus du niveau, il est bon de tenir la branche qui plonge dans le liquide presque verticalement.

Fig. 2.



L'expérience se fait le mieux avec un tube en caoutchouc, très flexible, et un vase à col assez étroit; le siphon s'aplatit à son sommet par son propre poids, et immédiatement on voit le niveau du liquide descendre dans le vase.

intérieur était de 6^{mm} et la distance des extrémités C et A était à peu près de 3^{cm}.

Dans le Tableau suivant, on trouvera quelques valeurs correspondantes de h et h', distances des centres des orifices A et D au niveau du liquide dans le vase, pour lesquelles il y avait simple écoulement par l'orifice D sans entraînement d'air par A; ces distances sont évaluées en centimètres :

h.	h'.
8	36
5	27
4	20

Pour expliquer les phénomènes dont il s'agit, supposons, pour un instant, qu'on bouche l'orifice A; il est évident que le tube CD fonctionnera alors comme un siphon ordinaire. Or, si l'on évalue la pression hydrodynamique qui s'exerce en A de l'intérieur vers l'extérieur, on va voir que, suivant le cas, cette pression sera inférieure à la pression atmosphérique, lui sera égale ou la surpassera. En effet, en vertu du théorème de Daniel Bernoulli, la pression exercée par un liquide en mouvement sur un élément de la paroi du vase qui le contient est égale à la pression hydrostatique, augmentée du poids d'une colonne liquide ayant pour base l'élément pressé et pour hauteur la différence entre les charges $\frac{v_0^2}{2g}$ et $\frac{v_1^2}{2g}$ qui seraient dues aux vitesses v_0 et v_1 du liquide respectivement au niveau même dans le vase et en regard de l'élément considéré; par conséquent, si l'on désigne par H la hauteur d'une colonne liquide qui produirait sur la section A une pression égale à celle de l'atmosphère, et par h_0 et h_1 les hauteurs dues respectivement aux vitesses v_0 et v_1, la pression hydrodynamique en question est égale au poids d'une colonne liquide ayant pour base la section A et pour hauteur

$$H + h + h_0 - h_1.$$

Comme la vitesse v_0 du niveau est généralement très faible, le terme h_0 est lui-même négligeable.

Il résulte de là que la pression hydrodynamique en A sera supérieure, égale ou inférieure à la pression extérieure, suivant que

la hauteur h_1 sera inférieure, égale ou supérieure à la hauteur h. Or, il est aisé de reconnaître que la quantité h_1 doit augmenter ou diminuer avec la distance h' de l'orifice D au-dessous du niveau dans le vase; en effet, si cette distance augmente, on sait que la vitesse d'écoulement en D augmente également, et il en est de même de la vitesse en chaque point du fluide en mouvement; ainsi, la vitesse v_1 doit augmenter avec h' et il en est encore de même de la hauteur h_1 due à cette vitesse.

On conçoit donc que, pour des valeurs suffisamment grandes de h', h_1 l'emporte sur h; pour une valeur moindre, h_1 égale h, et pour des valeurs encore plus petites, h_1 est inférieure à h. Par suite, si l'on débouche l'orifice A, la pression extérieure l'emportera dans le premier cas et il y aura entraînement d'air; dans le second, la pression extérieure fera équilibre à la pression hydrodynamique, et il y aura simple écoulement par l'orifice D sans entraînement d'air; enfin, dans le troisième cas, la pression de l'intérieur vers l'extérieur surpassant la pression atmosphérique, il y aura écoulement par les deux orifices.

Remarques. — L'expérience précédente pourrait encore se faire au moyen d'un vase muni d'un tuyau d'écoulement; le tuyau remplacerait alors le siphon AB. Enfin, on pourrait encore modifier la disposition du siphon CD; au lieu de le recourber deux fois après sa sortie du siphon AB, on pourrait lui faire traverser le fond du vase.

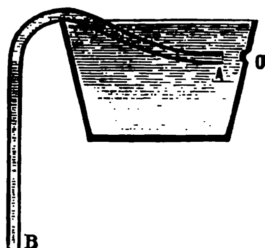
Voici une autre expérience du même genre que la précédente :

Dans un vase rempli de liquide et dont la paroi latérale est percée d'une petite ouverture O, on fait plonger la courte branche d'un siphon amorcé AB (*fig.* 3). L'écoulement se produira donc par l'orifice B, et, en même temps, le liquide s'échappera de l'ouverture O sous forme d'un jet parabolique; mais, si l'on approche de cette ouverture l'extrémité A du siphon, on voit la portée du jet diminuer; pour une certaine distance, la vitesse d'écoulement en O est nulle, et, si l'on diminue la distance en AO, il se produit par l'orifice O un entraînement d'air.

Enfin, pour une distance très faible, l'air entre avec impétuosité et produit un son assez intense.

Si l'on abaisse l'orifice B du siphon, sans faire varier la distance AO, le son augmente en hauteur; ce qui s'explique facile-

Fig. 3.



ment en observant que, dans ce cas, on augmente la vitesse d'écoulement, ainsi que la vitesse en O.

E. DORN. — Eine Bestimmung des Ohm (Détermination de l'ohm); *Wied. Ann.*, t. XXXVI, p. 22 et 398; 1889.

M. Dorn a repris la détermination de l'ohm par la méthode d'amortissement, en mettant à profit les nombreuses études de détail théoriques ou pratiques, faites par divers auteurs et par lui-même depuis le Congrès de 1884 (¹).

Tout le cuivre employé dans les appareils avait été examiné soigneusement et n'était pas du tout magnétique. L'aimant était formé d'un tube d'acier de 21^{cm}; le système amortisseur se composait de 899 tours de fil sur un cadre en acajou; sa résistance était de $3^{\omega},7$. Le cadre de la boussole des tangentes était en marbre; il avait 497^{mm} de diamètre, et le fil, de $0^{mm},95$, était enroulé à nu, et formait 5 tours. Tous les appareils étaient disposés dans un sous-sol orienté au nord.

Au cours du travail, l'auteur reconnut que les unités en maillechort, fournies par la maison Siemens, avaient varié de 2 pour 1000 environ en deux ans. Leur résistance a été rapportée aux étalons mercuriels construits par M. Strecker pour le travail de M. Kohlrausch sur le même sujet. Dans ce but, des étalons témoins furent comparés deux fois à Wurtzbourg.

(¹) Voir *Journal de Physique*, t. VIII, p. 604.

Trois séries indépendantes ont donné les résultats suivants :

Été 1885, 6 déterminations......	1,06243 ± 0,00019	
Automne 1885, 9 déterminations.	1,06242	25
Hiver 1885-86, 8 déterminations.	1,06244	52
Moyenne......	1,06243 $\frac{m}{mm^2}$ de mercure à 0°	

Nous rapprocherons, dans le Tableau suivant, les anciennes et les nouvelles valeurs trouvées par divers auteurs; le nouveau nombre indiqué par M. Wild résulte de quelques corrections appliquées à sa première détermination :

Auteurs.	Dates.	Anciennes valeurs.	Dates.	Nouvelles valeurs.
Kohlrausch	1874	105,91	1888	106,32
Rowland	1878	105,79	1887	106,30
Dorn	1882	105,46	1887	106,24
Wild	1884	105,68	(corrigé)	106,18
Moyennes		105,71		106,26

Ch.-Ed. Guillaume.

Ch. LUDEKING. — Leitungsfähigkeit gelatinehaltiger Zinkvitriollösungen (Conductibilité des dissolutions de sulfate de zinc contenant de la gélatine); *Wied. Ann.*, t. XXXVII, p. 172; 1889.

L'auteur a déterminé la conductibilité de solutions à 2, 5 et 10 pour 100 de sulfate de zinc (+ 7Aq), dans de l'eau contenant 10, 25 et 50 pour 100 de gélatine. Les expériences ont été faites entre 5° et 90°.

Le coefficient de variation avec la température ne varie pas brusquement lorsque la gélatine passe de l'état solide à l'état liquide. Ce coefficient augmente avec la teneur en gélatine.

Les rapports $\frac{k_{90} - k_{20}}{k_{20}}$ sont résumés dans le Tableau suivant :

	Eau.	Gélatine, pour 100. 10.	25.	50.
2 pour 100 $SO^4Zn + 7Aq$..	1,315	»	1,894	3,341
5,4 » » ...	1,143	1,280	1,551	2,293
10 » » ...	1,121	»	1,589	2,152

Ch.-Ed. Guillaume.

P. LENARD et M. WOLF. — Zerstäuben der Körper durch das ultraviolette Licht (Pulvérisation des corps par la lumière ultra-violette); *Wied. Ann.*, t. XXXVII, p. 443; 1889.

Les auteurs entreprirent ce travail pour vérifier l'idée préconçue que la dissipation de l'électricité négative à la surface des corps soumis à l'effet de la lumière ultra-violette pouvait provenir d'une convection due à la pulvérisation du métal. Diverses expériences furent exécutées dans ce but.

Plusieurs feuilles d'or, collées sur du verre, furent enfermées à l'abri de la poussière dans des caisses qui laissaient pénétrer la lumière à travers une plaque de gypse, de mica ou de quartz. Une plaque argentée fut cuivrée sur une moitié; la moitié cuivrée fut couverte de quartz, l'autre de mica. Après cinquante heures d'exposition à la lumière de l'arc voltaïque, on remarqua que les parties éclairées à travers le quartz avaient pris un aspect rugueux. Sur la dernière plaque, le cuivre s'était un peu avancé vers l'argent.

Pour démontrer directement l'existence de la poussière, les auteurs se servirent du jet de vapeur étudié par M. Aitken et par R. von Helmholtz; la lumière était fournie par une grosse bobine de Ruhmkorff avec électrodes de zinc. Dès les premières expériences, on observa des poussières derrière la plaque de quartz; le phénomène cessait lorsque celle-ci était couverte de verre ou de mica.

Ces poussières paraissent provenir du quartz; si celui-ci contient du silicate de soude, ainsi que le pensent MM. Warburg et Tegetmeier, il doit être en effet expulsé, puisqu'il absorbe la lumière ultra-violette.

La plaque de quartz étant fixée dans un écran de zinc, il fut possible de démontrer que les poussières s'éloignaient normalement de la surface postérieure du quartz, et s'échappaient ensuite latéralement en suivant un chemin curviligne, pour se rapprocher de l'écran. Dans les expériences ultérieures, le jet de vapeur était émis latéralement, en un endroit protégé de la poussière de quartz par une mince lame de verre. Tous les métaux montrèrent une pulvérisation, et il fut possible de démontrer que les poussières s'échappaient de la partie éclairée pour se déposer sur le reste de la plaque. Certains métaux ne donnaient des poussières que s'ils

étaient chargés négativement. L'effet est plus marqué avec la lumière produite entre des baguettes de zinc qu'avec l'arc ordinaire. Le mica et le verre ne donnent pas de poussières; on n'en observe pas non plus lorsque le métal est couvert d'eau, ou lorsqu'il est oxydé.

Les métaux se rangent dans l'ordre suivant pour une intensité croissante du phénomène : zinc, mercure, platine, laiton, cuivre étain, plomb, fer, or, argent.

L'eau pure ne montre aucun effet de pulvérisation (le jet de vapeur peut-il servir, dans ce cas?), la nigrosine et l'éosine de même, tandis qu'une solution de fuchsine chargée à —2500 volts donna un effet marqué.

Les liquides qui se pulvérisent se déchargent rapidement lorsqu'ils sont éclairés; les autres conservent longtemps une charge négative.

Les auteurs pensent que la queue des comètes pourrait être produite par la lumière ultra-violette du Soleil.

CH.-ED. GUILLAUME.

C. DIETERICI. — Calorimetrische Untersuchungen. — I. Die Verdampfungswärme des Wassers bei 0°. — II. Das specifische Volumen des bei 0° gesättigten Wasserdampfes (Recherches calorimétriques. — I. La chaleur de vaporisation de l'eau à 0°); *Wied. Ann.*, t. XXXVII, p. 494. — (II. Le volume spécifique de la vapeur d'eau saturée à 0°); *Wied. Ann.*, t. XXXVIII, p. 1; 1889.

I. Ces recherches ont été entreprises pour déterminer deux des grandeurs qui entrent dans l'équation

$$Jr = \theta(v - s)\frac{dp}{d\theta},$$

J désignant l'équivalent mécanique de la chaleur, r la chaleur de vaporisation à $\theta°$, v et s les volumes spécifiques de la vapeur et du liquide, p la tension de vapeur.

Regnault avait donné pour r la formule empirique

$$r = 607 - 0.708\, t,$$

en fonction de la calorie [15°.16°]; ces expériences avaient été faites entre 63° et 183°.

Pour déterminer directement la valeur de r à 0°, l'auteur enfermait une certaine quantité d'eau ($0^{gr},3$ à $0^{gr},5$) dans une éprouvette de verre ou de platine plongée dans du mercure à l'intérieur d'un calorimètre de Bunsen. L'évaporation était produite dans le vide d'une pompe de Tœpler. L'eau se congelait dès les premiers instants, mais la glace continuait à s'évaporer; la chaleur cédée à la vapeur était donc reprise au calorimètre, pendant la fin de l'expérience qui durait plusieurs heures. En adoptant comme constante de l'instrument $15^{mgr},44$ Hg pour une calorie moyenne [0.100], d'après Bunsen, Schuller et Wartha, et Velten, l'auteur trouve, en moyenne, pour la chaleur de vaporisation à 0°, le nombre 596,8. Ce nombre concorde avec celui de Regnault dans les limites d'incertitude de l'extrapolation, et de la relation entre les deux calories prises comme unités.

Quelques expériences entreprises pour déterminer la chaleur de vaporisation de la glace n'ont pas donné un résultat satisfaisant, parce que la glace contenait de l'eau surfondue.

II. Dans la seconde Partie de son travail, M. Dieterici détermine la quantité d'eau qui s'évapore jusqu'à saturation dans un espace donné, à l'aide de la chaleur absorbée par la vaporisation. Un ballon de verre, de 5^{lit} à 6^{lit}, peut être mis en communication d'une part avec une ampoule contenant une solution à 1 pour 1000 de NaCl (pour empêcher la congélation), d'autre part avec un tube à desséchement et avec une pompe Tœpler avec jauge de Hagen. L'ampoule est placée dans l'éprouvette d'un calorimètre Bunsen, et le ballon dans un bain à température constante (variant, dans diverses expériences, entre 0° et 29°).

On évacue d'abord le ballon, puis on ferme du côté de la pompe, et l'on ouvre vers le calorimètre.

La condensation de l'eau à la surface du verre introduit, dans ces expériences, une cause d'erreur importante, surtout lorsque le vide est poussé très loin et que le ballon se trouve à une température voisine de 0°. La condensation est beaucoup moindre dans des verres durs que dans le verre de Thuringe.

On peut du reste éliminer en partie les erreurs qui en résultent, en traitant le verre par l'eau chaude et en évitant ensuite d'en-

lever la pellicule d'eau qu'il contient normalement dans les circonstances des mesures.

Les résultats sont réduits à 0° en admettant la loi de Gay-Lussac et le coefficient de dilatation $\frac{1}{273}$.

La bonne concordance des résultats réduits à 0° montre que ces suppositions sont suffisamment vérifiées.

La moyenne de trois séries faites avec différents ballons donne

$$\delta_0 = 4.8856.10^{-6} \frac{g}{cm^3};$$

d'où l'on déduit, pour le volume spécifique de la vapeur saturée à 0°,

$$v_0 = 0,20468.10^6 \frac{cm^3}{g}.$$

En admettant la loi d'Avogadro et le poids moléculaire 17,96 pour l'eau, on trouve, pour la tension de la vapeur à 0°,

$$p_0 = 4,619^{mm}\,Hg.$$

tandis qu'on a, d'après Regnault, 4,60; d'après Fischer, 4,63.

En introduisant, dans la formule de départ,

$$J = 42,436.10^6 \frac{gcm^2}{sec^2}, \qquad \theta_0 = 273, \qquad r_0 = 596.8, \qquad v_0 = 0.20468.10^6,$$

on trouve

$$\frac{dp}{d\theta} = 0.3398^{mm}\,Hg,$$

tandis que, d'après les expériences de Regnault, calculées par Broch, on aurait 0,330.

La différence des tensions de vapeur de l'eau et de la glace à 0° est, d'après un calcul analogue, égale à $0,0455^{mm}$ Hg; Fischer a trouvé 0,0465.

L'auteur se propose d'étendre ses mesures à des températures différentes de 0°. Ch.-Ed. Guillaume.

K.-R. KOCH. — Ueber das Spectrum der Gase bei tiefen Temperaturen (Sur le spectre des gaz aux basses températures); *Wied. Ann.*, t. XXXVIII, p. 213; 1889.

Le spectre de l'aurore boréale contient une raie jaune verdâtre ($\lambda = 557$) qui ne se trouve pas dans le spectre des gaz à la température ordinaire. L'auteur a entrepris ses recherches dans le but de voir si l'apparition de cette raie n'est pas en relation avec les températures très basses de l'air dans les régions polaires.

Deux tubes identiques, l'un à la température ambiante, l'autre énergiquement refroidi, étaient traversés par les décharges d'une bobine de Ruhmkorff. Les spectres étaient comparés au moyen d'un double spectroscope.

L'air, l'oxygène et l'hydrogène ne montrèrent aucune modification lorsque l'un des tubes était refroidi jusqu'à — 100°. A cette température, les spectres de la vapeur de mercure et de la vapeur d'eau disparaissaient complètement.

L'auteur conclut de ses expériences que la raie observée dans l'aurore polaire est due à une cause inconnue. (Peut-on admettre que l'air rendu lumineux par des décharges électriques émette un spectre correspondant à une température très basse?)

Ch.-Ed. Guillaume.

O. TUMLIRZ. — Ein einfaches Verfahren zur Bestimmung des Widerstandes einer galvanischen Säule (Procédé simple pour déterminer la résistance d'une pile); *Wied. Ann.*, t. XXXVII, p. 527; 1889.

Dans le circuit de la pile à essayer, on place un galvanomètre et une grande résistance. On note la déviation n_1 du galvanomètre. On introduit alors, à côté de la pile, une dérivation de résistance r'. Soit n_2 la déviation du galvanomètre. La résistance r de la pile est alors donnée par la relation *approchée*

$$r = \frac{n_1}{n_2} - r'.$$

La formule est la même dans l'emploi du galvanomètre balistique.

Il est à remarquer que le régime de la pile n'est pas le même dans les deux expériences. Ch.-Ed. Guillaume.

R. COHEN. — **Eine experimentelle Bestimmung des Verhältnisses der specifischen Wärmen in überhitztem Wasserdampf (Détermination expérimentale du rapport des chaleurs spécifiques pour la vapeur d'eau surchauffée)**; *Wied. Ann.*, t. XXXVII, p. 628; 1889.

L'auteur déduit ce rapport de la vitesse du son dans la vapeur surchauffée enfermée dans un tube de verre. Cette vitesse est déterminée par la méthode de Kundt, en employant de la silice pulvérisée pour marquer les ondes fixes; une première mesure ayant été faite avec l'air de densité normale d à la température absolue τ, on a, pour calculer le rapport k' dans la vapeur, en fonction du rapport k dans l'air, la relation

$$k' = k\left(\frac{l'}{l}\right)^2 \frac{\tau}{\tau'} \frac{d'}{d};$$

$\frac{l'}{l}$ est le rapport des longueurs d'onde.

Les expériences ont été faites entre les températures vulgaires 144°,1 et 301°,1. Le rapport de la tension de la vapeur à la tension de la vapeur saturée à la même température variait de 0,7 à 0,07; il était d'autant moindre que la température était plus élevée. En prenant pour d' le nombre théorique 0,6221, pour c la valeur 1,4053, l'auteur trouve

$$k' = 1,289, \qquad \text{d'où} \qquad c_p = 0,497.$$

Si l'on corrige les expériences d'après l'équation caractéristique de Clausius (que l'auteur croit être dans ce cas plus éloignée de la réalité que les lois de Mariotte et de Gay-Lussac), on trouve

$$k' = 1,333.$$

CH.-ED. GUILLAUME.

A. ELSAS. — **Ueber einen selbstthätigen Stromunterbrecher (Sur un coupe-circuit automatique)**; *Wied. Ann.*, t. XXXVII, p. 675; 1889.

Le coupe-circuit ordinaire des bobines de Ruhmkorff s'adapte difficilement à des oscillations lentes. L'auteur remplace le ressort du trembleur par un fil tendu perpendiculairement au plan des mouvements et dont on utilise l'élasticité de torsion. Le trembleur

à contact mercuriel est actionné par un petit électro-aimant. En fixant des contacts de part et d'autre de l'axe de rotation, on peut employer l'interrupteur à charger et à décharger périodiquement un voltamètre pour l'étude de la polarisation.

CH.-ED. GUILLAUME.

TH. DES COUDRES. — Ueber das Verhalten des Lichtäthers bei den Bewegungen der Erde (Sur les mouvements relatifs de la Terre et de l'éther); *Wied. Ann.*, t. XXXVIII, p. 71; 1889.

Une spirale secondaire A se trouve dans le circuit d'un galvanomètre exactement au milieu de l'axe commun de deux spirales parallèles B et C enroulées en sens inverse. Si le système est rigoureusement symétrique et en repos, l'effet total des bobines B et C sur le galvanomètre est nul; mais, si tout l'appareil se déplace par rapport au milieu qui transmet les actions électrodynamiques, l'effet sera le même que si la bobine A se trouvait déplacée de la distance AB = BC multipliée par le rapport $\frac{v}{V}$ des vitesses de déplacement de l'appareil et de transmission de la force. En retournant de 180° le système des trois bobines, on peut se faire une idée du rapport $\frac{v}{V}$ par la différence des effets d'induction.

Les bobines avaient, dans les expériences de l'auteur, $40^{cm},5$ de diamètre et $3^{cm},9$ d'épaisseur. Les bobines B et C avaient 140 tours de fil de 2^{mm}, la bobine A 500 tours de fil de $0^{mm},75$. Les trois bobines étaient solidement fixées ensemble, à 159^{mm} de distance l'une de l'autre, et posées sur une forte planche suspendue par les quatre coins.

Une rotation de tout l'appareil ne modifiait pas sensiblement l'action réciproque des bobines.

L'auteur conclut de ses expériences que la vitesse relative de la Terre et de l'éther est inférieure à $\frac{1}{200}$ de la vitesse de la Terre dans son orbite. En d'autres termes, la Terre entraîne l'éther entièrement, dans les limites des erreurs d'observation.

CH.-ED. GUILLAUME.

O. SCHUMANN. — Ueber eine cyclische Aenderung der electrischen Leitungsfähigkeit (Variations cycliques de la conductibilité électrique); *Wied. Ann.*, t. XXXVIII, p. 256; 1889.

Diverses spirales de nickel enroulées sur un tube de verre sont tour à tour allongées et raccourcies; leur résistance électrique est mesurée lorsqu'elles sont en équilibre, tendues ou comprimées. Les variations de la résistance sont beaucoup plus fortes dans une spirale recuite que dans un fil dur. La résistance augmente quand on tend la spirale ou qu'on la comprime, et diminue lorsqu'on la laisse revenir, en passant par des valeurs supérieures à celles que l'on a trouvées dans la première opération.

Le magnétisme longitudinal ne modifie pas le phénomène.

Ch.-Ed. Guillaume.

G. WEIDMANN. — Messungen mit dem Abbe'schen Dilatometer (Mesures avec le dilatomètre d'Abbe); *Wied. Ann.*, t. XXXVIII, p. 453; 1889.

Le dilatomètre d'Abbe n'est autre que l'appareil Fizeau légèrement modifié. Dans le modèle décrit par M. Weidmann, la double étuve de cuivre a été provisoirement remplacée par un manchon de laiton ouvert dans le haut; l'auteur se propose de perfectionner l'appareil en revenant à une étuve en cuivre épais. La lumière, au lieu d'être fournie par une flamme monochromatique, est donnée par un spectroscope d'une construction particulière, au moyen duquel on peut envoyer diverses radiations sur l'échantillon à étudier. On est ainsi dispensé de compter les franges qui passent dans le champ de la lunette d'observation. Dans l'emploi d'une seule lumière, le nombre entier de franges est du reste déterminé à coup sûr par le graphique des expériences. La position exacte des franges est observée au micromètre. L'auteur montre comment, en employant trois radiations différentes, on peut déterminer l'épaisseur de la lame d'air comprise entre la face supérieure de l'échantillon à étudier et la face inférieure de la lentille qui recouvre le trépied.

Les constantes de l'appareil ont été déterminées au moyen de

la dilatation du quartz, en adoptant les nombres de M. Fizeau; les mesures faites jusqu'ici se rapportent à diverses sortes de verres. Nous donnons, dans le Tableau suivant, la désignation sommaire des verres et les deux coefficients de la formule de dilatation :

Numéro d'ordre du laboratoire d'Iéna.	Composition sommaire.	$10^6\alpha_{(40-10)}$.	$10^9\beta$.
0,53	Silicate crown	8,67	0,09
0,118	Silicate flint	7,31	0,04
458	Borate d'alumine	5,60	0,05
428	Borate de plomb	5,38	0,07
645ᵇ......	Borate de plomb	4,80	
373	Phosphate de manganèse	6,50	
	Verre de Thuringe	9,38	0,06
	Fluorite	19,34	

CH.-ED. GUILLAUME.

E. FLEISCHL von MARXOW. — Ueber die zweckmässigste Herstellung monochromatischen Lichtes (Sur la meilleure manière de produire de la lumière monochromatique); *Wied. Ann.*, t. XXXVIII, p. 675; 1889.

L'auteur recommande d'employer le bromure de sodium au lieu du chlorure. La lumière, dans des circonstances semblables, est environ neuf fois plus intense, et l'on évite le décrépitement parfois très gênant dans l'emploi du chlorure.

CH.-ED. GUILLAUME.

A. WINKELMANN. — Die Bestimmung von Dielectricitätsconstanten mit Hülfe des Telephons (Détermination des constantes diélectriques au moyen du téléphone); *Wied. Ann.*, t. XXXVIII, p. 160; 1889.

L'appareil est un condensateur formé de deux plateaux de cuivre P et P' de 19^{cm} de diamètre, portés chacun par une colonne de bois mobile sur une règle graduée horizontale, et d'un troisième plateau Q de 10^{cm}, maintenu par un support isolant fixe entre P et P'; ce plateau est réuni au pôle d'un appareil d'induction dont l'autre pôle communique avec le sol. Si l'on fait communiquer

P avec le fil d'un téléphone, on peut facilement y constater les mouvements électriques, il suffit même de laisser pendre le fil à une petite distance du plateau pour entendre un son; mais il est préférable de relier le téléphone aux plateaux P et P'. On trouve par tâtonnement une position des plateaux telle que le son passe par un minimum; cette position est d'autant mieux déterminée que P et P' sont plus rapprochés de Q. On intercale ensuite entre P et Q le diélectrique que l'on veut étudier, on déplace P' de manière à ramener le son au minimum, et de ce déplacement on déduit facilement la constante cherchée.

Des expériences préalables faites sur diverses espèces de verre, l'ébonite, la paraffine, la gomme laque, ont donné des résultats suffisamment d'accord avec ceux indiqués par d'autres observateurs pour qu'on puisse en conclure l'exactitude de la méthode ([1]). L'appareil d'induction faisait trois cent quarante interruptions environ par seconde; avec un nombre d'interruptions plus grand, le son n'était pas net dans le téléphone.

Pour les liquides, on emploie une cuve de verre de 21^{cm} de côté, de 7^{mm} d'épaisseur, on établit la position des plateaux quand la cuve est placée entre P et Q, puis on la remplit de liquide et l'on règle de nouveau la position des plateaux. Après une correction nécessitée par la déformation de la cuve résultant de la pression du liquide sur les parois, on trouve comme valeurs moyennes :

Benzine	2,43
Pétrole	2,14
Essence de térébenthine	2,22
Alcool éthylique	27,4

Ces nombres sont voisins de ceux donnés par d'autres physiciens; en particulier, la valeur 27,4 pour l'alcool éthylique diffère peu de celle 26,5 déduite par Cohn et Arons d'une méthode plus précise; la différence s'explique d'autant plus facilement que la sensibilité de la méthode actuelle diminue à mesure que la valeur de la constante augmente.

C. Daguenet.

([1]) Cohn et Arons, *Journal de Physique*, 2e série, t. VII, p. 379.

E. VAN DER VEN. — Das Boyle Mariotte'sche Gesetz fur Drucke unter einer Atmosphäre (La loi de Mariotte pour des pressions inférieures à 1^{atm}); *Wied. Ann.*, t. XXXVIII, p. 302; 1889.

L'auteur, après avoir discuté les causes d'erreur des expériences de Siljeström [1], a repris la même méthode en modifiant le procédé de mesure. Son appareil se compose de deux cylindres de fer A et B réunis par un tube à robinet et pouvant être mis séparément en communication avec une machine pneumatique; B est muni d'un manomètre à air libre; les deux vases sont placés dans de la glace et le manomètre est maintenu à une température constante.

On mesure d'abord la pression initiale P dans les deux récipients, puis on fait le vide en B jusqu'à une pression P'; on établit la communication entre A et B et l'on mesure la pression P''. On fait ensuite rentrer de l'air sec dans l'appareil avant de recommencer une nouvelle expérience; on évite ainsi l'un des inconvénients de la méthode de Siljeström, dans laquelle les résultats d'une expérience étaient obtenus en fonction des résultats des précédentes.

Appelons V et V' les volumes des récipients, y compris les tubes de communication, δ' et δ'' les volumes d'air dans le manomètre lorsqu'on mesure les pressions P' et P'', on a, si la loi de Mariotte est exacte,

$$(V + V' + \delta'')P'' = VP + (V' + \delta')P'.$$

Dans quatre séries d'expériences faites sur des pressions

$$P' = 248^{mm},\quad 62^{mm},\quad 31^{mm},\quad 16^{mm},$$

on trouve pour VP les valeurs

$$1,\quad 0,9873,\quad 0,9811,\quad 0,9740,$$

qui peuvent être données par la formule

$$PV = 0,9473 + 0,22 \log P_1,$$

P_1 étant la pression initiale du gaz.

Il semble donc que, lorsque le volume d'un gaz soumis à des pressions très faibles augmente, son élasticité diminue.

L'équation donne $PV = 0$ pour $P_1 = 10^{-13}$, mais les expériences sont trop peu nombreuses pour qu'on puisse en déduire de pareilles conclusions.

C. DAGUENET.

---

[1] *Journal de Physique*, 1re série, t. IV, p. 60.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, tome XIX; avril 1890.

LESCŒUR. — *Recherches sur la dissociation des hydrates salins des composés analogues*, p. 533.

H. PELLAT. — *De la différence de potentiel entre électrodes et électrolytes, et de la polarisation*, p. 556.

Wiedemann's Annalen.

T. XXXIX, n° 4; 1890.

P. DRUDE. — *Mesure des constantes optiques des métaux*, p. 481.

A. OBERBECK. — *Surface libre des liquides en mouvement; contribution à la théorie des mouvements discontinus des liquides*, p. 555.

E. WIEDEMANN. — *Vision à travers une sphère, d'après les Arabes*, p. 565.

K. WESENDONCK. — *Passage à travers certains gaz des décharges à haute tension provenant d'une pointe*, p. 577.

PH. LENARD. — *Résistance du bismuth placé dans un champ magnétique pour les courants constants et pour les oscillations électriques*, p. 619.

H. CLASSEN. — *Production aisée des étincelles actives dans les expériences de Hertz*, p. 647.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXIX; avril 1890.

H.-E.-J.-G. DU BOIS. — *Sur l'aimantation dans des champs énergiques à diverses températures*, p. 293.

J.-S. HALDANE et M.-S. PEMBREY. — *Méthode perfectionnée pour déterminer l'humidité et l'acide carbonique dans l'air*, p. 306.

J.-R. RYDBERG. — *Sur la structure des lignes spectrales des éléments chimiques*, p. 331.

C. BARUS. — *Changement de l'ordre de la viscosité absolue en passant des fluides aux solides*, p. 337.

T. GRAY et C.-L. MEES. — *Effet d'une élongation permanente sur la section droite de fils étirés non recuits*, p. 355.

J.-J. THOMSON. — *Passage de l'électricité à travers les gaz chauds*, p. 358.

WYNDHAM et R. DUNSTAN. — *Appareil pour distiller le mercure dans le vide*, p. 367.

POSITION DE LA VIBRATION LUMINEUSE DÉTERMINÉE PAR LA DISPERSION DANS LES CRISTAUX BIRÉFRINGENTS (1);

PAR M. E. CARVALLO.

1. *Étudier l'influence de la dispersion de la lumière sur les lois de la double réfraction dans les cristaux,* tel est le but que je me suis proposé.

Démontrer l'hypothèse de Fresnel, contrairement à celle de Mac Cullagh et Neumann, sur la position de la vibration lumineuse d'un rayon polarisé rectilignement, voilà le résultat le plus saillant de mes recherches. Il semblait impossible à atteindre (2) tant qu'on s'est occupé seulement des termes principaux de l'équation du mouvement lumineux. Il s'impose dès qu'on introduit les termes de dispersion, qui sont si loin d'être négligeables.

Observer les faits, poursuivre leurs conséquences en me dégageant des hypothèses particulières à chaque théorie pour m'aider seulement d'idées très générales, communes à toutes et qui s'imposent, c'est la méthode expérimentale que j'ai tenu à suivre. Elle est, je pense, de nature à entraîner la conviction de tous sur cette importante controverse.

2. *Postulatum.* — Pour simplifier le langage et les écritures, je considère *une onde plane polarisée rectilignement, dans un milieu isotrope peu absorbant.* L'élongation n'a qu'une composante u; celle-ci dépend du temps t et d'une seule coordonnée x normale au plan d'onde; enfin les trois équations du mouvement lumineux se réduisent à une seule. Dans ces conditions, le principe généralement admis (au moins comme approximation) est celui-ci :

L'équation du mouvement lumineux est linéaire, à coeffi-

(1) Pour plus de détails, *voir* ma Thèse : *Influence du terme de dispersion de Briot sur les lois de la double réfraction.*

(2) LAMÉ, *Élasticité* (2e édition), p. 329; M. POINCARÉ, *Théorie mathématique de la lumière*, p. 399 et 400.

cients constants relativement à t et x, et cette équation réduite à ses termes principaux devient

$$\frac{d^2u}{dt^2} = \text{A}\frac{d^2u}{dx^2}, \tag{1}$$

qui est l'équation du mouvement dans le vide.

C'est mon postulatum. L'énoncé en est conforme à toutes les théories, même à celle de Helmholtz quand on suppose l'absorption très faible : cela suffit.

Cependant les points principaux de cet énoncé ne constituent pas des hypothèses, mais sont l'expression ou la conséquence des faits : l'équation est linéaire, c'est la conséquence nécessaire des phénomènes d'interférence; dire que les coefficients sont indépendants de t et x, c'est exprimer que le milieu est homogène et dans un état permanent.

L'absence de dispersion dans le vide exige que, dans ce cas, l'équation ne contienne que des dérivées de même ordre; l'existence de deux vitesses égales et de signe contraire ainsi que l'analogie avec les phénomènes acoustiques indiquent la forme (1).

3. *Formule de dispersion; terme de Briot.* — Soient, pour une radiation déterminée, n, λ, l, v, l'indice de réfraction, les longueurs d'onde, dans le vide et dans le milieu, la vitesse de la lumière dans le milieu. On a, pour cette radiation,

$$u = \sin\frac{2\pi}{l}(x - vt), \qquad l = \frac{\lambda}{n}. \tag{2}$$

Je porte cette valeur de u dans l'équation simplifiée (1). Multipliant les deux membres de l'équation obtenue par $\frac{l^2}{4\pi^2}u$, il vient $v^2 = \text{A}$. D'ailleurs, l'indice de réfraction est le rapport des vitesses de la lumière dans le milieu et dans le vide; je suis conduit à diviser les deux membres par V^2, carré de la vitesse de la lumière dans le vide. J'obtiens ainsi, en désignant par a le rapport $\frac{\text{A}}{\text{V}^2}$,

$$\frac{1}{n^2} = a. \tag{3}$$

Cette formule ne comporte pas de dispersion, puisqu'elle donne une valeur de n indépendante de λ.

Maintenant, *j'introduis dans l'équation différentielle* (1) *une dérivée d'ordre pair* $k\,\frac{d^p u}{dx^q\,dt^r}$.

La valeur de u portée dans l'équation (1) donne pour ce terme dans la formule (3), par un calcul analogue au précédent,

$$K(2\pi)^{p-2}V^{r-2}\lambda^{-p+2}n^{q-2},$$

terme en $\lambda^{-p+2}n^{q-2}$ dont le coefficient $k = K(2\pi)^{p-2}V^{r-2}$ ne diffère de K que par le facteur connu $(2\pi)^{p-2}V^{r-2}$.

Il en résulte dans la formule de dispersion un terme en $\lambda^{-p+2}n^{q-2}$.

Je n'introduirai pas dans l'équation (1) de terme d'ordre impair : ces termes sont incompatibles avec la propagation d'une vibration rectiligne inaltérée de période quelconque; ils donnent des phénomènes tels que l'absorption et la polarisation rotatoire, et leur petitesse fait qu'ils n'ont aucune influence sur la dispersion.

La méthode que nous avons suivie permet d'énoncer la réciproque de la proposition précédente, puisque à chaque terme de l'équation différentielle correspond un terme de la formule de dispersion.

Si l'on est certain que la formule de dispersion, prise sous la forme $\frac{1}{n^2} = a + \ldots$, *contient un terme en* $\lambda^{-p+2}n^{q-2}$, *on peut affirmer que l'équation différentielle contient un terme en* $\frac{d^p u}{dx^q\,dt^r}$.

Le coefficient de ce terme pourra même être calculé au moyen du coefficient correspondant de la formule de dispersion.

Quand on cherche expérimentalement quel terme on doit introduire dans la formule de dispersion, on peut bien hésiter sur l'exposant de n, mais non sur celui qu'il faut attribuer à λ dont la variation est beaucoup plus rapide. Un terme en λ^{-2} s'impose, et l'on peut hésiter seulement entre les formes $\lambda^{-2}n^2$, $\lambda^{-2}n$, ..., $\lambda^{-2}n^{-2}$, lesquelles répondent aux dérivées du quatrième ordre $\frac{d^4u}{dx^4}$, $\frac{d^4u}{dx^2\,dt}$, ..., $\frac{d^4u}{dt^4}$. D'autre part, *l'étude des radiations calo-*

rifiques montre [1] *la nécessité d'un terme en* λ^2. Celui-ci répond à une dérivée d'ordre zéro, c'est-à-dire à un terme en u; il n'y a donc pas à hésiter ici : *ce terme est nécessairement de la forme*

$$c\lambda^{-2}n^2 = cl^2.$$

C'est le *terme de Briot* qui a été contesté tant qu'on s'est borné au spectre visible. La nécessité de ce terme a été démontrée pour la première fois par M. Mouton [2] de la façon la plus complète et confirmée par les expériences de M. Langley [3] sur le sel gemme, comme je l'ai montré [1].

4. *Hypothèses de Fresnel et de Mac Cullagh.* — En appliquant la méthode de Cauchy aux nombres de M. Mascart [4] relatifs au spath d'Islande, j'ai obtenu, pour les coefficients de la formule de dispersion, $\frac{1}{n^2} = cl^2 + a + bl^{-2} + dl^{-4}\ldots$, les résultats que voici :

	c.	a.	b.
Rayon extraordinaire...	»	+0,45800	—0,00086
» ordinaire	+0,00346	+0,37138	—0,001037

Portons notre attention sur le coefficient c qui, nous l'avons vu, a par la certitude de sa signification une grande importance théorique. Pour le rayon extraordinaire, sa valeur c_e est tellement petite que les observations de M. Mascart ne permettent pas de la déterminer. Au contraire, pour le rayon ordinaire, ce terme a la valeur notable $c_o = +0{,}00346$.

Étudions les conséquences de cette remarque, en nous rappelant que, dans la détermination des indices principaux, le plan de l'onde passe par l'axe du cristal, le prisme ayant ses arêtes parallèles à l'axe.

Soient [5] Oz l'axe du spath, Ox et Oy deux axes perpendicu-

---

[1] *Journal de Physique*, 2e série, t. VIII; avril 1889. *Voir* aussi au sujet de la nécessité des termes en λ^{-4} et en λ^2 les *fig.* 2 et 3.

[2] *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXXXVIII, p. 967, 1078, 1189; 1879.

[3] *Ann. de Chim. et de Phys.*, 6e série, t. IX; 1886.

[4] *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LVII.

[5] Le lecteur est prié de faire la figure.

laires entre eux et à Oz. Faisons arriver une onde plane parallèle à xOz.

I. *Système de Fresnel.* — Dans ce système, la vibration du rayon extraordinaire est dirigée suivant Oz; celle du rayon ordinaire, suivant Ox. Dès lors, la réaction proportionnelle à l'écart est sensiblement nulle pour une élongation parallèle à Oz, puisque c_e est insensible ; elle a une valeur notable correspondant à c_o pour toute élongation parallèle à Ox, et par suite aussi pour toute élongation située dans le plan xOy. Si l'on fait tourner le plan d'onde autour de Ox, depuis xOz jusqu'à xOy, la vibration ordinaire demeure suivant Ox; la réaction proportionnelle à l'écart ne change donc pas, et, par suite, le coefficient de dispersion relatif au rayon ordinaire conserve la valeur c_o pour toutes les directions d'ondes planes. Au contraire, pour le rayon extraordinaire, la vibration se déplace de Oz à Oy et le coefficient c doit croître de c_e à c_o.

II. *Système de Mac Cullagh.* — Pour l'onde plane xOz, ce système suppose que la vibration du rayon extraordinaire est dirigée suivant Ox, celle du rayon ordinaire suivant Oz. Dès lors, le coefficient c a une valeur notable c_o pour une vibration parallèle à Oz; il a la valeur sensiblement nulle c_e pour une vibration parallèle à Ox et, par suite, pour toute vibration située dans le plan xOy. Si l'on fait tourner le plan d'onde autour de Ox de xOz à xOy, la vibration ordinaire tournera de Oz à Oy; donc pour ce rayon ordinaire c décroîtra de c_o à c_e. Au contraire, la vibration extraordinaire demeurant suivant Ox, le coefficient c conservera pour le rayon extraordinaire la valeur insensible c_e.

En résumé, *si l'hypothèse de Fresnel est vraie, le coefficient* c *relatif au rayon ordinaire aura la valeur constante* c_o, *quelle que soit l'onde plane considérée; il croîtra de* c_e *à* c_o *pour le rayon extraordinaire. Au contraire, dans le système de Mac Cullagh, le coefficient* c *relatif au rayon extraordinaire conservera la valeur insensible* c_e; *pour le rayon ordinaire, il décroîtra de* c_o *à* c_e.

A ces conclusions nettement contradictoires, *l'expérience répond d'une façon aussi nette,* comme on verra plus loin. *Elle donne raison à Fresnel.*

5. Ces considérations géométriques ont le double avantage d'être intuitives et très générales, n'attribuant pas une forme particulière aux équations de la lumière. Il y a plus, si le langage suppose élongation et force, ce n'est là qu'une fiction commode : en réalité, le raisonnement est général et s'applique à toute autre hypothèse sur la nature de la lumière, pourvu qu'on admette le principe du n° 2, relatif à l'équation différentielle du phénomène lumineux.

A défaut de l'expérience célèbre de Fresnel et Arago dans laquelle *deux rayons polarisés et sensiblement parallèles interfèrent si les plans de polarisation sont parallèles et n'interfèrent pas s'ils sont perpendiculaires,* la méthode du n° 3 permettrait d'arriver aux mêmes conséquences, à savoir que :

1° *La vibration lumineuse est transversale ;*

2° *Elle est, ou dans le plan de polarisation, ou perpendiculaire à ce plan.*

Comme on vient de voir, la démonstration du n° 3 va plus loin et lève le doute que laissait cette mémorable expérience : *La vibration est perpendiculaire au plan de polarisation.*

6. Il est bien clair que les énoncés précédents, malgré la rigueur de leurs termes, n'excluent pas l'*à-peu-près*. Il est permis de supposer que la vibration s'écarte légèrement de la position assignée par eux, assez faiblement pour que cet écart n'ait pas d'effet observable. Il y a donc lieu de comparer la théorie de Fresnel qui suppose la vibration rigoureusement transversale avec celles qui s'en rapprochent, comme celles de Cauchy, Briot et Maxwell, MM. Sarrau et Boussinesq, où la vibration sort légèrement du plan d'onde.

Soient

c la réaction de Briot pour un déplacement égal à 1 suivant Oy (*fig.* 1);
c' la réaction de Briot pour un déplacement égal à 1 suivant Oz ;
ON la normale au plan d'onde, située dans le plan yOz ;
θ l'angle que fait cette normale avec l'axe optique Oz ;
OI l'élongation rigoureusement transversale et égale à 1.

Je décompose OI suivant Oy et Oz en deux composantes

$$OK = \cos\theta, \qquad OL = \sin\theta.$$

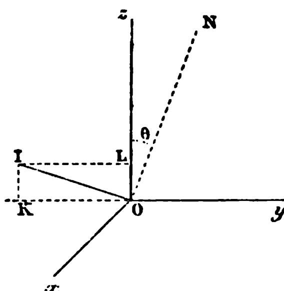
Ces composantes donnent lieu aux forces

$$c\cos\theta \text{ suivant } Oy, \quad c'\sin\theta \text{ suivant } Oz,$$

dont les composantes efficaces, dirigées suivant OI, sont

$$c\cos^2\theta \quad \text{et} \quad c'\sin^2\theta.$$

Fig. 1.



Le terme de dispersion de Briot sera donc, quelles que soient les réactions élastiques de l'éther,

$$(c\cos^2\theta + c'\sin^2\theta)l^2.$$

Si la vibration n'est pas rigoureusement transversale et fait avec le plan de l'onde un angle constant ω, compté positivement quand la vibration se rapproche de l'axe Oz, on trouve de même, pour le terme de Briot,

$$[c\cos^2(\theta + \omega) + c'\sin^2(\theta + \omega)]l^2.$$

Si l'on connaît c, c', θ et la valeur numérique du coefficient de l^2, on peut, jusqu'à un certain point, en déduire ω regardé comme indépendant de λ. Ainsi, sans admettre d'autre idée préconçue que le principe fondamental adopté (n° 2), on peut, par l'étude expérimentale du terme de Briot, non seulement savoir si la vibration est dans le plan de l'onde, mais encore mesurer jusqu'à un certain point l'angle qu'elle fait avec ce plan. Ce dernier résultat est, il est vrai, moins certain, car l'angle ω peut varier un peu quand on passe d'une radiation à une autre, et il convient d'examiner chaque théorie par le calcul. On trouvera cette discussion analytique dans ma thèse.

7. *Vérification expérimentale des théories précédentes.* — Mes observations, je dois le dire, ne permettent pas de résoudre cet important problème de la transversalité rigoureuse des vibrations, laquelle équivaut, comme on sait, à l'incompressibilité de l'éther; mais elles touchent de bien près à la solution, et je ne doute pas que celle-ci ne puisse être atteinte par des moyens supérieurs à ceux dont j'ai pu disposer. Donc je m'abstiendrai de conclure sur ce point pour m'attacher seulement aux hypothèses de Fresnel et de Mac Cullagh et Neumann.

Tout d'abord, il faut assurer la base de l'analyse précédente par une bonne détermination des coefficients de dispersion c relatifs aux deux indices principaux. Les valeurs déduites des nombres de M. Mascart n'ont pas une précision suffisante. Cette base, solidement posée, je rappelle les conclusions à vérifier. Dans l'*hypothèse de Fresnel,* le coefficient du terme de Briot a la valeur constante c_0 pour le rayon ordinaire; ce coefficient augmente de c_e à c_0 pour le rayon extraordinaire quand l'angle de l'onde plane avec l'axe croît de o à $\frac{\pi}{2}$. Dans le *système de Neumann,* c'est l'inverse: constant pour le rayon extraordinaire, il décroît de c_0 à c_e pour le rayon ordinaire.

Les grandes longueurs d'onde influent le plus sur le terme de dispersion de Briot : dans le spectre ultra-violet, ce terme est négligeable; dans le spectre visible il est sensible, pour devenir prépondérant dans le spectre infra-rouge. Les courbes ([1]) montrent ces faits avec évidence. J'ai donc borné à ces deux dernières régions du spectre mes recherches qui, à cet égard, se divisent en deux parties :

1° Observations des raies de Fraunhofer; elles ont été faites au laboratoire de M. Cornu avec le grand goniomètre de MM. Brunner.

2° Observations des radiations calorifiques par la méthode de M. Mouton, exécutées au laboratoire d'enseignement de M. Bouty.

La précision des pointés est dix fois plus forte dans le premier cas que dans le second; de là la nécessité, pour les premières observations, d'une étude minutieuse des erreurs systématiques; cette étude devient à peu près inutile dans le second cas. On la

---

([1]) *Voir* la *fig.* 2

trouvera développée dans ma thèse. Je donnerai seulement ici les résultats.

8. *Formules de dispersion pour les indices principaux du spath.* — Avec mes nombres, pour la partie calorifique du spectre ($\lambda = 2^{\mu},15$ à $1^{\mu},08$) et pour la partie visible (A à H); puis avec ceux de M. Cornu ([1]) et de M. Sarazin ([2]) pour la partie ultra-violette, j'ai calculé les coefficients de la formule

$$\frac{1}{n^2} = cl^2 + a + bl^{-2} + dl^{-4}.$$

J'ai obtenu

	c.	a.	b.	d.
Rayon ordinaire......	+0,00470	+0,457780	−0,001011	−0,00000050
Rayon extraordinaire.	+0,00098	+0,457780	−0,000840	−0,00000084

Le Tableau I offre la comparaison de n observé et n calculé. La partie ultra-violette étant très encombrante et de peu d'intérêt dans notre démonstration, j'en donne seulement trois radiations.

I. — *Dispersion des indices principaux du spath.*

		Rayon ordinaire.			Rayon extraordinaire.		
	λ.	n obs.	n calc.	Différ. O. — C.	n obs.	n calc.	Différ. O. — C.
	μ 2,15	»	»	»	1,4753.	1,4753.	0.
	1,98	1,6279.	1,6279.	0.	»	»	»
	1,77	»	»	»	1,4766.	1,4767.	— 1
	1,54	1,6350.	1,6350.	0.	»	»	»
	1,45	1,6361.	1,6363.	—2.	1,4779.	1,4779.	0.
	1,22	1,6403.	1,6399.	+4.	»	»	»
	1,08	1,6424.	1,6423.	+1.	1,4799.	1,4797.	+2.
A	0,76040	1,65006	1,65003	+ 3	1,48275	1,48277	— 2
B.....	0,68674	1,65293	1,65293	0	1,48406	1,48405	+ 1
D.....	0,58920	1,65840	1,65837	+ 3	1,48653	1,48650	+ 3
F.....	0,48607	1,66786	1,66783	+ 3	1,49091	1,49087	+ 4
G'....	0,43256	1,67581	1,67578	+ 3	1,49454	1,49451	+ 3
H ...	0,39672	1,68321	1,68318	+ 3	1,49788	1,49788	0
9....	0,36090	1,69325	1,69325	0	1,50228	1,50240	—12
17....	0,27467	1,74151	1,74139	+12	1,52276	1,52283	— 7
26....	0,21441	1,84580	1,84598	—18	1,55993	1,55997	— 4

[1]) *Spectre normal du Soleil* (*Annales de l'École Normale*, 2e série, t. X).

[2]) *Journal de Physique*, 2e série, t. II, 1883.

9. *Vérification relative au rayon ordinaire.* — J'ai observé à travers les trois angles d'un prisme équilatéral ABC taillé de façon que l'axe cristallographique soit, dans le plan de la section droite, la bissectrice de l'angle A. De cette façon, le rayon lumineux était perpendiculaire à l'axe pour l'angle A, puis occupait, dans les angles B et C, deux positions symétriques faisant avec l'axe des angles de 30°. Le Tableau II contient les résultats trouvés :

II. — *Constance de l'indice du rayon ordinaire.*

	$1^{\mu},54$.	A.	B.	D.	F.	G'.	H.
A......	1,6350	1,650054	1,65292	1,658398	1,66788	1,67582	1,683205
B......	1,6350	061	92	398	87	79	228
C......	»	057	96	390	83	83	209
Moy..	1,6350	1,650057	1,652933	1,658395	1,667860	1,675813	1,683214

On le voit, les écarts entre les trois valeurs de chaque indice sont certainement dus aux erreurs d'observation. Dans le spectre visible, la valeur de l'indice trouvée par l'angle A coïncide à une unité près de l'ordre du cinquième chiffre décimal, soit avec la moyenne des valeurs trouvées par les angles B et C, soit avec l'une de ces valeurs. La conclusion est donc incontestable :

A l'approximation des expériences, l'indice ordinaire est indépendant de l'azimut du rayon lumineux dans toute l'étendue du spectre calorifique et du spectre visible.

Il en résulte que les coefficients de la formule de dispersion sont constants ; en particulier, le coefficient c du terme de Briot a la valeur constante c_0 pour le rayon ordinaire. Les expériences de Swan (¹), très précises, mais relatives seulement à la raie D, sont d'accord avec ce résultat. Il en est de même d'une série d'expériences que j'ai faites à Rennes, au laboratoire de M. Gripon, et dans lesquelles j'ai observé aussi à 60° et à 0° de l'axe. Malheureusement, je ne connaissais pas alors les beaux travaux de M. Cornu et mes nombres sont entachés d'erreurs systématiques dues à la courbure des faces qui était considérable. Ils ne méritent pas la publicité, mais ils suffisent pour la démonstration actuelle.

(¹) *Edimb. Trans.*, t. XVI, p. 375.

10. *Vérification relative au rayon extraordinaire.* — L'observation de ce rayon à travers les angles B et C du même prisme conduit, pour la formule de dispersion, aux valeurs

$c = +0,0037$, $a = +0,392734$, $b = -0,000985$, $d = -0,0000006$.

Le Tableau III donne les valeurs de n observées et calculées :

III. — *Rayon extraordinaire à* 30° *de l'axe.*

	n observé.		
	Angle B.	Angle C.	n calculé.
μ 1,98.....	1,5854	»	1,5855
1,44.......	1,5908	»	1,5909
A.........	1,60300	1,60299	1,60298
B.........	1,60533	1,60537	1,60537
D.........	1,60990	1,60990	1,60990
F.........	1,61776	1,61781	1,61778
G'.......	1,62433	1,62440	1,62438
H	1,63049	1,63051	1,63051

La concordance entre ces nombres est, on le voit, très bonne. Rappelons d'ailleurs que les deux rayons réfractés coïncident quand le rayon lumineux est dirigé suivant l'axe optique du cristal. D'après cela et d'après les résultats précédents, *si le rayon extraordinaire fait avec l'axe successivement les angles* 0°, 30° *et* 90°, *le coefficient c du terme de Briot prend les valeurs :*

A 0°.............	$c_o = +0,00470$	(n° 8)
A 30°.............	$c_{30} = +0,00370$	(n° 10)
A 90°.............	$c_e = +0,00098$	(n° 8)

11. *Résumé; discussion numérique et graphique.* — En résumé, *le coefficient c a la valeur constante c_o pour le rayon ordinaire. Pour le rayon extraordinaire, il croît de c_e à c_o, quand l'angle de l'onde plane avec l'axe croît de* 0° *à* 90°.

Ces conclusions sont conformes à l'hypothèse de Fresnel et contraires à celle de Mac Cullagh et Neumann. Quelle est donc leur certitude? C'est ce que nous allons examiner. Voici les valeurs de cl^2 qui résulteraient, pour le rayon ordinaire, dans l'hypothèse de Neumann, des valeurs du coefficient c, quand l'angle du rayon lumineux avec l'axe est 90°, 30° et 0° :

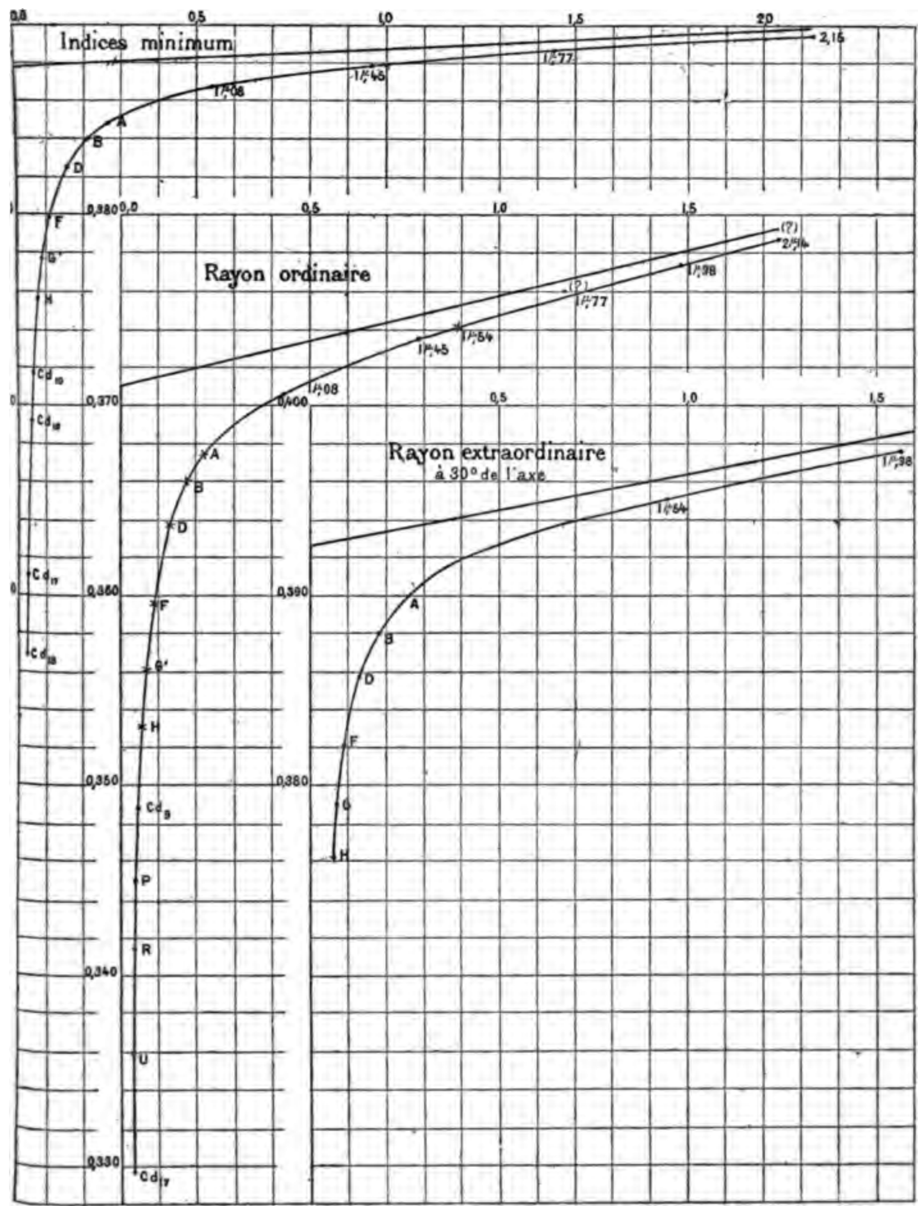
λ	À 90°. $c_e l^2$.	À 30°. $c_{30} l^2$.	À 0°. $c_o l^2$.
1,98	− 0,00693	− 0,00550	− 0,00145
1,54	417	328	87
A.........	160	78	21
D...... . .	70	47	12
H.........	26	20	5

Il en résulterait une variation énorme de l'indice, environ double de la variation de $\frac{1}{n^2}$. Cette variation affecterait donc le deuxième chiffre décimal pour la raie 1$^{\mu}$,98, le troisième pour la raie A. Mes expériences répondent catégoriquement qu'il n'en est pas ainsi, mais que l'indice du rayon ordinaire est constant, conformément à l'hypothèse de Fresnel.

La preuve fournie par le rayon extraordinaire n'est pas moins catégorique. Dans l'hypothèse de Neumann, le coefficient c devrait conserver la valeur c_e; dans celle de Fresnel, il doit prendre successivement les valeurs c_e, c_{30}, c_o quand l'angle que le rayon fait avec l'axe prend les valeurs 90°, 30°, 0°. Il en résulte dans les deux hypothèses des valeurs de cl^2 dont les différences sont du même ordre que pour le rayon ordinaire. Ici encore, l'expérience donne raison à Fresnel d'une façon absolue.

La discussion numérique, que je n'ai pas voulu négliger, parce qu'elle présente toujours l'intérêt de la précision, n'est même pas nécessaire à la démonstration. Les tracés graphiques (*fig.* 2) suffisent en raison de la netteté des faits. La valeur de c est en effet le coefficient angulaire de l'asymptote non verticale de la courbe $\frac{1}{n^2} = f(l^2)$. A l'échelle du dessin, les erreurs d'observation sont inappréciables. La courbe de l'indice ordinaire est toujours la courbe du milieu (rayon ordinaire), pour toutes les positions du rayon lumineux. Pour le rayon extraordinaire, on obtient successivement cette courbe du milieu, la courbe inférieure et la courbe supérieure, quand l'angle du rayon lumineux avec l'axe est successivement 0°, 30°, 90°. Ces courbes montrent avec évidence notre conclusion : *le coefficient angulaire c a la valeur constante c_o pour le rayon ordinaire; il décroît de c_o à c_e pour le rayon extraordinaire.*

Fig. 2.


Indices minimum
Rayon ordinaire
Rayon extraordinaire
à 30° de l'axe

SUR LE HALO DES LAMES ÉPAISSES, OU HALO PHOTOGRAPHIQUE, ET LES MOYENS DE LE FAIRE DISPARAITRE;

PAR M. A. CORNU.

Lorsqu'on prend l'image photographique d'un point lumineux très brillant sur une couche impressionnable fixée à une lame de verre, on obtient généralement autour de cette image une couronne plus ou moins intense, rappelant l'aspect du phénomène météorologique connu sous le nom de *halo* : aussi appelle-t-on cette image secondaire le *halo photographique*.

Ce phénomène produit sur les épreuves artistiques l'effet le plus fâcheux ; car il apparaît non seulement autour de l'image des points exceptionnellement brillants, mais encore autour de toutes les plages fortement éclairées : aussi a-t-on cherché depuis longtemps à faire disparaître un phénomène si gênant. Il semble toutefois que les remèdes proposés jusqu'ici ne soient pas très efficaces, car il n'est guère de recueil photographique qui ne donne chaque année plusieurs recettes nouvelles destinées à combattre le halo.

Le rôle, chaque jour plus important, que joue la photographie dans les sciences d'observation, et particulièrement en astronomie physique, m'a paru exiger l'examen détaillé de ce phénomène qui ne tend rien moins qu'à fausser par des effets secondaires des images qui passent pour être l'expression la plus fidèle de la réalité : je me suis donc proposé d'étudier les conditions dans lesquelles il se produit, afin de trouver un moyen certain de l'éviter.

Observation directe du halo. — Mon premier soin a été de chercher à rendre le phénomène directement visible à l'œil, sans compliquer l'observation d'une manipulation photographique : il suffit pour cela de déposer à la surface d'une lame de verre une couche mince d'une substance *diffusante* quelconque en *contact intime* avec cette surface, et d'y projeter un faisceau lumineux étroit et intense. On aperçoit alors autour de la trace du faisceau le halo en question sous forme d'un cercle lumineux net au bord intérieur, dégradé vers l'extérieur.

Quant à la couche diffusante, on l'obtient par les procédés les plus divers : on peut d'abord utiliser les plaques photographiques

soit à la gélatine, soit au collodion sec, qui peuvent servir longtemps à la lumière sans noircir; si l'on veut une couche inaltérable, on peut prendre un verre émaillé : à défaut de ce verre, on étendra sur une vitre soit une émulsion gélatineuse au sulfate de baryte, soit une feuille de papier mouillé; enfin on obtient un enduit excellent, applicable sur toute lame transparente, en étendant au pinceau du blanc de plomb (blanc d'aquarelle ou de gouache) délayé dans l'eau gommée épaisse.

Voici les principaux résultats qu'on observe :

1° La formation du halo est indépendante du dispositif optique avec lequel on éclaire la couche diffusante : lentille simple, objectif composé, miroir concave, carton percé d'un trou, etc., tous ces dispositifs réussissent également bien, pourvu que le point lumineux formé soit très intense.

2° La forme circulaire et le diamètre du halo sont, avec une lame diffusante donnée, indépendants de l'obliquité de la lame relativement à l'axe du faisceau éclairant; l'enduit diffusant peut être indifféremment tourné vers la source ou du côté opposé : le phénomène s'observe à la fois sur l'une et l'autre face de l'enduit.

3° Le diamètre du halo est proportionnel à l'épaisseur de la lame de verre : il est un peu moindre que le quadruple de l'épaisseur de cette lame. [L'épaisseur du support transparent [1] de la couche diffusante jouant un rôle principal et indépendant de l'impression photographique, je propose de donner à ce phénomène le nom de *halo des lames épaisses*.]

4° Contrairement à ce qu'on observe dans le halo solaire, où le bord intérieur est rouge, le halo des lames épaisses est bordé intérieurement de bleu : l'observation exige, pour être bien nette, une lame de grande épaisseur (10^{mm} à 20^{mm}) et un point lumineux très petit.

5° Le faisceau lumineux restant le même, l'éclat des halos ob-

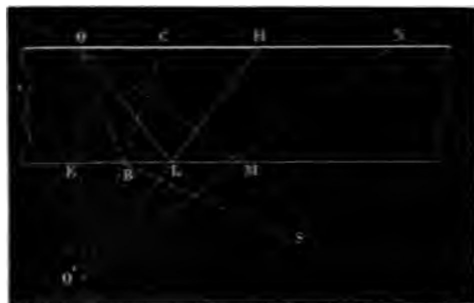
---

[1] Le support transparent peut être autre que le verre, comme on le verra plus loin : ainsi l'on emploie maintenant des *plaques souples*, où l'émulsion photographique est déposée sur gélatine; ces plaques, quoique très minces, donnent aussi des halos difficilement perceptibles sur le cliché à cause de leur faible diamètre, mais qu'on observe directement avec facilité; leur diamètre correspond exactement à leur *épaisseur optique*.

servés avec des lames d'épaisseur différentes décroît rapidement lorsque leur diamètre grandit : les halos étroits des lames peu épaisses (1mm) sont très brillants : ceux des lames de grande épaisseur sont larges et pâles, toutes choses égales d'ailleurs.

Explication du phénomène. — Le point illuminé O (*fig.* 1)

Fig. 1.



de la couche diffusante OCHN, en contact intime avec le verre, joue le rôle d'une véritable source lumineuse rayonnant dans tous les sens ; tous les rayons émis à l'intérieur de la lame en atteignent la seconde surface EBLM et s'y réfléchissent : les uns, tels que OB, par *réflexion vitreuse ;* les autres, tels que OM, par *réflexion totale.* Les premiers OB, compris entre la normale OE et l'angle limite EOL, donnent naissance à des rayons réfléchis peu intenses BC, parce qu'ils correspondent à des rayons émergents BS qui emportent la majeure partie de l'intensité lumineuse ; les autres, au contraire, comme OM, situés au delà de l'angle limite, fournissent des rayons réfléchis très brillants, la réflexion totale ne leur faisant rien perdre de leur intensité (1).

Tous ces rayons réfléchis viennent éclairer la face interne de la couche diffusante et y produisent deux plages contiguës, d'inégal éclat, dont il est facile de tracer la limite. En effet, ces rayons

(1) On voit la nécessité du contact intime de la couche diffusante avec la surface du verre, dont elle doit, en quelque sorte, faire partie optiquement ; si les particules diffusantes étaient séparées de cette surface par une couche d'air, si mince qu'elle fût, les rayons transmis à l'intérieur du verre resteraient compris dans l'angle limite EOL et ne pourraient pas le dépasser

émanent tous du point O′, image virtuelle de la source, symétrique du point O par rapport à la surface de la lame : les rayons réfléchis vitreusement sont compris dans le cône de révolution autour de la normale O′E, ayant pour sommet O′ et pour demi-angle au sommet l'angle limite EO′L = EOL : ils donnent une plage peu éclairée, limitée au cercle, section droite de ce cône par le plan diffusant. Les rayons réfléchis, totalement situés à l'extérieur de ce cône, formeront une plage brillante commençant brusquement au même cercle et illimitée à l'extérieur. On reconnaît le halo décrit ci-dessus.

La diffusion au point O ayant lieu quelle que soit la direction du faisceau éclairant, on voit que le phénomène doit être, comme forme, sinon comme intensité, indépendant de l'obliquité de la lame sur le faisceau incident : c'est ce que montre l'expérience.

Le demi-diamètre ρ = OH du halo est celui du cercle de base du cône précité. Soit R = OO′L l'angle limite (tel que $n \sin R = 1$, n étant l'indice de réfraction de l'air au verre), on a évidemment, en appelant e l'épaisseur de la lame,

$$\rho = 2e \tang R \qquad \text{ou} \qquad \rho = \frac{2e}{\sqrt{n^2 - 1}}.$$

Le diamètre du halo est donc proportionnel à l'épaisseur de la lame : il diminue avec la réfrangibilité de la lumière employée, puisque n grandit avec elle : le bord intérieur doit donc être bleu. L'indice moyen du verre étant voisin de $n = \frac{3}{2}$, on en tire

$$2\rho = 8e : \sqrt{5} = 3,578e;$$

le diamètre moyen du halo est donc un peu moindre que le quadruple de l'épaisseur de la lame : tous ces résultats sont conformes à l'expérience.

La dégradation de l'intensité lumineuse du halo vers l'extérieur s'explique aisément : l'éclairement en un point N, de plus en plus éloigné du centre O, décroît rapidement pour deux motifs : la source virtuelle O′ est à une distance de plus en plus grande, et les rayons qui en arrivent sont de plus en plus obliques sur le plan diffusant ON.

D'autre part, on établit aisément la loi qui lie l'intensité des halos avec leur diamètre : considérons deux lames de même verre,

d'épaisseur différente, éclairées par des faisceaux identiques; appelons *points homologues* N, N_1 les points correspondant à des rayons réfléchis, également inclinés sur la normale EO', $E_1O'_1$: ces points seront à des distances $O'N$, O'_1N_1 de leurs sources respectives, proportionnelles à l'épaisseur de la lame; les intensités aux points homologues seront donc en raison inverse du carré de ces épaisseurs ou du carré du diamètre des halos : telle est la cause de l'affaiblissement rapide de l'éclat des halos avec l'accroissement de leur diamètre.

Expériences directes de vérification. — *a*. L'analyse précédente fait prévoir :

1° Que le demi-diamètre EL de la base du cône des rayons susceptibles d'émerger est moitié de celui du halo;

2° Qu'avec la lumière blanche, la bordure de ce cercle doit être complémentaire de celle du halo, c'est-à-dire offrir une teinte rouge.

C'est ce qu'on vérifie en saupoudrant d'une poussière légère la seconde face de la lame qui s'illumine alors sur une surface présentant la forme circulaire, le bord rouge et le diamètre prévus.

b. Le halo est la section droite du cône de l'angle limite : cette section est circulaire, parce que l'axe de révolution OO', normal au plan réfléchissant, est aussi normal au plan diffusant, les deux faces de la lame étant parallèles; mais, si les deux faces sont inclinées l'une sur l'autre, l'axe du cône de révolution, toujours normal au plan réfléchissant, s'incline du même angle : le halo devient alors une section oblique de ce cône : de *cercle concentrique* qu'il était dans le premier cas, il devient *ellipse excentrique*.

C'est ce qu'on observe avec un prisme de verre de 12° à 15° d'angle au sommet, dont une face est rendue diffusante. L'expérience est plus instructive en collant ce prisme avec une goutte d'eau [1] derrière une lame parallèle dont la face extérieure est diffusante. On observe alors :

---

[1] Si le milieu extérieur, au lieu d'être l'air, dont l'indice est 1, est un fluide d'indice n', l'indice relatif devient $n : n'$ et le demi-diamètre du halo a pour valeur

$$\rho = \frac{2en'}{\sqrt{n^2 - n'^2}}.$$

On en conclut que le diamètre du halo grandit à mesure que l'indice extérieur n' croît de 1 à n : lorsque l'égalité est atteinte, le halo devient infiniment grand, par suite pâle, et disparaît. La valeur imaginaire pour $n' > n$ correspond à l'impossibilité de la réflexion totale.

1° Un halo circulaire concentrique produit par réflexion totale (verre sur eau) sur la face mouillée de la lame;

2° Le halo elliptique excentrique dû à la réflexion totale (verre sur air) sur la face extérieure du prisme;

3° Un arc d'un second halo elliptique excentrique provenant de réflexions multiples faciles à analyser.

Le phénomène se réduit au premier halo elliptique, si l'on remplace l'eau par un mélange d'essences (térébenthine, girofle, cannelle) ayant le même indice que la lame et le prisme.

c. La vérification simultanée du diamètre et de l'intensité correspondante des halos avec l'épaisseur de la lame s'obtient en collant avec une essence convenable derrière la lame diffusante un fragment de la même lame. Si l'on dirige le faisceau sur la ligne de séparation des régions d'épaisseur différente, on obtient deux demi-halos, situés de part et d'autre de cette ligne : le plus petit étant le plus brillant, le plus grand, le plus pâle. Le mica et le gypse, par leur facile clivage, ainsi que des feuilles de gélatine, permettent d'autres formes de la même vérification.

d. On peut varier à l'infini les vérifications indirectes : je me bornerai à citer deux séries d'expériences curieuses : l'une qui consiste à graver sur la face non diffusante d'une lame de verre des divisions ou des dessins qui portent une ombre de dimensions doubles sur la plage illuminée de l'extérieur du halo; l'autre qui consiste à coller avec un liquide approprié derrière une lame diffusante une lame de spath d'Islande ou d'azotate de soude : la réflexion totale donne un double halo assez complexe correspondant aux rayons doublement réfractés; on y reconnait des arcs de cercle et d'ellipse discontinus qui se réduisent à deux cercles concentriques, si le cristal est taillé perpendiculairement à l'axe.

La justesse de l'explication proposée est donc surabondamment démontrée; on peut d'ailleurs conserver l'image exacte de tous les phénomènes ci-dessus décrits et effectuer à loisir les vérifications quantitatives, en opérant avec des plaques photographiques au lieu de lames simplement diffusantes : j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie une collection de ces clichés.

Moyens d'atténuer et de faire disparaître le halo photographique. — Dans un grand nombre de cas, on atténuerait le halo d'une manière satisfaisante en employant comme support de la couche impressionnable des lames suffisamment épaisses. Mais le véritable remède ressort de l'étude précédente : il consiste à empêcher le retour à la surface sensible des rayons provenant non seulement de la réflexion totale, mais même de la réflexion vitreuse. Le moyen le plus simple d'y parvenir est, d'abord, d'annuler le pouvoir réfléchissant de la seconde surface par le contact

intime d'une substance de même indice; en second lieu, d'éteindre les rayons transmis à cette substance, en lui donnant un pouvoir absorbant suffisant pour empêcher que la réflexion ne se produise à la face d'émergence. On est donc conduit à enduire le revers des plaques photographiques d'un vernis opaque convenable, moyen déjà préconisé plusieurs fois. Comment se fait-il que cet artifice ait été considéré jusqu'ici comme insuffisant? C'est qu'on n'a pas signalé la condition essentielle qui en assure l'efficacité, à savoir l'*égalité des indices* de réfraction : toute différence notable d'indice, par excès aussi bien que par défaut, maintient la réflexion appelée ci-dessus *vitreuse,* quelle que soit l'opacité de l'enduit : c'est cette réflexion qui produit, sinon les halos circulaires, du moins ces nébulosités si gênantes autour des objets vivement éclairés.

Comme preuve de l'efficacité de cette condition, j'ai mis sous les yeux de l'Académie des clichés offrant sur la même plaque deux images du même point brillant obtenues successivement avec la même durée d'exposition. Celle du haut offre un halo extrêmement intense, celle du bas en est absolument dépourvue : pour obtenir ce résultat, chacune de ces plaques (gélatine ou collodion) avait été enduite par derrière, sur sa moitié inférieure, d'une pâte formée de noir de fumée et d'un mélange d'essences [1] ayant exactement le même indice que le verre. Cet enduit a suffi pour

---

[1] Ce mélange d'essence de girofle ($n = 1,520$), d'essence de térébenthine ($n = 1,480$), ou suivant les cas, d'essence de cannelle ($n = 1,610$) est très commode pour les opérations de laboratoire; il a l'avantage de ne pas sécher rapidement: on étend la pâte avec un pinceau sur le revers de la plaque, au moment de l'employer, et on l'essuie avant le développement.

Pour obtenir un mélange ayant l'indice d'un verre donné, on détache au diamant une bande de ce verre qu'on adoucit au besoin sur les tranches, de manière à obtenir une baguette à quatre arêtes réfringentes : on plonge cette baguette dans le mélange contenu dans une cuve à faces parallèles, et l'on observe le sens de la déviation d'une ligne brillante à travers un angle réfringent; si l'on part du liquide ayant l'indice plus faible que celui du verre et qu'on ajoute progressivement le liquide ou la substance plus réfringente, on diminue, puis finalement on annule cette déviation : l'égalité d'indice est alors atteinte. L'emploi d'une lumière monochromatique et l'utilisation simultanée de deux angles réfringents opposés facilite beaucoup le réglage.

Je me propose de faire connaître ultérieurement un vernis ayant, *après dessiccation*, le même indice que le verre à vitre ordinairement employé; on pourra ainsi préparer à l'avance l'enduit noir *sec* des plaques photographiques destinées à servir loin du laboratoire obscur.

empêcher toute trace de halo. L'expérience sous cette forme est tout à fait décisive : elle permet de conclure que le problème de l'annulation du halo photographique est définitivement résolu.

POUVOIR ROTATOIRE ET DOUBLE RÉFRACTION;

PAR M. MONNORY.

La théorie des effets simultanés du pouvoir rotatoire et de la double réfraction a été établie par M. Gouy ([1]).

Je me propose d'appliquer cette théorie à l'étude de la transformation d'une vibration rectiligne traversant normalement une lame biréfringente douée de pouvoir rotatoire. Le cas le plus simple, le seul que j'examinerai, est celui où la vibration incidente est parallèle ou perpendiculaire à la section principale de la lame. La vibration émergente est en général elliptique ; elle sera définie par l'angle α de son grand axe avec la direction de la vibration incidente et par le rapport K de ses deux axes.

Cette question a déjà été étudiée par M. Wiener ([2]) qui a obtenu par des considérations géométriques l'expression de $\tang 2\alpha$. On peut, en employant la méthode analytique habituelle, établir cette expression, ainsi que celle du rapport des axes et faire la discussion complète.

Soit une vibration incidente parallèle à la section principale de la lame, et rapportée à deux axes coordonnés rectangulaires, l'axe des x étant parallèle à la section principale. Cette vibration a pour équation, en supposant, pour simplifier, son amplitude égale à l'unité,

$$x = \sin 2\pi \frac{t}{\theta}.$$

On peut la décomposer en deux vibrations privilégiées ayant

([1]) GOUY, *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 149 et suiv. ; 1885.

([2]) WIENER, *Wiedemann's Annalen*, 1888, et *Journal de Physique*, 1889.

pour équations (¹)

$$
\text{(I)}\quad \left\{
\begin{aligned}
x &= \frac{1}{1+k^2}\sin 2\pi\frac{t}{\theta},\\
y &= \frac{k}{1+k^2}\cos 2\pi\frac{t}{\theta};
\end{aligned}
\right.
$$

$$
\text{(II)}\quad \left\{
\begin{aligned}
x &= \frac{k^2}{1+k^2}\sin 2\pi\frac{t}{\theta},\\
y &= -\frac{k}{1+k^2}\cos 2\pi\frac{t}{\theta},
\end{aligned}
\right.
$$

la quantité k étant assujettie, dans tous les cas possibles, à être plus petite que l'unité en valeur absolue.

Ces deux vibrations se propagent sans altération, mais avec des vitesses différentes, et prennent par leur passage à travers la lame une différence de marche δ, comptée en vibrations ou en ondes. En reportant, pour simplifier, l'origine des temps au moment où la vibration (II) arrive sur la face postérieure de la lame, on a pour équations des vibrations privilégiées émergentes

$$
\text{(I')}\quad \left\{
\begin{aligned}
x_1 &= \frac{1}{1+k^2}\sin 2\pi\left(\frac{t}{\theta}+\delta\right),\\
y_1 &= \frac{k}{1+k^2}\cos 2\pi\left(\frac{t}{\theta}+\delta\right),
\end{aligned}
\right.
$$

$$
\text{(II')}\quad \left\{
\begin{aligned}
x_2 &= \frac{k^2}{1+k^2}\sin 2\pi\frac{t}{\theta},\\
y_2 &= -\frac{k}{1+k^2}\cos 2\pi\frac{t}{\theta}.
\end{aligned}
\right.
$$

Elles se recomposent en une vibration elliptique dont les coordonnées X, Y satisfont aux relations

$$
\text{(III)}\quad \left\{
\begin{aligned}
X &= x_1 + x_2,\\
Y &= y_1 + y_2.
\end{aligned}
\right.
$$

En éliminant x_1, x_2, y_1, y_2 et $\frac{t}{\theta}$ entre les six dernières équations, on trouve pour équation de la vibration émergente

$$
(1)\quad \left\{
\begin{aligned}
&[k(1-\cos 2\pi\delta)X - \sin 2\pi\delta\, Y]^2\\
&+[(k^2+\cos 2\pi\delta)Y + k\sin 2\pi\delta\, X]^2 = \left[\frac{k(1+k^2)(1-\cos 2\pi\delta)}{1+k^2}\right]^2.
\end{aligned}
\right.
$$

(¹) GOUY, *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. IV, p. 157.

C'est une ellipse de la forme

$$aX^2 + bXY + cY^2 = d.$$

L'angle α d'un des axes de l'ellipse avec l'axe des x et le rapport K des axes de l'ellipse ont pour expressions

$$\operatorname{tang} 2\alpha = \frac{b}{a - c},$$

$$K^2 = \frac{a + c - \sqrt{(a - c)^2 + b^2}}{a + c + \sqrt{(a - c)^2 + b^2}}$$

et, en remplaçant a, b et c par leurs valeurs en fonction de k et de δ,

$$(2) \qquad \operatorname{tang} 2\alpha = -\frac{\frac{2k}{1 - k^2}\,\frac{1 + k^2}{1 - k^2}\sin 2\pi\delta}{1 + \left(\frac{2k}{1 - k^2}\right)^2 \cos 2\pi\delta},$$

$$(3) \quad K^2 = \frac{1 - \sqrt{\left(\frac{1 - k^2}{1 + k^2}\right)^4 + \left(\frac{2k}{1 + k^2}\right)^2 \left[1 + \left(\frac{1 - k^2}{1 + k^2}\right)^2 (2 - \cos 3\pi\delta)\cos 2\pi\delta\right]}}{1 + \sqrt{\left(\frac{1 - k^2}{1 + k^2}\right)^4 + \left(\frac{2k}{1 + k^2}\right)^2 \left[1 + \left(\frac{1 - k^2}{1 + k^2}\right)^2 (2 - \cos 2\pi\delta)\cos 2\pi\delta\right]}}.$$

Soit φ la différence de marche, comptée en vibrations, que produirait la double réfraction seule entre deux vibrations rectilignes respectivement parallèles à chacun des axes de coordonnées, et soit ω l'angle dont le pouvoir rotatoire seul ferait tourner le plan de polarisation d'une vibration rectiligne, on peut examiner quatre cas suivant les signes de ω et de φ. Dans chacun des cas, on déterminera facilement le sens de la giration de chaque vibration privilégiée. Il suffira de remarquer ([1]) que la vibration privilégiée, dont le grand axe est parallèle à celui qui prendrait l'avance en vertu de la double réfraction seule, a une giration de même sens que le pouvoir rotatoire du milieu. C'est aussi cette vibration qui se propage le plus vite. Supposons, par exemple, ω négatif, c'est-à-dire le pouvoir rotatoire dextrorsum et φ positif, c'est-à-dire l'axe des x prenant l'avance en vertu de la double réfraction seule, les vibrations (I) et (II) seront représentées par la *fig.* 1 ci-contre. Les quantités k et δ seront toutes deux positives. D'ailleurs δ aura

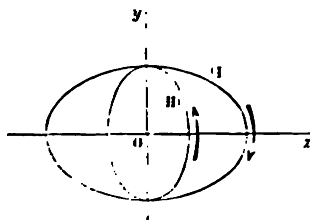
([1]) Gouy, *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. IV, p. 158, renvoi.

toujours le signe de φ. En faisant un raisonnement analogue pour *tous* les cas, on peut dresser relativement aux signes de δ et de k le Tableau suivant :

$$\omega < 0 \begin{cases} \varphi > 0 & \begin{cases} \delta > 0. \\ k > 0. \end{cases} \\ \varphi < 0 & \begin{cases} \delta < 0. \\ k < 0. \end{cases} \end{cases}$$

$$\omega > 0 \begin{cases} \varphi > 0 & \begin{cases} \delta > 0. \\ k < 0. \end{cases} \\ \varphi < 0 & \begin{cases} \delta < 0. \\ k > 0. \end{cases} \end{cases}$$

Fig. 1



Les quantités δ et k ont pour expressions, l'épaisseur de la lame étant prise pour unité [1],

$$k = \pm \frac{\pi\varphi}{\omega} \pm \sqrt{1 + \frac{\pi^2\varphi^2}{\omega^2}},$$

$$\delta = -\frac{\omega}{2\pi}\,\frac{1+k^2}{k} = \pm\sqrt{\varphi^2 + \frac{\omega^2}{\pi^2}}.$$

On en tire, en se reportant pour les signes au Tableau ci-dessus, les relations suivantes applicables à tous les cas :

$$\frac{2k}{1-k^2} = -\frac{\omega}{\pi\varphi},$$

$$\frac{2k}{1+k^2} = -\frac{\omega}{\pi\delta},$$

$$\frac{1+k^2}{1-k^2} = \frac{\delta}{\varphi}.$$

(1) Gouy, *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 155 et 158.

Ces valeurs introduites dans les équations (2) et (3) donnent facilement

$$(4)\qquad \operatorname{tang} 2\alpha = \frac{\pi\omega\delta \sin 2\pi\delta}{\pi^2\varphi^2 + \omega^2 \cos 2\pi\delta},$$

$$(5)\qquad \left\{\begin{aligned} K^2 &= \frac{1-\sqrt{1-\dfrac{4\pi^2\varphi^2\omega^2}{(\pi^2\varphi^2+\omega^2)^2}\sin^4\sqrt{\pi^2\varphi^2+\omega^2}}}{1+\sqrt{1-\dfrac{4\pi^2\varphi^2\omega^2}{(\pi^2\varphi^2-\omega^2)^2}\sin^4\sqrt{\pi^2\varphi^2+\omega^2}}} \\ &= \frac{1-\sqrt{1-\dfrac{4\omega^2}{\pi^2\delta^2}\left(1-\dfrac{\omega^2}{\pi^2\delta^2}\right)\sin^4\pi\delta}}{1+\sqrt{1-\dfrac{4\omega^2}{\pi^2\delta^2}\left(1-\dfrac{\omega^2}{\pi^2\delta^2}\right)\sin^4\pi\delta}}, \end{aligned}\right.$$

DISCUSSION.

Le second membre de l'équation (4) donne en grandeur et en signe la valeur de tang 2α; cette valeur reste la même si l'on change δ en $-\delta$. Le signe de δ est d'ailleurs toujours le même que celui de φ. Par suite, *l'action de la lame est indépendante du signe de la double réfraction*. Il suffit, pour faire la discussion, d'attribuer un signe à ω. On considérera dans ce qui suit ω comme positif; on examinera successivement deux cas :

1° Celui d'une lame produisant naturellement les effets simultanés du pouvoir rotatoire et de la double réfraction et dont l'épaisseur seule est variable;

2° Celui d'une lame d'épaisseur donnée dont on fait varier le pouvoir rotatoire et le pouvoir biréfringent, comme dans les expériences de M. Chauvin [1] ou dans celles de M. Wedding [2].

Premier cas. — Les quantités ω, φ, δ sont alors proportionnelles à l'épaisseur, les rapports $\frac{\varpi\varphi}{\omega}$, $\frac{\pi\delta}{\omega}$ et la quantité k sont constants. En se reportant aux équations (2) et (5), on voit que α et K sont des fonctions périodiques de δ dont la période est égale à

(1) Chauvin, *Thèse de doctorat* et *Journal de Physique*, 2e série, t. IX, p. 1 et suiv.; 1890.

(2) W. Wedding, *Wiedemann's Annalen*, 1888, et *Journal de Physique*, 1889.

l'unité; il suffit donc de considérer des épaisseurs croissantes faisant varier δ de 0 à 1.

La dérivée de $\tan 2\alpha$ s'annule pour la valeur

$$\cos^2 2\pi\delta_m = \frac{\omega^2}{\pi^2\varphi^2};$$

les maxima ou minima de α ont alors pour expression

$$(6) \qquad \tan 2\alpha_m = \mp \frac{1}{\sqrt{\frac{\pi^2\varphi^2}{\omega^2} - 1}};$$

ils ne peuvent exister que si l'on a

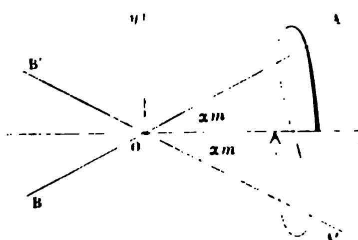
$$\frac{\omega}{\pi\varphi} < 1.$$

La dérivée de K s'annule avec l'expression $\sin^3\pi\delta\cos\pi\delta$, c'est-à-dire pour $\delta = 1$ qui correspond au minimum zéro, et pour $\delta = \frac{1}{2}$ qui correspond au maximum

$$K_m = \frac{\omega}{\pi\varphi}.$$

On est ainsi conduit à examiner trois hypothèses.

Fig. 2.



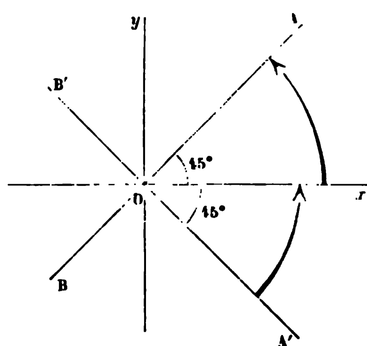
Pour $\frac{\omega}{\pi\varphi} < 1$ l'angle α présente un maximum et un minimum donnés par l'équation (6) et dont la valeur absolue est plus petite que 45°. Lorsque δ croît de zéro à $\frac{1}{2}$, le grand axe de la vibration émergente tourne d'abord dans le sens de la polarisation rotatoire jusqu'à une position limite AB (*fig.* 2) qu'il atteint pour la valeur δ_m et qui fait avec l'axe des x l'angle α_m. Puis *le grand axe de l'ellipse tourne en sens inverse de la polarisation rotatoire*,

pour reprendre la direction Ox qu'il atteint pour $\delta = \frac{1}{2}$. Le rapport des axes augmente constamment depuis zéro jusqu'à la valeur maximum $\frac{\omega}{\pi\rho}$. Lorsque δ varie de $\frac{1}{2}$ à 1, l'ellipse prend des positions symétriques par rapport à l'axe des x.

Pour $\frac{\omega}{\pi\rho} = 1$, on a

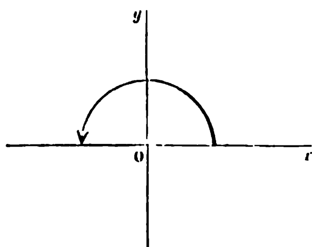
$$\tang 2\alpha = \tang \pi\delta.$$

Fig. 3.



Lorsque δ varie de zéro à $\frac{1}{2}$, le grand axe de l'ellipse tourne dans le sens de la polarisation circulaire d'un angle de 45°, jusqu'à la position OA (*fig.* 3), et le rapport des axes augmente constamment

Fig. 4.



de 0 à 1 ; pour $\delta = \frac{1}{2}$ la vibration est circulaire. Puis δ continuant à croître, le grand axe passe brusquement de la position AB à la position symétrique A′B′, et l'ellipse prend des positions symétriques par rapport à l'axe des x.

Enfin, pour $\frac{\omega}{\pi\rho} > 1$ il n'y a ni maximum ni minimum pour α.

Lorsque δ croît de o à $\frac{1}{2}$, le grand axe de l'ellipse tourne dans le sens de la polarisation circulaire d'un angle de 90° et le rapport des axes augmente constamment de o à $\frac{\pi\rho}{\omega}$. Lorsque δ varie de o à 1, l'ellipse continue à tourner dans le même sens en prenant des positions symétriques par rapport à l'axe des x (¹).

Second cas. — *Vibration circulaire.* — Lorsqu'une vibration elliptique est fonction de deux variables, les valeurs des variables les plus instructives sont celles qui rendent la vibration circulaire. L'expression du rapport des axes peut s'écrire

$$K = \frac{1 - \sqrt{1 - A}}{1 + \sqrt{1 - A}},$$

en posant

$$A = \frac{4\pi^2\rho^2\omega^2}{(\pi^2\rho^2 + \omega^2)^2} \sin^2 \pi \sqrt{\rho^2 + \frac{\omega^2}{\pi^2}}.$$

Pour que la vibration devienne circulaire, il faut que A soit égal à l'unité. Chacun des deux facteurs qui composent l'expression de A a pour maximum l'unité. Le premier facteur atteint cette valeur lorsqu'on a

$$\omega = \pi\rho,$$

et le second facteur lorsque

$$\rho^2 + \frac{\omega^2}{\pi^2} = \frac{(2n + 1)^2}{4},$$

n étant un nombre entier quelconque.

La vibration deviendra donc circulaire pour les valeurs de ρ et de ω satisfaisant aux relations

$$\rho^2 + \frac{\omega^2}{\pi^2} = \frac{(2n + 1)^2}{8}.$$

Ce sont ces mêmes valeurs qui rendent, ainsi qu'on devait s'y attendre, l'expression de $\tan 2\alpha$ indéterminée.

Rotations nulles. — Lorsque $\sin 2\pi\delta$ est nul, il en est de même

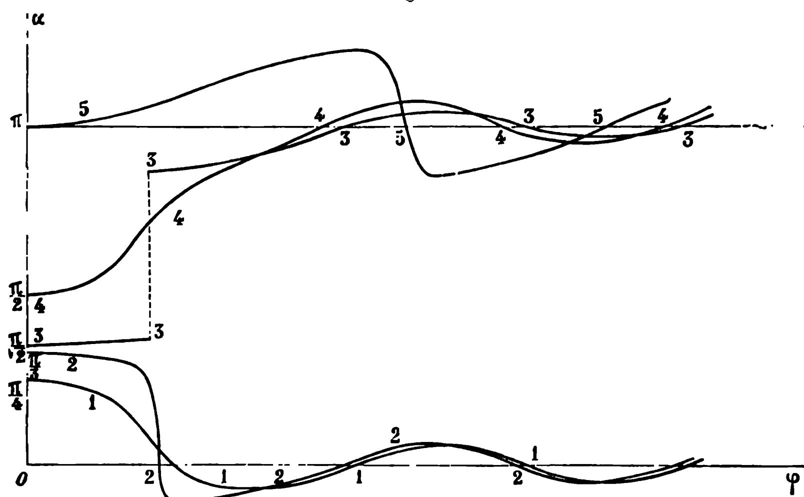
(¹) M. Wiener a obtenu l'expression de $\tan 2\alpha$ et la plupart des résultats de cette discussion au moyen d'une construction géométrique.

de $\tang 2\alpha$. On a alors

$$\varphi^2 = \frac{n^2}{4} - \frac{\omega^2}{\pi^2}, \tag{7}$$

n étant un nombre entier quelconque.

Fig. 5.



Vibrations rectilignes. — Elles ont lieu pour $A = 0$. On a alors

$$\varphi^2 = n^2 - \frac{\omega^2}{\pi^2}.$$

Représentation des résultats. — On peut représenter les rotations par des courbes en portant les valeurs de φ en abscisses et en ordonnées les valeurs de α correspondantes pour une même valeur de ω. On fait ensuite varier ω.

Pour $\varphi = 0$, on a $\alpha = \omega$; la dérivée de $\tang 2\alpha$ par rapport à φ a alors pour expression

$$2\omega + \sin 2\omega \cos 2\omega - 2\sin 2\omega.$$

Elle s'annule pour la valeur

$$\omega_1 = 61^\circ 16' 59'';$$

elle est négative pour $\omega < \omega_1$ et positive pour $\omega > \omega_1$.

Considérons une valeur de ω inférieure à ω_1, par exemple

$$\omega = \frac{\pi}{4}.$$

La variation de α est représentée (*fig.* 5) par la courbe 1 ([1]). Lorsque φ augmente, α diminue d'abord jusqu'à o: en même temps, le rapport des axes commence par croître, puis la courbe oscille asymptotiquement de part et d'autre de l'axe des x. La rotation s'annule lorsqu'on a

$$\varphi^2 = \frac{n^2}{4} - \frac{1}{16}.$$

Pour les valeurs paires de n, la vibration redevient rectiligne. Les valeurs impaires de n rendent maximum le second facteur de l'expression de A et, par suite, donnent au rapport des axes une valeur *voisine* du maximum. M. Chauvin a vérifié le premier de ces résultats et sensiblement le second pour un cristal de spath placé dans un champ magnétique ([2]).

Lorsque ω augmente $\left(\text{courbe } 2: \ \omega = \frac{\pi}{3}\right)$, la transformation de l'ellipse est analogue: la rotation, d'abord plus lente, s'accélère ensuite (en même temps que le rapport des axes augmente), puis diminue très rapidement jusqu'à zéro; la courbe coupe l'axe des x pour des valeurs de φ plus petites que pour les courbes précédentes.

Pour les valeurs de ω comprises entre ω_1 et $\frac{\pi}{\sqrt{8}}$, α commence par augmenter, puis diminue très rapidement jusqu'à zéro et varie ensuite comme précédemment.

Pour $\omega = \frac{\pi}{\sqrt{8}}$ (courbe 3), α croît d'abord lentement, pendant que le rapport des axes augmente *très vite;* lorsque φ atteint la valeur $\frac{1}{\sqrt{8}}$, la vibration est circulaire. *En passant par la forme circulaire, le grand axe tourne brusquement de* $\frac{\pi}{2}$. La rotation

([1]) L'échelle adoptée est telle que $\varphi = 1$ est représenté par la même longueur que $\omega = \pi$.

([2]) CHAUVIN, Thèse de doctorat, *Journal de Physique*, 2e série, t. IX, p. 25 et 26; 1890.

est nulle pour les valeurs de φ données par la relation (7), n étant un nombre entier plus grand que l'unité; n étant pair, la vibration est de plus rectiligne; n étant impair, le rapport des axes est voisin d'un maximum.

Lorsque ω est compris entre $\frac{\pi}{\sqrt{8}}$ et $\frac{3\pi}{\sqrt{8}}$ $\left(\text{courbes 4 et 5; } \omega = \frac{\pi}{2} \text{ et } \omega = \pi\right)$, α, après avoir augmenté, gagne la valeur π pendant que le rapport des axes augmente jusqu'à un maximum, puis diminue jusqu'à zéro. La courbe oscille ensuite asymptotiquement de part et d'autre de π, et la discussion s'achève comme précédemment.

Pour $\omega = \frac{3\pi}{\sqrt{8}}$, les variations sont semblables à celles qui correspondent à $\omega = \frac{\pi}{\sqrt{8}}$; la rotation croît d'abord lentement pendant que le rapport des axes augmente très rapidement. Pour $\varphi = \frac{3\pi}{\sqrt{8}}$ la vibration devient circulaire, la rotation croît brusquement de $\frac{\pi}{2}$; puis elle augmente lentement avec φ et atteint la valeur 2π; elle oscille ensuite asymptotiquement de part et d'autre de cette valeur.

On peut ainsi étendre la discussion à toutes les valeurs de ω. Les courbes qui correspondent aux valeurs de ω données par $\omega = \frac{(2n+1)\pi}{\sqrt{8}}$ affectent la même allure. La vibration devient circulaire pour $\varphi = \frac{2n+1}{\sqrt{8}}$ et tourne brusquement de $\frac{\pi}{2}$; puis α gagne la valeur $(n+1)\pi$ (pendant que le rapport des axes diminue jusqu'à zéro), puis oscille asymptotiquement autour de cette valeur. Lorsque ω a une valeur quelconque comprise entre $\frac{(2n+1)\pi}{\sqrt{8}}$ et $\frac{(2n+3)\pi}{\sqrt{8}}$, α croît d'abord, gagne la valeur $(n+1)\pi$, autour de laquelle il oscille ensuite. La rotation est nulle pour les valeurs de φ données par l'équation (7) où n est un nombre entier; lorsque n est pair, la vibration est de plus rectiligne; lorsque n est impair, la vibration est elliptique, et le rapport des axes est voisin d'une valeur maximum.

SUR LES CONDENSATEURS EN MICA;

PAR M. E. BOUTY.

J'ai réalisé quelques expériences en vue de savoir comment se comporte un condensateur en mica (microfarad), lorsqu'on met ses deux armatures en communication permanente avec les deux pôles d'une pile.

1. On explique souvent les décharges résiduelles des condensateurs par une pénétration plus ou moins profonde, dans la masse du diélectrique, des électricités opposées des deux armatures. S'il en était ainsi, et dans le cas de condensateurs à lame diélectrique suffisamment mince, les électricités cheminant dans la masse finiraient par se réunir, et, au bout d'un temps suffisant, un courant uniforme d'intensité i traverserait le circuit du condensateur. Tout se passerait alors, à l'extérieur, comme si la lame diélectrique était remplacée par un conducteur métallique de résistance r déterminée. La valeur de cette résistance dépendrait des lois de la pénétration; elle serait évidemment en raison inverse de la surface armée S du condensateur, et croîtrait, avec l'épaisseur e du diélectrique, suivant une loi inconnue. Si, pour plus de simplicité, l'on suppose r indépendant de la différence de potentiel entre les deux armatures du condensateur et proportionnel à e, on aura, en désignant par ρ une constante spécifique,

$$r = \rho \frac{e}{S},$$

et ρ jouera le rôle d'une résistance spécifique.

On a d'ailleurs pris l'habitude d'attribuer couramment aux diélectriques une résistance spécifique propre, sans qu'on se soit préoccupé, semble-t-il, de justifier cette conception en prouvant que les résistances qu'on a eu l'occasion de mesurer par les méthodes classiques sont bien indépendantes de l'intensité du courant, et surtout de la durée de son passage, comme cela a lieu pour les conducteurs métalliques et électrolytiques.

2. Pour savoir ce qu'il en faut penser, j'ai introduit, dans le cir-

cuit du condensateur que j'étudiais, une résistance en graphite R très considérable en valeur absolue (200 à 400 mégohms), quoique très faible par rapport à la résistance r à évaluer. Cette résistance est formée par un ou plusieurs traits de crayon très fins tracés sur une plaque épaisse d'ébonite dépolie et aboutissant par leurs extrémités à deux plages où la plaque est uniformément noircie au crayon et recouverte d'une feuille d'étain serrée par une pince à pile. Cette résistance est étalonnée avant et après chaque mesure par comparaison avec un mégohm de la maison Carpentier.

On mesure, à l'aide d'un électromètre capillaire de M. Lippmann, la différence de potentiel iR aux deux extrémités de la résistance du graphite; on en déduit i, puis l'on calcule r par la formule

$$(1) \qquad i = \frac{E}{R + r}.$$

La force électromotrice introduite dans le circuit est celle de 1 à 20 éléments Daniell.

On sait que les microfarads commerciaux sont formés de plusieurs condensateurs distincts que l'on peut associer de manière à fournir une capacité d'un nombre quelconque de dixièmes de microfarad. Opérons séparément sur l'un de ces condensateurs de capacité électromagnétique c. Soient K la constante diélectrique du mica rapportée à une durée de charge infinie, v le rapport des unités électromagnétiques et électrostatiques, on a

$$(2) \qquad c = \frac{KS}{4\pi e v^2},$$

et puisque nous admettons que

$$(3) \qquad r = \rho \frac{e}{S},$$

ρ étant une constante, il en résulte

$$(4) \qquad cr = \frac{K\rho}{4\pi v^2}.$$

Le second membre de (4) ne contient que des constantes; la résistance fournie par la formule (1) doit donc se trouver en raison inverse de la capacité c (bien entendu, au sein d'un même microfarad, pour lequel le constructeur a dû employer des matériaux de même origine).

3. Voici maintenant ce que donnent les expériences. L'intensité du courant est toujours considérable au début, même si le condensateur a été d'abord chargé par un contact plus ou moins prolongé sans résistance interpolaire. Nous supposerons qu'on s'est placé dans ce dernier cas, particulièrement instructif. Quand on introduit alors la résistance R, la différence de potentiel à ses deux bouts, mesurée à l'électromètre, est d'abord nulle; mais elle croît très rapidement dans les premiers instants, puis d'une manière plus lente jusqu'à un maximum dont l'époque T et la valeur IR dépendent de la durée t de charge initiale et de la grandeur de R. Pendant toute cette période, antérieure au maximum, la différence de potentiel entre les armatures du condensateur décroît, en vertu de l'absorption d'électricité dont nous voudrions surprendre le mécanisme, depuis la valeur initiale E jusqu'à E — IR; à l'instant précis du maximum, ce courant d'intensité I apporte une quantité d'électricité justement égale à la quantité absorbée. En faisant varier R et t dans des limites très larges, on aurait ainsi un moyen assez commode d'étudier les lois de l'absorption.

Si l'on continue à observer la différence de potentiel aux deux bouts de R, au delà du maximum, on constate que cette différence diminue peu à peu : la différence de potentiel des armatures croît d'une quantité correspondante, mais bien plus lentement qu'elle ne ferait sans le phénomène de l'absorption : celle-ci continue donc au delà du maximum. Sa durée n'a d'autre limite que la durée même du courant variable manifesté par l'électromètre.

Habituellement, la limite i vers laquelle paraît tendre l'intensité du courant n'est pas rigoureusement nulle; mais au bout de deux heures, par exemple, le faible courant qui persiste demeure désormais invariable. La valeur limite de i dépend essentiellement de l'état d'isolement du circuit. En multipliant à cet égard les précautions, on parvient à rendre iR extrêmement petit, à moins que le condensateur ne présente des fuites intérieures accidentelles, ce que l'on a quelquefois l'occasion de constater [1].

---

[1] En ce cas, quand on vient à boucher la subdivision du condensateur où se trouve la fuite, l'intensité i du courant baisse très rapidement pour se fixer à une valeur beaucoup plus faible.

4. Avec un microfarad neuf, construit par M. Carpentier, et une force électromotrice de 11 volts environ (10 daniells neufs au sulfate de zinc), j'ai trouvé pour la valeur limite de i

$$i = 1{,}59.10^{-11} \text{ ampères}.$$

Alors, l'état permanent étant établi, on a fermé successivement les subdivisions 0,2, — 0,2, — 0,5 du condensateur, de manière à réduire la capacité au dixième de sa valeur initiale. L'intensité i, qui, d'après les formules (1) et (4), devrait se trouver divisée sensiblement par 10, demeure invariable à $\frac{1}{45}$ près de sa valeur, c'est-à-dire à la limite de précision que comportait, dans ces conditions, l'électromètre que j'ai employé. *Le courant résiduel observé ne peut donc être attribué au passage de l'électricité à travers le diélectrique;* il ne provient que de l'imperfection de l'isolement des diverses parties du circuit et du microfarad lui-même.

Cette expérience est décisive. Puisqu'on peut apprécier, dans les conditions où j'ai opéré, un courant d'intensité

$$\frac{1{,}59.10^{-11}}{45} = 3{,}5.10^{-13} \text{ ampères},$$

le courant qui passait d'une manière permanente *à travers le diélectrique* du condensateur formé par les subdivisions 0,2, — 0,2, — 0,5 (0,9 microfarad), et dont on n'a pu constater l'existence, était certainement inférieur à cette limite; on en déduit par la formule (4)

$$K\rho > 3{,}19.10^{20} \text{ ohms}.$$

M. J. Curie (¹), dont les expériences sur la résistance des isolants cristallisés sont d'ailleurs parfaitement d'accord avec les miennes, a trouvé pour le mica des condensateurs de M. Carpentier des valeurs de K comprises entre 4 et 8, suivant la durée de la charge. Admettons 10 si l'on veut, on aura encore

$$\rho > 3{,}19.10^{19} \text{ ohms}.$$

Ce serait la résistance d'une colonne de mercure de 1^{mmq} de section et de longueur telle que la lumière, se propageant dans le

(¹) J. Curie, *Thèse de Doctorat*, Paris, 1888.

vide, mettrait plus de 5000 ans à se transmettre d'une extrémité à l'autre de la colonne.

5. Il faut donc admettre qu'à la température ordinaire, et tout au moins pour des différences de potentiel qui ne dépassent pas 20 volts, *une lame mince de mica oppose un obstacle absolu au passage continu de l'électricité à travers son épaisseur.* Il reste à fixer la nature physique de cet obstacle.

L'énoncé qui précède exclut toute pénétration des charges, toute assimilation d'un diélectrique avec un conducteur impolarisable. Mais ne pourrait-on attribuer au mica une certaine conductibilité électrolytique? La plupart des diélectriques liquides doivent en effet à des traces d'impuretés une faible conductibilité de cette nature qui se superpose à leur pouvoir diélectrique (¹). Il pourrait en être de même ici.

On remarquera que, si les effets généraux observés dans notre expérience rappellent ceux qui se produisent dans un circuit comprenant une cellule électrolytique polarisable et une pile dont la force électromotrice est inférieure à la polarisation maximum de la cellule, il y a toutefois des différences essentielles relatives : 1° à la grandeur de la polarisation; 2° à la quantité d'électricité mise en jeu; 3° à l'allure du courant de dépolarisation.

1° On ne connaît pas de cellule électrolytique dont la polarisation maximum dépasse 3 ou 4 volts. Il faudrait admettre ici une polarisation supérieure à 20 volts.

2° La capacité de polarisation du platine dans l'eau acidulée est de l'ordre de grandeur de 0,1 microfarad par millimètre carré et peut servir de terme de comparaison moyen. Or la surface armée d'un condensateur de mica est de l'ordre du mètre carré; sa capacité de polarisation serait donc comparable à 10^5 microfarads.

(¹) On se fera une idée nette de ce qui se passe, si l'on suppose les filaments conducteurs et les filaments diélectriques juxtaposés, ou, ce qui revient au même, si l'on considère un conducteur électrolytique B établi en dérivation sur un condensateur parfait A. La différence de potentiel entre les armatures de A est alors astreinte à demeurer à chaque instant égale à la différence de potentiel entre les électrodes de B. Ce sont donc la conductibilité et la polarisation de la cellule B qui règlent le régime de variation de la charge de A et sa valeur finale.

c'est-à-dire que la quantité d'électricité *absorbée* (ou l'intégrale du courant observé dans mes expériences) pourrait égaler cent mille fois la charge normale. On la trouve comprise entre $\frac{1}{100}$ et $\frac{1}{50}$ de cette charge.

3° Le régime du courant de dépolarisation d'une cellule électrolytique de résistance intérieure r est entièrement réglé par la résistance totale $R + r$ du circuit. Dans la décharge résiduelle d'un condensateur, il semble que l'électricité soit rendue libre par un mécanisme purement intérieur au diélectrique; de telle sorte qu'en faisant varier la résistance interpolaire R, on modifie bien la différence de potentiel des armatures, mais non la fraction de charge résiduelle qui reste *latente* à un instant donné.

6. On pourrait essayer d'atténuer ces divergences par des hypothèses plus compliquées.

Le mica se comporterait-il comme un système hétérogène assimilable à une sorte de pile de Ritter dont les éléments seraient les lames de clivage? Alors la polarisation maximum, proportionnelle au nombre des couples ou des lamelles, pourrait devenir très grande; mais les objections 2 et 3 subsistent entièrement.

M. Schultze (¹) a cru pouvoir affirmer qu'à la température de 300° le mica subit, comme le verre, une véritable électrolyse, promptement arrêtée par la production à l'anode d'une couche mince de silice extrêmement isolante. En est-il de même dans notre expérience? Si l'on essaye de calculer l'épaisseur de la couche de silice ainsi produite par une quantité d'electricité correspondant à l'absorption effective, on obtient un nombre de l'ordre de grandeur de 10^{-11} microns ou de la vingt billionième partie de la longueur d'onde de la raie ultra-violette la plus réfrangible du spectre du cadmium.

7. Il est bien plus naturel d'écarter toute idée de pénétration ou d'électrolyse, de considérer le mica comme dénué, à la température ordinaire, de toute conductibilité mesurable, et d'expliquer

---

(¹) SCHULTZE, *Wied. Ann.*, t. XXXVI, p. 655; 1889; *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. VIII, p. 292. Les expériences assez incomplètes de M. Schultze sont loin de mettre cette affirmation à l'abri de toute critique.

l'absorption ainsi que les résidus par un retard de la polarisation analogue aux retards que l'on observe pour d'autres phénomènes physiques, en particulier dans l'étude de l'élasticité. Un fil métallique soumis à l'action permanente d'un couple de torsion n'atteint pas dès les premiers instants un état d'équilibre définitif, mais la torsion croît peu à peu d'une manière très lente jusqu'à une limite peu différente de la torsion initiale, mais qui n'est atteinte qu'au bout d'un temps fort long. De même, quand on supprime le couple, le fil ne revient pas immédiatement à son équilibre primitif : il conserve une faible torsion résiduelle qui ne disparaît que très lentement.

On rapproche à juste titre la polarisation des diélectriques de l'aimantation par influence et celle-ci de la torsion. Il paraît à peine hardi de supprimer un intermédiaire et de faire intervenir l'hypothèse d'une polarisation résiduelle dans la théorie des condensateurs.

Cela posé, si l'on maintient une différence de potentiel constante entre les armatures d'un condensateur à lames de mica, un afflux d'électricité continu et décroissant se produira entre les pôles de la source et ces armatures, de façon à équilibrer à chaque instant, par l'apport d'une couche superficielle d'électricité de densité $d\mu = d\sigma$, la couche fictive de densité $-d\sigma$ équivalente à l'accroissement de polarisation du diélectrique. Le courant correspondant ne s'annulera qu'avec $d\sigma$, c'est-à-dire quand la polarisation aura atteint son maximum.

Si l'on réunit par un conducteur de résistance négligeable les deux armatures du condensateur, celles-ci retomberont immédiatement au même potentiel, mais ne seront pas pour cela entièrement déchargées. Soient $-\sigma$ et $+\sigma$ les densités superficielles équivalentes à la polarisation résiduelle, les charges retenues par les armatures seront $+S\sigma$ et $-S\sigma$; elles deviendront libres graduellement à mesure que la polarisation disparaîtra, produisant alors entre les armatures isolées une différence de potentiel croissante, ou dans un fil conjoncteur de résistance R un courant dont l'intensité dépendra à la fois de $\frac{d\sigma}{dt}$ et de R. Ce sont les conditions même que nous a révélées l'expérience.

H.-A. ROWLAND. — Table of standard wave-lenghts (Table de longueurs d'onde étalonnées) : *Philosophical Magazine*, 5ᵉ série, t. XXVII, p. 479; 1889.

Longueurs d'onde étalonnées dans l'air, à la température de 20°C. *et à la pression de* 760ᵐᵐ (¹).

POIDS.	λ.	POIDS.	λ.	POIDS.	λ.
1......	3094,735	3......	3478,001	3......	3823,648
1......	3095,003	2......	3486,044	3......	3836,230
1......	3109,165	1......	3491,469	3......	3843,399
1......	3115,158	1......	3500,709	2......	3864,449
1......	3121,259	S......	3510,982	6......	3875,235
2......	3129,861	S......	3518,485	5......	3883,579
1......	3137,437	S......	3540,266	5......	3883,782
2......	3140.859	1......	3545,332	5......	3897,605
S......	3153,865	1......	3550,011	5......	3916,880
S......	3167,290	1......	3564,683	5......	3924,672
S......	3176,095	1......	3583,484	5......	3925,349
3......	3188,157	1......	3597,190	5......	3925,796
2......	3200,024	2......	3612,213	5......	3926,128 *d*
3......	3218,376	2......	3623,329	4......	3937,472
1......	3224,366	2......	3623,602 *d*	S......	3941,038
2......	3232,403	2......	3640,533	S......	3942,555 *d*
2......	3246,127	2......	3652,689	S......	3950,103
1......	3260,392	1......	3658,679	S......	3950,503
1......	3267,841	2......	3667,398	7......	3954,001
1......	3287.795	2......	3683,192	4......	3960,429
2......	3292,172	2......	3684,249	7......	3971,481
2......	3295,951	2......	3695,189	6......	3977,891
2......	3303,652 *d*	2......	3707,176	3......	3981,907
2......	3308,928 *d*	2......	3716,573	3......	3984,067 *d*
2......	3318,162	2......	3732,539	3......	3986,893
1......	3331,711	2......	3747,094 *d*	3......	3987,207 *t*
2......	3348,001 *d*	2......	3754,652 *d*	3......	4003,907
2......	3351,864	2......	3756,204	4......	4005,308 7 lignes
S......	3356,214	2......	3770,122	2......	4016,569
2......	3377,656 *d*	3......	3780,843	2......	4029,791
S......	3389,879	3......	3781,328	3......	4048,878 *d*
S......	3406,566	3......	3783,675	4......	4055,693
2......	3406,941	3......	3794,021	3......	4062,602
2......	3425,711	3......	3804,151	4......	4073,915
2......	3455,382	3......	3805,493	3......	4083,752 *d*
2......	3464,608	3......	3821,316	3......	4083,925

(¹) *d* indique une ligne double. Dans la colonne marquée *poids*, S désigne les étalons primaires; les chiffres indiquent le nombre de mesures d'où l'on a déduit les étalons secondaires.

Longueurs d'onde étalonnées dans l'air, à la température de 20° C. et à la pression de 760mm. (Suite.)

POIDS.	λ.	POIDS.	λ.	POIDS.	λ.
4......	4088,711	3......	4668,305 *d*	7.....	5105,723
3.....	4103,096	3. ...	4679,020	8.....	5109,824
5......	4107,636	3......	4683,733	8.....	5110,572
5......	4114,593	S......	4686,395	6.....	5115,560
3......	4121,474	S......	4690,323	6.....	5121,798 *d*
3......	4121,962	S......	4691,588 *d*	6....	5126,371
5......	4157,936	3.....	4703,173	6.....	5127,534
6......	4185,054	3......	4703,976	8.....	5133,874
6.....	4199,254	3......	4727,625 *d*	8.....	5139,542 *d*
S... ..	4215,655 *d*	3......	4754,222	7.....	5141,915
S.....	4222,374	3......	4805,251 *d*	7.....	5143,041 *d*
4......	4254,490	4......	4823,685	8.....	5146,670
5......	4267,941 *d*	4......	4824,312	8.....	5151,029
5......	4293,245 *d* G	S......	4859,929	7.....	5154,237
4......	4308,023 *d*	S......	4861,492	7.....	5155,940
5......	4318,828	4......	4890,939	8.....	5159,239
5.....	4325,982 *t*	3......	4900,091	13.....	5162,452
5......	4343,380	3......	4900,298	9.....	5165,590
5......	4352,910	S......	4903,485 *d*?	7....	5167,580 *d* b_4
4......	4359,772 *t*	3.... .	4919,177	8.....	5169,159 *d* b_3
5......	4369,946	4....	4920,685	9.....	5171,784
S..... .	4376,102	S.. ...	4924,102	8.....	5172,867 b_2
6.....	4391,152 *d*	S......	4924,950	9.....	5173,912
6.....	4407,848 *d*	4......	4934,243	10.. ..	5183,798 b_1
5.....	4447,899	4......	4973,257	8.....	5188,947 *d*
4.....	4494,725	4......	4978,779 *d*?	8.....	5193,142
S......	4497,050	4......	4980,357	8.....	5198,887
3......	4499,062	4......	4981,903	9....	5202,487 *d*
3......	4499,312	4......	4994,310	8.....	5204,710 *d*
S.....	4501,439	3......	4999,681	10.....	5210,559
S......	4508,449	4......	5005,895	7....	5215,354
5......	4563,937	4......	5006,296	8.....	5217,560
4.... .	4571,274	5......	5007,423 *d*?	8	5225,692
4......	4572,157	4......	5014,411	5.....	5230,012
4......	4578,723	5......	5020,202	8.....	5233,123
4.... ..	4588,386	4......	5036,104	9....	5242,665
4.... .	4590,124	6......	5050,006	10.....	5250,389
4.....	4602,173	S......	5060,250	10.....	5250,819
3.....	4611,437 *d* ou *t*	S......	5064,830	10.....	5253,641
5......	4629,504	S.... ..	5068,944	10.... .	5261,885
3....	4637,675	5......	5083,527	5.....	5266,727
3......	4638,211	5......	5090,964	S.....	5269,720 E_1
5......	4643,641	6......	5097,168 *d*	S.....	5270,497 *d* E_1

Longueurs d'onde étalonnées dans l'air, à la température de 20° C. et à la pression de 760mm. (Suite.)

POIDS.	λ.	POIDS.	λ.	POIDS.	λ.
10.....	5273,342	6.....	5528,625	4......	5798,094
10.....	5273,559 *t*	5.....	5535,064	5......	5798,404
10.....	5276,210	5.....	5543,421	4......	5805,451
10.....	5281,972	6.....	5544,151	3......	5806,957
8.....	5283,805	6.....	5555,105	8......	5809,437
11.....	5288,712	5.....	5569,843	8......	5816,593 *d*
10.....	5296,876	4.....	5576,313	3.....	5831,837
8.....	5300,918	6.....	5582,192	8......	5853,905
9....	5307,547	6.....	5588,976	8......	5857,675
9.....	5316,877 *d* 1474	6.....	5603,099 *t*	8......	5859,812
7....	5324,372	6.....	5615,523	8......	5862,582
8.....	5333,094	6.....	5615,877	7......	5884,053 *d*
8.....	5353,587	8.....	5624,250	4......	5889,875
6.....	5361,810	8.....	5624,768 (1)	8......	5890,188 D_2
4.....	5363,019 *d*	4.....	5634,164	8......	5893,103
6.....	5367,666	6.....	5641,661	8......	5896,156 D_1
6....	5370,162	6....	5645,834	5......	5898,401
6.....	5371,677 *d*	6.....	5655,707	8......	5901,686
6.....	5379,769	7.....	5658,094	9......	5905,900
8.....	5383,567	6.....	5662,746	8......	5914,390 *d*
6.....	5389,675	5.....	5675,651	9......	5916,480
6.....	5393,366	5.....	5679,249	7......	5919,862
8....	5397,342	6.....	5682,866	9......	5930,415
8.....	5405,977	5.....	5688,434	8.....	5934,889
3.....	5409,991	5.....	5701,772	9......	5948,755
7.....	5415,409	4.....	5709,628	7......	5956,932
7.....	5424,274	5.....	5709,765	7......	5975,583
7.....	5434,726	6.....	5715,315	8......	5977,012
7.....	5447,116 *d*?	7.....	5731,977	3......	5985,050
8....	5455,749 *d*	6.....	5742,065	5......	5987,293
4.....	5462,725	6.....	5752,259	8......	6003,250
7.....	5463,159	6.....	5753,343	5......	6008,782
8....	5463,481	5.....	5754,886	3......	6013,724
8.....	5466,596	6.....	5763,219 *d*	5......	6016,858
7.....	5477,113	4.....	5772,365	4......	6020,351 *d*
3.....	5487,961	6.....	5775,309	4......	6022,021
7.....	5497,722	6.....	5782,349 *d*?	5......	6024,273
4.....	5501,676	6.....	5784,086	4......	6027,265
5.....	5506,989	10.....	5788,142	6......	6042,323
5.....	5513,194	12.....	5791,211	5......	6056,233

(1) Étalon de Peirce.

Longueurs d'onde étalonnées dans l'air, à la température de 20° C. et à la pression de 760mm. (Suite.)

POIDS.	λ.	POIDS.	λ.	POIDS.	λ.
8......	6065,709	8.....	6322,911	4.....	6633,974
8......	6078,711	8.....	6335,553	8.....	6643,866
7......	6079,224	8.....	6337,044	2.....	6663,500
5......	6102,940	4.....	6344,372	4.....	6663,681
4......	6103,449 *d*	6.....	6355,262 *d*?	8.....	6678,223
4......	6108,334	6.....	6358,907 *d*?	6.....	6703,799
4......	6111,281	4.....	6380,957	7.....	6705,343
4......	6116,414 *d*?	7.....	6393,823	7.....	6717,922
7......	6122,432	2.....	6400,207 *d*	7.....	6722,085
4......	6136,830	3.....	6400,521	5.....	6726,913
5......	6141,931	7.....	6408,238	8.....	6750,407
6......	6162,395 *d*?	8.....	6411,868	5.....	6752,951
4......	6169,774	6.....	6420,178	7.....	6768,038
4......	6173,553	8.....	6421,573	6.....	6772,564
4......	6177,025	8.....	6431,065	5.....	6787,129
4......	6180,414	8.....	6439,301	3.....	6807,100
5......	6191,419	4.....	6450,028	6.....	6810,518
6......	6191,770	7.....	6462,840 *d*	3.....	6820,609
6......	6200,533	4.....	6471,889	6.....	6828,848
6......	6213,648	3.....	6480,282	4.....	6841,595
6......	6219,494	6.....	6482,104	3.....	6843,908
6......	6230,944	7.....	6493,998	7.....	6855,431
4......	6237,525	7.....	6495,204	6.....	6867,402 (1)
8......	6246,532	7.....	9499,870	6.....	6867,796
5......	6252,780	4.....	6516,312	7.....	6870,174 *d*
5......	6254,454 *d*	6.....	6518,594	7.....	6875,831
4......	6256,573	5.....	6532,566	5.....	6876,954
5......	6261,315	7.....	6534,166	5.....	6877,881
7......	6265,348	7.....	6546,478	9.....	6879,295
6......	6270,440	4.....	6552,830	9.....	6880,172
7......	6278,297 *d*	8.....	6563,042 C	10.....	6884,082 (2)
5......	6281,366	8.....	6564,424	9.....	6886,009
5......	6289,614	8.....	6569,450	9.....	6886,984
4......	6293,153	4.....	6572,307	5.....	6896,290
4......	6296,148	3.....	6574,473	6.....	6897,194
4......	6301,720	6.....	6575,170 *d*	6.....	6901,108
4......	6314,871	9.....	6593,149	6.....	6909,672
3......	6315,533 *d*?	10.....	6594,099	6.....	6919,246
8......	6318,240	5.....	6609,335	5.....	6923,562

(1) B première ligne.

(2) B ligne distincte.

Longueurs d'onde étalonnées dans l'air, à la température de 20°C. et à la pression de 760mm. (Suite.)

POIDS.	λ.	POIDS.	λ.	POIDS.	λ.
7......	6924,422	4......	7168,216	4......	7318,807
5......	6929,823	5......	7176,365	3......	7321,052
7......	6947,777	5......	7184,791	3......	7331,204
8......	6956,708	5......	7186,570	2......	7335,631
7......	6959,715	4......	7200,768	5......	7446,017
8......	6961,521	4......	7201,487	5......	7495,347
4......	6978,657	3......	7216,819	5......	7511,272
8......	6986,841	4......	7223,927	4......	7594,061
5......	6989,254	3	7227,773	S......	7621,268
6......	6999,171	3......	7232,512	5	7623,529
4......	7006,166	3......	7233,170	5......	7624,852
5......	7011,585	4......	7240,964	4..... .	7627,255
6......	7016,701	4.....	7243,898	4......	7628,528
S... ..	7023,762	2......	7247,467	3......	7659,643
S......	7027,727	3..... .	7264,851	3......	7660,763
7......	7035,167	3......	7265,832	4......	7665,254
5......	7038,479	2......	7270,210	4......	7666,236
S......	7040,069	4......	7273,246	4.....	7670,974
4......	7090,686	3......	7287,690	4......	7671,977
4......	7122,522	4... ..	7290,707	2......	7699,344
4......	7147,958	4	7300,062	2......	7714,657
4......	7148,438	4......	7304,468		

G. FAE. — **Delle cause che, all' infuori delle variazioni di temperatura, possono influire sulla resistenza elettrica dei conduttori solidi (Des causes qui, indépendamment des variations de température, peuvent influer sur la résistance électrique des conducteurs solides);** *Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere e Arti*, **t. VII$_4$, p. 279; novembre 1888 et octobre 1889.**

Dans cette étude, l'auteur présente un historique raisonné des principaux travaux relatifs à l'influence qu'exercent, sur la résistance électrique des conducteurs solides, les actions suivantes :

Traction; pression; enroulement, torsion; vibrations; recuit, trempe, écrouissage; passage d'un courant; action de la lumière; action du magnétisme.

La Note se termine par une bibliographie comprenant 98 numéros.

J. PIONCHON.

E.-M. BELLATI et Dr P. LUSSANA. — **Sulla densità et sulla tensione superficiale delle soluzioni di anidride carbonica et di protossido di azoto nell' acqua et nell' alcool (Sur la densité et la tension superficielle des solutions d'anhydride carbonique et de protoxyde d'azote dans l'eau et dans l'alcool)**; ***Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere e Arti*** **dal novembre 1888 all' ottobre 1889,** t. VII$_6$, p. 1169.

Les expériences de Mackensie et Nichols ([1]) et celles plus récentes de K. Angström ([2]) ont montré que, lorsqu'un gaz se dissout dans un liquide, le volume augmente, et que l'augmentation de volume est sensiblement proportionnelle à la quantité de gaz dissoute. Angström nomme *coefficient de dilatation due à l'absorption* l'augmentation de volume du liquide correspondant à l'absorption de l'unité de volume d'un gaz mesuré dans les conditions normales. Les expériences d'Angström n'ayant été faites qu'à la température de 0°, les auteurs se sont proposé de rechercher ce que devenait ce coefficient à d'autres températures.

La densité des dissolutions a été déterminée par la méthode de la balance hydrostatique. Les expériences donnaient le rapport du poids spécifique d'une dissolution gazeuse au poids spécifique du liquide pur à la même température. Ce dernier étant connu pour l'eau par les expériences de Rossetti et pour l'alcool par celles de Mendelejeff, on en déduisait le premier au moyen du rapport observé. La quantité de gaz absorbée était déduite des expériences de Bunsen calculées à nouveau par les auteurs à l'aide de la méthode des moindres carrés, qui conduit à des formules plus satisfaisantes que celles de Bunsen. Les coefficients d'absorption de l'acide carbonique et du protoxyde d'azote seraient, d'après ces nouveaux calculs, représentés par les formules suivantes :

Coefficients de solubilité dans l'eau.

$$CO^2 = 1{,}7322 - 0{,}066645\,t + 0{,}0012 3655\,t^2,$$
$$AzO = 1{,}30224 - 0{,}046184\,t + 0{,}00071904\,t^2.$$

([1]) *Ueber die Volumenvermehrung der Flüssigkeiten durch Absorption von Gasen* (*Wied. Ann.*, t. III, p. 134; 1878).

([2]) *Die Ausdehn. des Wassers durch Absorption von Gasen* (*Wied. Ann.*, t. XV, p. 297; 1882, et t. XXXIII, p. 223; 1888).

Coefficients de solubilité dans l'alcool.

$$CO^2 = 4,3289 - 0,094204\,t + 0,0012342\,t^2,$$
$$AzO = 4,19044 - 0,074477\,t + 0,0007857\,t^2.$$

Ces formules représentent mieux que celles de Bunsen les résultats des expériences.

En ajoutant au poids de l'unité de volume du liquide le poids du gaz absorbé, en divisant cette somme par le poids spécifique de la solution et en retranchant l'unité du résultat, on obtient l'accroissement de l'unité de volume du liquide par le fait de l'absorption du gaz. Si l'on divise cette valeur par le volume du gaz absorbé réduit aux conditions normales, on a le coefficient défini par Angström.

Les expériences faites par les auteurs ont montré que le coefficient augmente sensiblement avec la température. Elles permettent en outre de vérifier pour l'acide carbonique et le protoxyde d'azote la remarque faite par Angström, savoir que le rapport des coefficients relatifs à deux gaz déterminés est sensiblement le même pour tous les liquides.

Pour déterminer la variation de la tension superficielle de l'eau et de l'alcool par suite de la dissolution des gaz en question, les auteurs ont employé la méthode des gouttes; ils ont trouvé que la dissolution du gaz avait pour effet de diminuer la tension superficielle.

J. Pionchon.

E.-M. BELLATI et Dr P. LUSSANA. — Alcune ricerche sull' occlusione dell' idrogeno nel ferro, et sulla tenacità di qualche metallo che abbia assorbito un gas (Quelques recherches sur l'occlusion de l'hydrogène par le fer et sur la ténacité de quelques métaux après l'absorption d'un gaz); *Atti del Reale Istituto Veneto*, t. VII_6, p. 1321; novembre 1888-ottobre 1889.

Le point de départ de ces recherches est la remarque faite par Hughes [1] que le fer et l'acier plongés dans l'acide sulfurique dilué deviennent cassants, et qu'une pareille modification a lieu quand ces métaux sont employés comme électrode négative dans un voltamètre.

---

(1) *Note on some effects produced by the immersion of steel and iron wires in acidulated water* (*Nature*, t. XXI, p. 602; 1880).

M. Cailletet (¹), ayant remarqué qu'une paroi de fer n'était pas perméable à l'hydrogène sec et que, par contre, une enveloppe de fer entourée extérieurement d'acide sulfurique de moyenne concentration se remplissait intérieurement d'hydrogène, avait admis, pour concilier ces deux faits en apparence contradictoires, que la paroi de l'enveloppe s'imbibait d'acide, lequel donnait lieu à un dégagement d'hydrogène : ce gaz se dégageait vers l'intérieur vide de l'enveloppe où il trouvait moins de résistance que vers l'extérieur baigné par le liquide.

Cette explication ne semble pas devoir être maintenue en présence du fait constaté par les auteurs du passage de l'hydrogène à l'intérieur d'une enveloppe sans l'intervention d'aucun acide. Ayant pris pour électrode négative, dans un voltamètre à dissolution de soude, une sorte de sac fait avec de minces lames de fer, les auteurs ont vu cette enveloppe manifester, par un gonflement très net, un dégagement de gaz à son intérieur.

La quantité d'hydrogène absorbée par le fer employé comme électrode négative dans un voltamètre se montre, comme on doit s'y attendre, très variable avec la nature du métal.

Le fer qui a ainsi absorbé de l'hydrogène, en abandonne graduellement une assez notable partie par une simple exposition à l'air.

Les expériences sur la ténacité furent faites avec des fils de 0mm,2 de diamètre environ, recuits dans un courant d'acide carbonique. L'hydrogénation était faite dans un voltamètre contenant de l'eau acidulée avec quelques gouttes d'acide sulfurique. Les fils étaient soumis aux expériences de traction immédiatement après leur sortie du voltamètre. Ces expériences ont montré que l'hydrogénation produit toujours une augmentation de la ténacité du fer, le rapport entre la ténacité du fer hydrogéné et celle du fer non hydrogéné étant en moyenne 1,029 et variant un peu avec la durée de l'hydrogénation.

Pour le nickel, on constate au contraire que l'hydrogénation produit une diminution de la ténacité.

(¹) *Sur la perméabilité du fer pour l'hydrogène à la température ordinaire* (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LX[illegible]I, p. [illegible]).

Les variations en question sont trop grandes pour pouvoir être attribuées au simple passage du courant. J. Pionchon.

L. PALMIERI. — Expériences démontrant l'existence, la nature et l'origine de l'électrisation du sol; *Rendiconto dell' Accademia delle Scienze fisiche e matematiche* (Sezione della Società reale di Napoli), t. III$_2$, p. 225, 28ᵉ année; octobre 1889.

Comme conséquence de la longue série d'observations et d'expériences qu'il a faites, l'auteur énonce les deux propositions suivantes :

1° Tous les corps qui s'élèvent au-dessus de la surface de la terre de manière à n'être pas dominés par les corps voisins sont électrisés; dans les journées régulières, ils sont doués d'électricité négative; ils ne manifestent une électrisation positive que dans les cas où se produit, à une certaine distance du lieu de l'observation, une chute de pluie, de grêle ou de neige;

2° L'électrisation des corps en question est due à l'influence de l'atmosphère.

A l'appui de la première proposition, l'auteur indique l'expérience suivante :

Sur un lieu élevé, par exemple une terrasse, dont l'horizon soit parfaitement libre, qu'on établisse un conducteur isolé communiquant par un fil avec un bon électroscope hétérostatique (par exemple l'électroscope de Bohnenberger, perfectionné par l'auteur). Si une personne ou un objet quelconque se rapproche brusquement du conducteur, l'électroscope donne des signes d'électricité négative. L'électroscope revient au zéro dès qu'on le met en communication avec le sol, et si alors la personne ou l'objet qui s'était approché du conducteur s'en éloigne brusquement, l'appareil manifeste une électrisation positive.

Par les temps de pluie, de neige ou de grêle, les phénomènes sont exactement inverses.

On n'obtient rien si l'on opère en un lieu couvert.

Ces expériences, assimilées aux expériences classiques sur l'influence électrique, établissent que, par un temps serein, les corps en communication avec le sol (qui jouent le rôle de corps influents dans les expériences précédentes) sont électrisés négativement.

Les appareils servant à l'étude électrique de l'atmosphère indiquent alors que cette dernière est positive.

Dans les cas exceptionnels où l'atmosphère se montre négative, ce qui arrive quand il pleut, grêle ou neige à une certaine distance, les corps en communication avec le sol sont électrisés positivement.

Non seulement l'électrisation du sol est toujours opposée à celle que possède l'atmosphère au même moment dans le même lieu, mais de plus elles croissent ou décroissent proportionnellement et s'intervertissent en même temps, ce qui montre clairement que l'une d'elles doit être inductrice et l'autre induite. Rappelant les diverses observations qu'on peut faire sur l'électrisation d'une tige terminée en pointe, suivant que cette pointe est tournée vers l'atmosphère ou vers le sol, l'auteur conclut que l'électricité atmosphérique est inductrice, tandis que celle du sol est induite, et il discute diverses objections qui pourraient être faites à cette manière de voir. J. PIONCHON.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, tome XX; mai et juin 1890.

MESLIN. — *Sur la polarisation elliptique des rayons réfléchis et transmis par les lames métalliques minces*, p. 55 et 145.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXIX; mai 1890.

R.-F.-J. SMITH. — *Nouvelle forme de chronographe électrique*, p. 377.

WARD COLDRIDGE. — *Propriétés chimiques et électriques du chlorure stannique; signification des résultats obtenus au point de vue de la conductibilité électrique et de l'action chimique*, p. 383.

H. TOMLINSON. — *Points critiques de Villari pour le nickel et le fer*, p. 394.

G. GORE. — *Nouvelle méthode et nouveau département de la recherche chimique*, p. 401.

S. UMFREVILLE PICKERING. — *Nature des solutions*, p. 427.

T. MATHER. — *Sur la forme des bobines mobiles employées dans les instruments de mesure électriques*, p. 434.

SH. BIDWELL. — *Sur l'aimantation du fer dans les champs magnétiques intenses*, p. 440.

J.-J. THOMSON. — *Sur le passage de l'électricité à travers les gaz chauds*, p. 441.

SUR UN NOUVEAU TRANSPORT ÉLECTRIQUE DES SELS DISSOUS;

Par M. A. CHASSY.

Quand on électrolyse une dissolution saline, il est facile de reconnaître que la concentration du liquide autour des électrodes varie peu à peu, quelles que soient d'ailleurs les électrodes employées. Hittorf, en étudiant à fond ce phénomène, est parvenu à montrer que tout se passe comme si les ions, dont la combinaison forme le sel dissous, se transportaient à travers le liquide avec des vitesses différentes, l'ion électropositif ou cation se dirigeant suivant le sens du courant et l'anion dans le sens inverse.

Si, à la place d'un sel unique, nous électrolysons un mélange de deux sels, tels que l'un d'entre eux ne soit pas décomposé (nous prendrons, par exemple, un mélange de sulfates de cuivre et de zinc, ce dernier sel n'étant pas en proportion suffisante pour subir un commencement de décomposition électrolytique), nous trouverons, ainsi que je l'ai remarqué, que la teneur du liquide en sel non électrolysé varie vers les deux électrodes, et que cette variation peut être considérée comme le résultat d'un transport du sel même à travers le liquide sans séparation des parties constitutives de ce sel.

Nous étudierons d'abord ce transport spécial, ensuite nous le comparerons au phénomène du transport des ions.

Les dissolutions salines devant être électrolysées étaient placées dans une éprouvette à pied contenant deux électrodes disposées horizontalement l'une au-dessus de l'autre, l'inférieure étant prise comme électrode positive. Ces électrodes étaient en général de même métal que celui du sel électrolysé. Après le passage du courant, le liquide entier était divisé par décantation en deux parties à peu près égales. La composition du liquide primitif étant connue, ainsi que le volume de l'une des deux parties, la supérieure par exemple, on en déduisait la quantité de sel non électrolysé contenu avant le passage du courant dans cette partie du liquide; l'analyse de cette partie opérée après le passage du courant donnait la quantité réelle de sel qui s'y trouvait alors, et, par une simple différence, on obtenait la quantité de sel transportée à travers le plan sépa-

rateur des deux parties du liquide. Cette manière d'opérer suppose que le volume total du liquide n'a pas augmenté; ceci n'est pas rigoureusement vrai, mais cette augmentation est pratiquement négligeable.

En opérant ainsi, on trouve qu'il y a toujours un transport du sel non électrolysé, qu'il a lieu dans le sens du courant et que sa valeur est la même quelle que soit la position du plan à travers lequel il s'effectue.

La teneur du liquide en sel non électrolysé augmente donc vers l'électrode négative et diminue vers l'électrode positive.

L'électrode négative étant à la partie supérieure, il semblerait, si nous ne considérions que le résultat précédent, que la concentration du liquide doit aller en diminuant de bas en haut et que notre expérience était mal disposée; en réalité, l'ordre de concentration des couches liquides est en sens inverse par suite du phénomène prépondérant du transport des ions, qui tend à diminuer la densité du liquide vers l'électrode négative et à l'augmenter vers l'autre électrode.

La concentration du liquide ne varierait donc que dans des couches infiniment minces situées contre les électrodes, sans le phénomène de diffusion qui fait que ces variations se propagent peu à peu dans la masse du liquide. C'est pour cette raison que les expériences doivent être toujours suffisamment courtes et que, ainsi que nous l'avons déjà dit, les deux parties dans lesquelles on divisait le liquide étaient prises à peu près égales, afin que la composition de ce liquide ne pût varier vers le plan où a lieu le transport déterminé.

Le transport étudié s'est toujours montré proportionnel à l'intensité et au temps de passage du courant, c'est-à-dire à la quantité d'électricité qui a circulé dans l'électrolyte; cette quantité était mesurée à l'aide d'un voltamètre à sulfate de cuivre ou à nitrate d'argent placé dans le circuit. Toutes les expériences à comparer ont été ramenées à la même quantité d'électricité dépensée : celle correspondant au dépôt de 1 équivalent en grammes de cuivre ou d'argent.

Il s'agit maintenant de rechercher s'il existe des relations faciles à mettre en évidence entre le transport d'un sel non électrolysé et les quantités des différents sels contenues dans la dissolution.

Soient P le poids de l'eau de la dissolution, $p_a, p_b, \ldots, p_i, \ldots, p_n$ les poids des différents sels parmi lesquels le sel électrolysé est celui dont le poids est p_e. Tous ces sels sont supposés anhydres et doivent toujours posséder le même acide, afin d'éviter les doubles décompositions; dans certains cas cependant, on peut opérer sur des mélanges de sels à acides différents, par exemple dans celui du sulfate de potasse et de l'acétate de zinc, puisque ces deux sels n'agissent pas l'un sur l'autre ainsi que l'a montré M. Berthelot. Soit enfin q_i la quantité, évaluée en grammes, du sel de poids p_i qui a été transportée.

Nous trouvons en premier lieu que le transport q_i est indépendant de la quantité d'eau dans laquelle sont dissous les sels, c'est-à-dire indépendant de P. Par conséquent, toute formule donnant la valeur du transport q_i ne contiendra pas P et devra s'exprimer seulement à l'aide de $p_a, p_b, \ldots, p_n$. En effet, après avoir étudié les mélanges de deux sels, puis ceux d'un nombre quelconque de sels, nous sommes parvenu à la formule générale suivante

$$q_i = A_i \frac{p_i}{p_a + p_b + \ldots + p_i + \ldots + p_n},$$

dans laquelle A_i est une constante spéciale au sel non électrolysé considéré et absolument indépendante de la nature des autres sels en présence. L'exemple suivant est fourni par le cas, le plus complexe parmi ceux étudiés, du mélange des azotates de baryte, potasse, zinc, soude, magnésium, cobalt, cuivre et argent. Le poids du premier sel étant pris pour unité, la première colonne donne le poids des autres sels dans l'ordre où ils sont indiqués, la deuxième la quantité d'azotate de baryte qui a été transportée, enfin, la dernière cette même quantité calculée au moyen de la formule précédente, en donnant au coefficient A_i la valeur 16,19 :

	q.	
$p_a + \ldots + p_n$	trouvé.	calculé.
5 + 9 + 7 + 3 + 9 + 10 + 16	0,269	0,279
0,8 + 0,8 + 0,7 + 2 + 1 + 3 + 10,7	0,821	0,810
1 + 1 + 0,6 + 1 + 0,3 + 0,2 + 4,9	1,658	1,619
0,1 + 0,3 + 0,1 + 0,2 + 0,02 + 0,08 + 0,2...	8,080	8,095
0,05 + 0 + 0,15 + 0,1 + 0,4 + 0,2 + 0,1.....	8,337	8,095
0,1 + 0 + 0 + 0,06 + 0,2 + 0,04 + 0,1.......	11,20	10,79
0,1 + 0,01 + 0 + 0 + 0,08 + 0,1 + 0,3......	10,85	10,79

Nous pouvons remarquer que, dans la formule du transport des sels non électrolysés, le poids du sel électrolysé entre de la même manière que celui des autres sels. En d'autres termes, le transport d'un sel est influencé par la présence d'un sel électrolysé au même titre que par la présence d'un autre sel. Il était donc à présumer qu'à son tour un sel électrolysé devait subir le transport défini par la formule précédente : c'est en effet ce qui a lieu.

Il est nécessaire de revenir sur le transport des ions. Considérons une dissolution de sulfate de cuivre : nous savons que, du fait de l'électrolyse, la quantité de cuivre augmente peu à peu vers l'électrode négative (celui déposé sur cette électrode étant compté). Hittorf admet qu'il se fait un transport de cuivre dans le sens du courant, et du radical SO^4 dans le sens inverse. Cette hypothèse n'est aucunement justifiée ; il peut se faire que ce phénomène soit le résultat d'un transport de cuivre dans le sens du courant, d'acide dans le sens inverse et de sulfate de cuivre dans l'un ou l'autre sens. Nous démontrons le bien fondé de cette seconde hypothèse en ajoutant du sulfate de zinc au sel de cuivre et en montrant que le poids de sulfate de cuivre correspondant à l'augmentation totale du cuivre à l'électrode négative est la somme de deux autres poids, l'un indépendant de la quantité de sulfate de zinc et l'autre se représentant par une formule identique à celle du transport des sels non électrolysés.

En général, considérons un mélange de plusieurs sels. Soit p_e le poids du sel électrolysé (comme toujours, nous supposons les sels anhydres) ; soit q_e la quantité de ce sel correspondant à l'augmentation de la cation dans la partie négative, nous pouvons toujours poser

$$q_e = q'_e + A_e \frac{p_e}{p_a + \dots + p_e + \dots + p_n}.$$

Dans cette formule, A_e est un coefficient obtenu à l'aide de la formule de transport des sels non électrolysés, en se mettant dans le cas où cette formule est applicable au sel considéré. Il est évident que nous pouvons toujours écrire l'équation ci-dessus ; mais, pour qu'elle ait sa raison d'être, il faut que nous donnions une signification au terme q'_e qui n'est qu'un terme calculé : ce terme q'_e, spécial aux sels électrolysés, dépend seulement du rapport du

poids du sel correspondant au poids de l'eau de la dissolution, il est absolument indépendant des autres sels de la dissolution.

Cette propriété de q'_c d'être constant, pour un rapport donné du poids du sel au poids de l'eau, quand la quantité des autres sels varie, nous permet de calculer A_c autrement que de la manière indiquée ci-dessus. En effet, si nous faisons deux expériences avec deux poids p_a différents, nous aurons deux équations aux deux inconnues q'_c et A_c.

Le terme q'_c, comme nous venons de le dire, n'est une fonction que de $\frac{p_c}{P}$, P étant le poids de l'eau; mais il paraît difficile de le représenter par une formule simple. Quant à sa signification physique, nous pouvons répéter à son sujet ce que nous avons dit de l'interprétation de Hittorf sur le transport des ions; nous pouvons supposer que le poids de cation qu'il représente s'est transporté indépendamment de l'anion, ou bien qu'il est composé de deux parties, l'une représentant un transport du sel, l'autre un transport de la cation. Il nous est impossible de dire quelle hypothèse doit être admise.

L'exemple suivant est donné par le mélange des sulfates de potasse, de zinc, de nickel et de cuivre, ce dernier étant le sel électrolysé pour lequel A_c a la valeur 10,20. Le poids du sel de cuivre étant pris pour unité, les poids des autres sels sont indiqués dans la deuxième colonne. On vérifie facilement que q'_c n'est une fonction que de $\frac{p_c}{P}$.

$\frac{p_c}{P}$	$p_a + \dots + p_n$.	q_c.	q'_c.
	0 + 0 + 0	21,38	11,18
$\frac{1}{8}$	0,4 + 0,6 + 0	16,16	11,06
	0 + 1 + 0,5	15,17	11,09
	0 + 0 + 0	22,33	12,13
$\frac{1}{12}$	0,3 + 0,4 + 0,3	17,34	12,24
	0 + 0 + 1	17,19	12,09
	0 + 0 + 0	23,05	12,85
	1 + 0 + 0	18,02	12,92
$\frac{1}{16}$	1 + 0,5 + 0,5	16,11	12,71
	0,2 + 0,2 + 0,1	19,79	12,96
	0 + 0 + 0	26,07	15,87
$\frac{1}{30}$	3 + 1 + 0	17,89	15,79
	1 + 8 + 2	16,85	16,00

Quand on compare entre eux les coefficients A caractéristiques des sels, on arrive à la conclusion très remarquable qu'ils sont proportionnels aux poids moléculaires de ces différents sels supposés anhydres.

Ainsi prenons pour poids moléculaire du zinc le nombre 65, ce qui donne 161 pour celui du sulfate.

Soit A_z le coefficient relatif à ce dernier sel : si l'on multiplie le coefficient A d'un sel quelconque par

$$\frac{161}{A_z},$$

on obtient un nombre très voisin du poids moléculaire de ce sel, ainsi que le montrent les quelques exemples suivants :

Sels.	Poids moléculaires.	Résultats calculés.
K^2SO^4	174	180,4
$KAzO^3$............	101	97,4
Na^2SO^4	142	147,3
$NaAzO^3$............	85	85,3
$Ba(AzO^3)^2$	261	254,8
$BaCl^2$.............	208	213
$FeSO^4$	152	159
$AgAzO^3$...........	170	176
$CuSO^4$............	159	160,4
$(C^2H^3O^2)^2Zn$......	181	184,8

On remarquera qu'il y a une certaine divergence entre les deux colonnes; cela provient sans doute de ce que les sels étudiés n'étaient pas dans les conditions nécessaires pour que la comparaison des observations se fît avec la plus grande simplicité. D'ailleurs, ceci est vrai pour la température; car, en opérant successivement à 12° et 100°, on observe toujours que les nombres de la dernière colonne croissent avec la température, mais non pas dans le même rapport; par conséquent, la loi que nous considérons serait-elle rigoureuse à 12°, qu'elle ne le serait plus à 100°; il est donc évident qu'elle ne l'est pas non plus à 12°.

On voit donc que les coefficients A doivent être considérés comme fonctions du poids moléculaire, de la température et peut-être encore d'autres variables.

Tout ce qui a été dit jusqu'ici n'est exact qu'à la condition qu'il n'y ait dans la dissolution sur laquelle on opère ni sels

ammoniacaux ni acides libres. Dans le cas d'un sel ammoniacal, son transport ainsi que celui d'un sel métallique en présence s'expriment par les mêmes formules que précédemment, mais en multipliant le poids du sel ammoniacal par un coefficient constant et variable avec ce dernier sel. Si la liqueur contient un acide libre, les transports des différents composés ne peuvent plus s'exprimer qu'à l'aide de formules empiriques, ce qui ne présente plus aucun intérêt.

Il serait maintenant intéressant d'établir une hypothèse rendant compte de tous ces faits de transport, mais jusqu'à présent cela nous a été impossible. Nous devons pourtant écarter de suite une hypothèse très simple se présentant immédiatement à l'esprit, et consistant à supposer que le courant se partage entre les divers composés conducteurs du mélange comme entre des fils en dérivation sur les mêmes bornes, et que le transport de l'un de ces composés est proportionnel à la quantité d'électricité pour laquelle il a servi de conducteur. Considérons, en effet, un mélange de deux sels métalliques neutres. Supposons que dans 1[lit] il y ait m équivalents du premier sel et n du second. M. Bouty a montré que, pour un certain nombre de sels, on a, en représentant par 1 la conductibilité spécifique du mélange, $\frac{m}{m+n}$ pour la part de conductibilité du premier sel et $\frac{n}{m+n}$ pour celle du second.

Donc, en appelant p et p' les poids des deux sels, e et e' leurs équivalents, les conductibilités des deux sels sont

$$\frac{\frac{p}{e}}{\frac{p}{e}+\frac{p'}{e'}} \quad \text{et} \quad \frac{\frac{p'}{e'}}{\frac{p}{e}+\frac{p'}{e'}}.$$

En multipliant ces deux rapports par ee', on arrive à ce résultat que leurs transports doivent être proportionnels à

$$\frac{pe'}{pe'+p'e} \quad \text{et} \quad \frac{p'e}{pe'+p'e},$$

tandis que nous avons montré qu'en désignant par m et m' les poids moléculaires des deux sels, leurs transports étaient propor-

tionnels à

$$\frac{pm}{p+p'} \quad \text{et} \quad \frac{p'm'}{p-p'}.$$

En résumé, nous avons étudié un nouveau transport, s'exerçant seul sur les composés non électrolysés. L'étude de ce transport des sels non électrolysés nous a ensuite permis d'approfondir le phénomène connu sous le nom de *transport des ions*, en montrant que ce dernier transport est composé du transport des sels non électrolysés, joint à un autre analogue à celui des ions. Nous pouvons, enfin, déduire de tous les faits observés cette conséquence générale, que le transport d'un corps quelconque diminue toujours par l'adjonction d'un corps conducteur dans sa dissolution.

LE COEFFICIENT CRITIQUE ET LA CONSTITUTION MOLÉCULAIRE DES CORPS AU POINT CRITIQUE;

PAR M. PHILIPPE-A. GUYE.

1. Par des considérations empruntées à des Chapitres fort différents de la Physique et de la Chimie, j'ai été conduit à regarder le covolume b de l'équation des fluides comme proportionnel au pouvoir réfringent moléculaire. Voici les développements qui m'ont amené à ce résultat :

Dans l'équation fondamentale de M. van der Waals,

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = R(1 + \alpha t),$$

la constante b, désignée sous le nom de *covolume*, est égale à quatre fois le volume réellement occupé par les molécules, supposées sphériques, du gaz considéré sous l'unité de pression et sous l'unité de volume à la température de 0°.

Or, dans ces conditions, tous les gaz contiennent le même nombre de molécules, de sorte que *la constante b est proportionnelle au volume moléculaire vrai d'une molécule supposée sphérique*.

Des considérations d'Optique chimique, qui sont le résultat de travaux de MM. H.-A. Lorentz [1], L. Lorenz [2] et F. Exner [3], conduisent, d'autre part, à cette même notion du volume de la molécule supposée sphérique.

En effet, d'après les idées de Clausius, la fraction v de l'unité de volume d'un diélectrique réellement occupée par ses molécules supposées sphériques est donnée par l'expression

$$v = \frac{k-1}{k+2},$$

dans laquelle k représente la constante diélectrique du corps considéré.

Si l'on admet, avec Maxwell, que cette constante diélectrique est égale au carré de l'indice de réfraction n rapporté à une radiation de longueur d'onde infinie, on aura

$$v = \frac{n^2-1}{n^2+2}.$$

En outre, le poids de l'unité de volume d'un corps étant égal à sa densité d, le rapport $\frac{d}{v}$ représentera le poids spécifique vrai des molécules supposées sphériques.

Divisant enfin le poids moléculaire M par le poids spécifique vrai, l'expression ainsi obtenue $\frac{v}{d}\mathrm{M} = \frac{n^2-1}{n^2+2}\,\frac{\mathrm{M}}{d} = \mathrm{MR}$ $\left(\text{en posant } \mathrm{R} = \frac{n^2-1}{n^2+2}\,\frac{1}{d}\right)$ n'est autre que le *pouvoir réfringent moléculaire* des chimistes, soit *le produit du pouvoir réfringent spécifique par le poids moléculaire*, suivant la notation introduite par M. Berthelot.

De ce qui précède, il résulte que *le pouvoir réfringent moléculaire est proportionnel au volume moléculaire vrai d'une molécule supposée sphérique.*

Rapprochant cette définition de celle qui a été donnée plus haut

(1) *Wied. Ann.*, t. IX, p. 641.
(2) *Wied. Ann.*, t. XI, p. 70.
(3) *Wien Monatshefte für Chem.*, t. VI, p. 249.

de la constante b, on peut conclure qu'en désignant par F un facteur constant, le même pour tous les corps, on doit avoir la relation

$$b = \mathrm{FMR}$$

ou, en d'autres termes, que *le covolume b de l'équation des fluides est proportionnel au pouvoir réfringent moléculaire*.

Il va de soi que les équations par lesquelles on remplace quelquefois l'équation de M. van der Waals, en particulier celles de Clausius et de M. Sarrau, conduiraient au même résultat. Toutes ces formules sont, en effet, basées sur la notion du covolume.

On pourrait en dire autant de la formule $(n^2 - 1)(v - \beta) = C$ par laquelle M. Ketteler propose de remplacer la formule de MM. Lorenz et Lorentz; le produit $M\beta$ est, en effet, proportionnel au volume moléculaire (*Zeitschrift für physikalische Chemie*, t. II, p. 905).

II. Soient π, $\mathfrak{I}$ et φ la pression, la température et le volume critiques; ces quantités sont reliées entre elles par l'équation

$$(1) \qquad \frac{3}{8}(1 + \alpha\mathfrak{I}) = \frac{\pi\varphi}{(1 + 3\pi\varphi^2)\left(1 - \frac{\varphi}{3}\right)}.$$

Le produit des deux binômes du dénominateur étant très voisin de 1, cette expression pourra être remplacée par

$$(2) \qquad \frac{3}{8}(1 + \alpha\mathfrak{I}) = \pi\varphi,$$

d'où l'on tire, en tenant compte de la valeur de $\alpha = \frac{1}{273}$,

$$(3) \qquad \frac{273 + \mathfrak{I}}{\pi} = \frac{8}{3}\,273\,\varphi.$$

Comme on démontre, d'autre part, que $\varphi = 3b$ et que, de plus, $b = \mathrm{FMR}$, on aura

$$(4) \qquad x = \frac{273 + \mathfrak{I}}{\pi} = \mathrm{VMR},$$

expression dans laquelle V est une constante, la même pour tous les corps, et x désigne le rapport de la température critique absolue

à la pression critique; j'appellerai dorénavant ce rapport *coefficient critique*.

La formule par laquelle M. Sarrau remplace l'équation de M. van der Waals conduirait au même résultat, car elle permet d'établir entre la température critique et la pression critique la relation suivante

$$(5) \qquad \frac{273 + \vartheta}{\pi} = 8 \times 273\gamma = 8 \times 273(b + \beta),$$

expression dans laquelle il suffit de regarder β comme négligeable ou proportionnel à b pour conclure que le coefficient critique est proportionnel au covolume.

De l'une et l'autre manière, on est conduit à cette loi approchée :

Le coefficient critique est proportionnel au pouvoir réfringent moléculaire.

III. Il s'agit maintenant de voir comment cette loi théorique est vérifiée par les données d'expérience.

En raison de la nature des unités dans lesquelles sont exprimées ces diverses quantités, les pouvoirs réfringents moléculaires (MR) sont plus grands, numériquement parlant, que les coefficients critiques. J'ai donc vérifié la relation (5) en calculant le rapport f de MR à x, soit $f = \frac{MR}{x}$. On aura donc

$$V = \frac{1}{f}.$$

Quelques explications sont nécessaires sur le choix des données numériques dont j'ai fait usage.

Les températures critiques et les pressions critiques qui servent à fixer les valeurs de x sont tirées d'un assez grand nombre de Mémoires, dont les auteurs ont été désignés par les abréviations suivantes [1] :

---

[1] Pour toute la bibliographie, je renvoie à l'article *Point critique*, qui doit paraître avec une des premières livraisons du nouveau supplément du Dictionnaire de Wurtz.

MM.		MM.	
Andrews	Ad.	Paulewski	P.
Ansdell	As.	Ramsay..............	R.
Dewar...............	D.	Ramsay et Yung......	R.Y.
Hannay..............	H.	Sajotschewski........	Sj.
Janssen..............	J.	Strauss..............	St.
Ladenburg......... .	L.	Vincent et Chappuis..	V.C.
Nadesjdine	N.	Van der Waals.... . .	V.d.W.
Olzewski............	O.	Wroblewski.........	W.

Lorsque les constantes critiques d'un même corps ont été déterminées par plusieurs observateurs, j'ai toujours fait entrer toutes les observations dans les calculs de vérification. De cette façon, on se fera une idée plus exacte du degré de précision auquel on peut prétendre.

Les chiffres réunis dans le Tableau I montrent qu'en ce qui concerne le coefficient critique $\varkappa$, cette précision laisse encore à désirer. On ne peut répondre de la première décimale de la valeur de $\varkappa$, et des déterminations d'observateurs différents ne concordent en moyenne qu'à 10 pour 100 près, l'incertitude étant même dans quelques cas de 20 pour 100.

TABLEAU I.

Valeurs de $\varkappa$ déduites d'expériences indépendantes.

Corps.	$\varkappa$.	Observateurs.
Protoxyde d'azote.......	4,[illegible]	J.
Protoxyde d'azote.......	4,1	D.
Acide carbonique........	4,2	Ad.
Acide carbonique........	3,9	Ad.
Éthylène	5,5	D.
Éthylène	4,9	V.d.W.
Ammoniaque........ ...	3,6	V.C.
Ammoniaque.......	3,5	D.
Alcool méthylique.......	7,3	N.
Alcool méthylique.......	6,9	H.
Alcool éthylique.	8,2	Sj.
Alcool éthylique.	8,0	R.Y.
Alcool éthylique.........	7,9	H.
Alcool propylique..... ..	10,6	R.Y.

TABLEAU I (*suite*).

Valeurs de $\varkappa$ déduites d'expériences indépendantes.

Corps.	$\varkappa$.	Observateurs.
Alcool propylique........	9,9	N.
Formiate d'éthyle.......	10,3	Sj.
Formiate d'éthyle.......	10,2	N.
Acétate de méthyle......	10,6	N.
Acétate de méthyle.....	8,7	Sj.
Acétate d'éthyle.........	13,1	N.
Acétate d'éthyle...	12,0	Sj.
Chlorure d'éthyle........	8,7	Sj.
Chlorure d'éthyle........	8,4	V. C.
Éther éthylique.........	13,1	R. Y.
Éther éthylique.........	12,5	Sj.
Éther éthylique.........	11,7	R.
Benzène................	11,2	Sj.
Benzène................	9,3	R.
Diéthylamine............	12,7	Sj.
Diéthylamine............	12,2	V. C.
Acide chlorhydrique.....	3,4	V. C.
Acide chlorhydrique.....	4,0	D.

L'incertitude qui règne sur la valeur des coefficients critiques doit être attribuée à plusieurs causes encore assez mal étudiées, mais dont les effets ressortent incontestablement de l'ensemble des recherches faites jusqu'à présent sur la mesure des constantes critiques. J'espère revenir prochainement sur ces causes d'erreur.

Les pouvoirs réfringents moléculaires constituent le deuxième élément numérique entrant dans la formule (5). S'il s'agissait d'avoir leur valeur pour une radiation du spectre visible, l'exactitude avec laquelle ils sont en général déterminés est plus que suffisante. D'après M. Brühl, les erreurs d'observation ne dépassent pas $\pm$ 0,3 pour un poids moléculaire égal à 100.

Mais la relation (5) a été établie pour le cas où l'indice de réfraction n est rapporté à une radiation de longueur d'onde infinie, et, malheureusement, dans ce cas, aucune formule de dispersion ne conduit à des résultats bien satisfaisants ([1]).

([1]) BRUHL, *Chem. Ber.*, t. XIX, p. 2821.

Faute de mieux, j'ai adopté les valeurs que M. Brühl et M. Landolt avaient calculées au moyen de la formule de Cauchy

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \ldots,$$

qui, pour $\lambda = \infty$, donne $n = A$. Je me suis cru autorisé à procéder ainsi, parce que tous les corps sur lesquels ont porté mes vérifications numériques présentent une faible dispersion, et qu'alors l'erreur commise est nécessairement réduite à un minimum. Les pouvoirs réfringents moléculaires des Tableaux III et IV sont donc rapportés, autant qu'on peut le faire, à un rayon de longueur d'onde infinie.

Relativement au Tableau II, on ne possède pas tous les éléments suffisants pour faire cette réduction; j'ai adopté les valeurs du pouvoir réfringent moléculaire rapportées à la raie D du sodium, qui doivent différer très peu des valeurs ramenées à une radiation de longueur d'onde infinie. En effet, tous les composés qui figurent dans le Tableau II présentent une très faible dispersion.

Les déterminations des pouvoirs réfringents moléculaires, exécutées par des observateurs différents, étant en général très concordantes, je n'ai fait entrer dans mes calculs qu'une seule observation de cette constante.

Tableau II.

Les pouvoirs réfringents moléculaires se rapportent à la raie D. *Ceux des trois premiers corps sont tirés du Mémoire de M. Bleekrode* ([1]). *Les autres ont été calculés, au moyen des données de Regnault et de M. Mascart, par M. J.-W. Brühl, qui a eu l'extrême obligeance de me communiquer ses résultats. Les densités des corps gazeux entrant dans la valeur de* MR *sont naturellement réduites à celle de l'eau à* 4°.

Corps.	$273+\vartheta$.	π.	$\varkappa$.	Observateurs.	MR.	*f*.
Acide sulfureux SO^2......	428,4	78,9	5,4	Sj.	9,79	1,8
Cyanogène $(CN)^2$........	397	61,7	6,4	D.	12,17	1,9
Ammoniaque NH^3........	403	115	3,5	D.	6,43	1,8
Ammoniaque NH^3........	404	113	3,6	V. C.	»	1,8
Protoxyde d'azote N^2O...	309,4	73,1	4,2	J.	7,69	1,9
Protoxyde d'azote N^2O...	308,4	75,0	4,1	D.	»	1,9
Bioxyde d'azote NO......	179,5	71,2	2,5	O.	4,43	1,8
Acide carbonique CO^2....	304	73,0	4,2	Ad.	6,74	1,6
Acide carbonique CO^2....	304	77,0	3,9	Ad.	»	1,7
Éthylène C^2H^4...........	282,2	58,0	4,9	V. d. W.	10,79	(2,2)
Éthylène C^2H^4...........	283,1	51,0	5,5	D.	»	2,0
Acétylène C^2H^2..........	310,1	68,0	4,6	As.	9,11	2,0
Acide chlorhydrique HCl.	325,3	86,0	4,0	D.	6,70	1,9
Acide chlorhydrique HCl.	324,5	96,0	3,4	V. C.	»	2,0

Tableau III.

uvoirs réfringents moléculaires tirés des expériences de M. Landolt et de *If. Brühl, calculés à nouveau par M. Landolt* ([2]) *et rapportés à une radiation* *le longueur d'onde infinie.*

Corps.	$273+\vartheta$.	π.	$\varkappa$.	Observateurs.	MR.	*f*.
:ool éthylique C^2H^5OH..........	507,3	62,1	8,2	Sj.	12,47	(1,5)
:ool éthylique C^2H^5OH..........	516,6	64,34	8,0	R. Y.	»	1,6
:ool éthylique C^2H^5OH..........	507,3	64,5	7,9	H.	»	1,6
:ool propylique C^3H^7OH.........	529	53,3	9,9	N.	17,09	1,7
:ool propylique C^3H^7OH.........	530,7	50,16	10,6	R. Y.	»	1,6
:ool isopropylique C^3H^7OH......	507,6	53,0	9,6	N.	17,12	1,8
ètone $CH^3.CO.CH^3$.............	505,8	52,2	9,7	Sj.	15,71	1,7
:ool isobutylique $\begin{matrix} C^2H^5 \\ CH^3 \end{matrix} \rangle CH^2OH$..	538,0	48,27	11,1	N.	21,55	1,9

([1]) *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 109.

([2]) *Sitzungsber. der Akad. der Wissensch.*, p. 64; Berlin, 1882.

TABLEAU III (*suite*).

Pouvoirs réfringents moléculaires tirés des expériences de M. Landolt et de M. Brühl, calculés à nouveau par M. Landolt et rapportés à une radiation de longueur d'onde infinie.

Corps.	273 + θ.	π.	α.	Observateurs.	MR.	f.
Formiate d'éthyle $HCO^2C^2H^5$	503,0	48,7	10,3	Sj.	17,59	1,7
Formiate d'éthyle $HCO^2C^2H^5$	506,1	49,16	10,2	N.	»	1,7
Acétate de méthyle $CH^3CO^2CH^3$	502,8	57,6	8,7	Sj.	17.69	2,0
Acétate de méthyle $CH^3CO^2CH^3$	505,9	47,54	10,6	N.	»	1,7
Acétate d'éthyle $CH^3CO^2C^2H^5$	512,8	42,6	12,0	Sj.	22,14	1,8
Acétate d'éthyle $CH^3CO^2C^2H^5$	522,5	39,65	13,2	N.	»	1,7
Chlorure de propyle C^3H^7Cl	494	49	10,1	V. C.	20,35	2,0
Éther $C^2H^5.O.C^2H^5$	463	36,9	12,5	Sj.	21,89	1,8
Éther $C^2H^5.O.C^2H^5$	467	35,65	13,1	R. Y.	»	1,7
Éther $C^2H^5.O.C^2H^5$	468,5	40,0	11,7	R.	»	1,9
Acétate de propyle $CH^3.CO^2C^3H^7$	594,3	34,80	15,8	N.	26,32	1,7
Butyrate de méthyle $C^3H^7CO^2CH^3$	551,0	36,02	15,2	N.	26,29	1,7
Butyrate d'éthyle $C^3H^7CO^2C^2H^5$	565,8	30,24	18,7	N.	30,63	1,6
Valérianate d'éthyle $C^4H^9CO^2C^2H^5$	566,7	31,59	18,0	N.	35,31	2,0
Thiophène C^4H^4S	590,3	47,7	12.3	P.	23.73 [1]	1,9

Indépendamment des corps qui figurent dans les Tableaux II et III, il en est d'autres (réunis dans le Tableau IV) dont on connaît les constantes critiques, mais non les pouvoirs réfringents moléculaires. On peut suppléer à ce manque de données en calculant les pouvoirs réfringents moléculaires au moyen des règles posées par M. Brühl [2]. Les beaux travaux de ce savant, faisant suite aux recherches restées classiques de MM. Gladstone, Dale, Landolt et Wüllner, ont en effet démontré que, tant qu'il s'agit de corps de faible dispersion, ce qui est certainement le cas de tous les composés figurant dans le Tableau IV, on obtient ainsi des nombres qui concordent d'une manière très satisfaisante avec ceux que donne l'expérience. Les valeurs de f, consignées dans le Tableau IV, se rapportent à une radiation de longueur d'onde infinie.

(¹) Valeur approchée calculée par réduction proportionnelle, au moyen d'une détermination de MM. Nasini et Scala (*Jahresbericht der Chemie*, p. 294; 1886), qui ont trouvé pour valeur du pouvoir réfringent moléculaire du thiophène 24,13, relativement à la raie α de l'hydrogène.

(²) *Zeitsch. f. physikal. Chem.*, t. I, p. 310 et 338.

TABLEAU IV.

voirs réfringents moléculaires, calculés au moyen des coefficients atomiques e réfraction de MM. Landolt et Brühl (¹), *rapportés à une radiation de longueur d'onde infinie.*

Corps.	$273+\theta$.	π.	κ.	Observateurs.	MR.	f.
hane CH^4	191,2	54,9	3,5	O.	6,51	1,9
hane CH^4	173,5	50	3,5	D.	»	1,9
ane C^2H^4	308	45,2	6,9	D.	10,98	1,6
orure de méthyle CH^3Cl	414,5	73	5,7	V. C.	11,38	2,0
orure d'éthyle C^2H^5Cl	455,6	52,6	8,7	Sj.	15,85	1,8
orure d'éthyle C^2H^5Cl	455,5	54	8,4	V. C.	»	1,9
miate de propyle $HCO^2C^3H^7$	533,8	42,70	12,5	N.	21,73	1,7
tate d'isobutyle $CH^3CO^2C^4H^9$	561,3	31,40	17,9	N.	30,67	1,7
poniate de méthyle $C^2H^5CO^2CH^3$	528,7	39,88	13,2	N.	21,73	1,6
utyrate d'éthyle $C^3H^7CO^2C^2H^5$	553,4	30,13	18,4	N.	30,67	1,7
hylamine CH^3NH^2	428	72	5,9	V. C.	10,40	1,8
iéthylamine $(CH^3)^2NH$	436	56	7,8	V. C.	14,87	1,9
néthylamine $(CH^3)^3N$	433,5	41	10,6	V. C.	19,34	1,8
thylamine $(C^2H^5)^2NH$	493,0	38,7	12,7	Sj.	23,81	1,9
thylamine $(C^2H^5)^2NH$	489,0	40	12,2	V. C.	»	2,0
éthylamine $(C^2H^5)^3N$	532,0	30	17,7	V. C.	32,75	1,9
pylamine $C^3H^7NH^2$	491,0	50	9,8	V. C.	19,34	2,0
ropylamine $(C^3H^7)^2NH$	550,0	31	17,7	V. C.	32,75	1,9
de de méthyléthyle $CH^3OC^2H^5$	441,4	46,27	9,6	N.	17,01	1,8
mylène C^5H^{10}	464,0	33,9	13,7	N.	23,94	1,7

De l'ensemble des données numériques réunies dans les Tableaux II, III et IV, on peut conclure que f conserve une valeur à peu près constante, variant de 1,6 à 2,0 si l'on excepte la valeur 1,5 pour une détermination relative à l'alcool et la valeur 2,2 pour une détermination relative à l'acétylène. Les trois quarts des valeurs de f sont, en outre, comprises entre 1,7 et 1,9, ce qui augmente la probabilité de la moyenne générale 1,8.

Les valeurs extrêmes 1,6 et 2,0 sont en écart de 10 pour 100

(¹) LANDOLT, *Sitz. Ber. der Akad. d. Wissensch.*, p. 91; Berlin, 1882.

Tous ces calculs étaient terminés lorsque j'ai eu connaissance d'un travail récent de MM. Gladstone et Perkin (*Chim. Soc.*, t. LV, p. 750) sur les pouvoirs réfringents des bases organiques. Les valeurs de MR, qu'on peut déduire des déterminations de ces deux savants, concordent d'une manière très satisfaisante avec celles que j'ai admises dans le Tableau IV. J'ai donc jugé inutile de refaire ces calculs, qui auraient conduit à la même valeur moyenne de f.

[illegible]

[illegible] le T[illegible] V. [illegible]

[illegible] MM. [illegible]

TABLEAU V.

Coefficients atomiques critiques.

Pour un atome de carbone $[C]_x$	1,35
» » d'hydrogène $[H]_x$	0,57
» » d'oxygène simplement lié $[O-]_x$	0,87
» » » doublement lié $[O=]_x$	1,27
» » de chlore $[Cl]_x$	3,27
» » d'azote simplement lié $[N=]_x$	1,60
» » » triplement lié $[N\equiv]_x$	1,86
» » de brome $[Br]_x$	4,83
» une double liaison entre 2 atomes C $[=]_x$	0,88
» une triple » » $[\equiv]_x$	1,03
» un atome de phosphore $[P]_x$	3,01

Remarque I. — Le coefficient $[N\equiv]_x$ a été déduit de la valeur du coefficient critique du cyanogène 6,43, par soustraction de $2[C]_x = 2,70$. La différence 3,73 divisée par 2 donne la valeur du coefficient critique de l'atome d'azote triplement lié, soit 1,86.

Remarque II. — Le coefficient $[P]_x = 3,01$ est déduit du pouvoir réfringent du gaz PH^3.

Au moyen de ces coefficients, qui, en toute rigueur, ne concernent que les corps organiques, on peut calculer la valeur du coefficient critique d'un composé dont on connaît la formule moléculaire. Les écarts entre les résultats calculés et ceux donnés par l'expérience dépassent rarement 10 pour 100. C'est dire qu'ils sont compris dans les limites des erreurs d'observation.

Exemples de calculs :

1° Coefficient critique de l'acétate d'éthyle $CH^3COOC^2H^5$:

$4[C]_x$	5,40
$8[H]_x$	4,56
$1[O-]_x$	0,87
$1[O=]_x$	1,27
	12,10

L'expérience a donné 12,0 et 12,4.

2° Coefficient critique de l'acétylène $CH \equiv CH$:

$2[C]_x$	2,70
$2[H]_x$	1,14
$1[\equiv]_x$	1,03
	4,87

L'expérience a donné 4,6.

Voici encore quelques valeurs obtenues par le calcul, comparées à celles que donne l'expérience :

Corps.	x calculé.	x observé.
Chlorure d'éthyle C^2H^5Cl	8,8	8,4– 8,7
Formiate d'éthyle $HCO^2C^2H^5$	9,6	10,2–10,3
Éther éthylique $C^2H^5OC^2H^5$	12,4	11,7–12,5
Méthane CH^4	3,6	3,5
Méthylamine CH^3NH^2	5,8	5,9
Acétone CH^3COCH^3	8,7	9,7
Éthylène C^2H^4	5,9	5,6– 4,2
Alcool propylique $CH^3CH^2CH^2OH$	9,5	9,9–10,6
Acide carbonique CO^2	3,9	3,9– 4,2
Ammoniaque NH^3	3,3	3,5– 3,6
Azote $N^2(N{\equiv}N)$	3,7	3,6– 3,9
Bioxyde d'azote (N—O)	2,5	2,5
Protoxyde d'azote (N^2O)	4,1	4,1– 4,2
Valérianate d'éthyle $C^4H^9CO^2C^2H^5$	19,6	18,4

Ces exemples, auxquels on pourrait en ajouter plusieurs autres, me paraissent justifier complètement la notion des coefficients atomiques critiques, telle qu'elle est établie plus haut. On peut donc conclure d'une manière générale que :

Le coefficient critique d'un corps est égal à la somme des coefficients critiques des atomes qui constituent sa molécule, augmentée, dans certains cas, de coefficients dépendant de la nature des liaisons des atomes entre eux.

La seule connaissance du coefficient critique est dès lors suffisante pour fixer la valeur du poids moléculaire au point critique, tout au moins pour choisir, entre les divers multiples d'une formule, celui qui représente la vraie grandeur moléculaire d'un corps dont on a déterminé expérimentalement le coefficient critique. Je prends pour exemple le cas du formiate de propyle, dont le coefficient critique déterminé par l'expérience est 12,5. Il est évident que la vraie grandeur moléculaire de ce corps au point critique est représentée par la formule $C^4H^8O^2$ qui conduit à une valeur du coefficient critique de 12,1, tandis que la formule simple C^2H^4O devrait donner 6,1 et la formule double 24,2.

V. Je laisse de côté diverses applications que l'on peut tirer des conclusions déjà établies, applications que j'espère traiter avec tous les détails qu'elles comportent dans un Mémoire plus complet ([1]). Il me reste dès lors à passer en revue quelques exceptions à la loi de proportionnalité entre le coefficient critique et le pouvoir réfringent moléculaire.

Ces exceptions peuvent être classées en quatre groupes différents :

1° Quelques corps (éthylamine, benzine, chloroforme et hydrogène sulfuré) sont caractérisés par une valeur de f voisine de 2,2. Une correction de 10 pour 100, comprise par conséquent dans les limites des erreurs d'observation, ramènerait à la valeur normale de $f = 2,0$. On peut donc se demander s'il n'y pas là quelques erreurs d'expérience, et s'il ne conviendrait pas de refaire quelques-unes de ces déterminations.

2° D'autres composés (tétrachlorure de carbone, chlorure d'éthylène et d'éthylidène, chlore, sulfure de carbone) conduisent à des valeurs de f comprises entre 2,4 et 3,4. Mais tous ces corps attaquent le mercure à des températures pour la plupart inférieures à leurs températures critiques. Leurs constantes critiques ne se rapportent donc pas à des substances pures, et ne peuvent par conséquent satisfaire à la loi proposée.

3° Les trois gaz, oxygène, azote et oxyde de carbone, dont les températures critiques sont à 118°, 146°, 140° au-dessous de zéro, ne satisfont pas non plus à la relation $MR : x = f$. Les valeurs de f sont alors comprises entre 1,1 et 1,4. On remarquera que les pouvoirs réfringents moléculaires de ces gaz déterminés à la température ordinaire ne le sont pas dans des conditions comparables à celles des corps réunis dans les Tableaux II, III et IV. Pour tous ces composés, la quantité MR a été mesurée dans le voisinage de la température critique ou même à une température notablement inférieure. Rien ne prouve que la quantité MR reste absolument identique à elle-même dans d'aussi grands intervalles de température au-dessus et au-dessous de la température critique.

4° L'eau et l'alcool méthylique, enfin, conduisent à des valeurs de f voisines de 1,1, ce qui pourrait peut-être s'expliquer en

---

([1]) Ce Mémoire est destiné aux *Annales de Chimie et de Physique*.

admettant que ces deux corps conservent au point critique le poids moléculaire double qu'on leur trouve lorsqu'on les étudie à la température ordinaire par la méthode cryoscopique de M. Raoult.

Quoi qu'il en soit de l'interprétation donnée à ces diverses exceptions (qui appellent certainement de nouvelles expériences), on reconnaîtra que les conditions dans lesquelles elles se produisent ne permettent pas d'en tirer un argument contre la loi précédemment établie.

D'autre part, on n'oubliera pas non plus que cette loi ne peut être qu'approchée. Au point de vue théorique, on ne peut établir la proportionnalité entre le pouvoir réfringent moléculaire et le coefficient critique qu'en supposant ce dernier rigoureusement proportionnel au covolume, ce qui n'est probablement pas toujours le cas.

En outre, il faut prévoir dès maintenant que, pour les corps fortement dispersifs, la relation établie devra se trouver en défaut, la formule de Cauchy conduisant alors à des résultats erronés et ne nous permettant par conséquent plus de calculer avec une approximation suffisante l'indice de réfraction pour un rayon de longueur d'onde infinie.

Ces réserves faites, les résultats qui viennent d'être exposés n'en sont donc pas moins une confirmation des vues théoriques de Clausius, de Maxwell, de MM. van der Waals, Lorenz et Lorentz. Ils permettent de préciser la notion du coefficient critique; ils fournissent enfin un moyen de déterminer la grandeur moléculaire des corps au point critique. C'est à ce titre qu'il m'a paru intéressant de les publier.

DÉTERMINATION DE LA DIFFÉRENCE DE POTENTIEL AU CONTACT DE DEUX LIQUIDES;

PAR M. G. GOURÉ DE VILLEMONTÉE.

Des recherches sur la détermination de la différence de potentiel au contact d'un métal et d'un liquide, dont j'ai donné une courte analyse dans le *Journal de Physique* (1), m'ont amené à reprendre

(1) 2e série, t. IX, p. 65.

la détermination de la différence de potentiel au contact de deux liquides.

Toutes les expériences ont été faites avec un condensateur placé dans l'air et par la méthode d'écoulement où l'on emploie pour égaliseur de potentiel la formation de gouttes liquides à l'intérieur d'une enceinte portée à un potentiel V. D'après l'opinion émise par Maxwell et généralement admise aujourd'hui, une différence de potentiel peut exister : 1° au contact des métaux M et des milieux isolants I dans le condensateur; 2° au contact de la goutte liquide L' et du milieu isolant I dans lequel l'écoulement est produit. Les deux différences de potentiel seront désignées dans la suite par I | M, I | L.

I. *Principe de la méthode.* — Soient M, M' deux métaux différents, trois expériences permettent de déterminer séparément :

$$d = \mathrm{I} \mid \mathrm{M} + \mathrm{M} \mid \mathrm{M}' + \mathrm{M}' \mid \mathrm{I}, \tag{1}$$

$$d' = \mathrm{I} \mid \mathrm{M} + \mathrm{M} \mid \mathrm{L} + \mathrm{L} \mid \mathrm{I}, \tag{2}$$

$$d'' = \mathrm{I} \mid \mathrm{M} + \mathrm{M} \mid \mathrm{L} + \mathrm{L} \mid \mathrm{L}' + \mathrm{L}' \mid \mathrm{I}. \tag{3}$$

1° *Mesure de d.* — La différence *d* a été mesurée par une méthode d'opposition indiquée par M. Pellat ([1]).

Pour obtenir les métaux M, M' toujours identiques et éviter tout travail mécanique, j'ai employé dans toutes mes expériences des métaux obtenus par dépôts galvaniques. Les dépôts lavés à la sortie des bains sous un courant d'eau étaient ensuite nettoyés avec de l'alcool et des linges ne contenant ni savon, ni trace de matières étrangères ([2]). Les nombres obtenus sont constants, lorsque les déterminations précèdent toute altération chimique ou mécanique.

Une altération spontanée et progressive a lieu à l'air du laboratoire, devient sensible pour le zinc quelques jours après la formation du dépôt galvanique et peut atteindre quelques dixièmes de volt après quelques mois. La différence I entre deux plateaux de laiton recouverts de zinc, le premier le 25 février 1888, le se-

---

([1]) *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. XXIV.
([2]) *Journal de Physique*, 2e série, t. IX, p. 67.

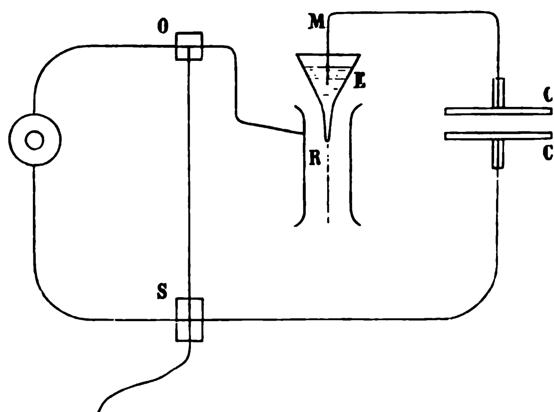
cond, le 6 décembre 1887, a été trouvée, le 28 février 1888,

$$Zn_{\text{février } 1888} \mid Zn_{\text{décembre } 1887} = +0^{\text{volt}},258.$$

Tout nettoyage chimique ou mécanique altère les métaux dans des limites souvent même plus étendues. L'emploi de dépôts galvaniques m'a paru le seul procédé convenable pour obtenir des métaux purs et comparables, comme je l'ai indiqué dans ce journal (*loc. cit.*);

2° *Mesure de d'.* — J'ai déterminé d' par la méthode suivante : un liquide L placé dans un entonnoir E, parfaitement isolé, s'écoule en se séparant en gouttelettes par l'extrémité K à l'intérieur d'un tube de métal R relié à l'extrémité O d'un fil OS. On plonge dans le liquide L un fil de métal M relié à l'un des plateaux d'un condensateur formé du même métal. Le second plateau du condensateur est rattaché à l'extrémité S du fil OS. L'extrémité S est maintenue constamment au sol.

Fig. 1.



Si aucune différence de potentiel n'existe entre O et S, la somme des différences de potentiel depuis la surface intérieure du tube jusqu'au second plateau du condensateur est

$$(2)\qquad d' = \mathrm{I} \mid \mathrm{L} + \mathrm{L} \mid \mathrm{M} + \mathrm{M} \mid \mathrm{I};$$

le condensateur est chargé. Si l'on établit alors, à l'aide d'une pile constante, une différence de potentiel $-d'$ entre V et S, la

charge du condensateur devient nulle. Un électromètre de Hankel, chargé par 200 éléments Volta, employé comme électroscope, permet de reconnaître l'existence d'une charge très faible du condensateur et, par suite, de déterminer avec une très grande approximation la différence — *d'* nécessaire pour compenser l'effet de *d'*. La description complète de l'appareil et la discussion des résultats ont été données dans ce Journal (¹) et dans un Mémoire intitulé : *Recherches sur la différence de potentiel au contact d'un solide et d'un liquide* (thèse pour le Doctorat, juillet 1888).

Les liquides employés sont des dissolutions de sulfates dans l'eau distillée fournie par la même usine, précaution que j'ai discutée et reconnue nécessaire dans les Mémoires antérieurs (*loc. cit.*). Le poids en grammes de sulfate pur dissous dans 1^{lit} est indiqué par l'indice inscrit auprès de la lettre D, l'espèce du sulfate est désignée par le symbole du métal. $D_{10}(-M)$ est une dissolution contenant 10^{gr} de sulfate pur du métal M par litre d'eau distillée.

Je rappellerai ici que les résultats sont constants en employant des métaux obtenus par dépôts galvaniques et des dissolutions de sulfates purs dans l'eau distillée. La discussion des conditions dans lesquelles se trouve le métal au moment de son immersion dans ces liquides étant fondamentale, j'ai examiné l'influence des altérations et des décapages par la méthode suivante : deux fils de cuivre reliés l'un à la pointe, l'autre à la cuvette d'un électromètre capillaire, ont été plongés simultanément dans une même dissolution de sulfate de cuivre $D_{10}(Cu)$; j'ai déterminé la différence de potentiel aux deux pôles de l'élément ainsi constitué. Des expériences analogues ont été faites avec deux fils de zinc et une dissolution $D_{10}(Zn)$. Les résultats ont été les suivants :

1. La différence de potentiel entre les fils est absolument nulle : 1° lorsque les deux fils ont été préparés par voie galvanique au moment de la détermination; 2° lorsque les fils préparés par voie galvanique plusieurs mois auparavant, altérés à la surface, ont été décapés par des procédés mécaniques ou chimiques au moment de la détermination.

(¹) 2ᵉ série, t. IX, p. 71.

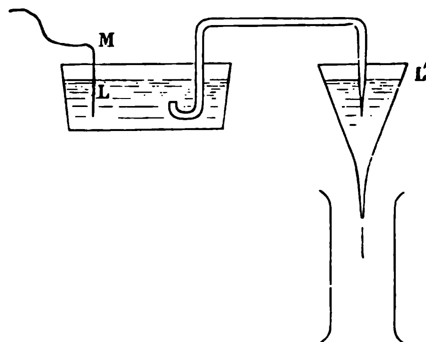
2. Si l'on plonge dans une même dissolution deux fils préparés comme il a été dit et exposés à l'air pendant une durée comprise entre deux mois et neuf mois, la différence de potentiel aux pôles de l'élément ainsi formé est comprise entre $0^{volt},027$ et $0^{volt},003$ et diminue rapidement avec la durée de l'immersion sans devenir nulle.

Les fils, avant chaque détermination, sont lavés avec de l'alcool et des linges ne contenant aucune trace de savon ou de matières étrangères.

3° *Mesure de d''*. — L'entonnoir rempli d'un liquide L' communique par un siphon, dont une branche est capillaire, avec le liquide précédent L, placé dans un cristallisoir parfaitement isolé sur des supports à acide sulfurique renfermés dans des caisses dont l'air est desséché, comme dans les expériences précédentes.

Le métal M est plongé dans le liquide L. L'expérience est faite comme dans le cas précédent.

Fig. 2.



Deux conditions de construction étaient à étudier par l'expérience : 1° le diamètre du tube capillaire reliant les liquides L, L' doit être assez large pour permettre l'établissement de l'équilibre électrique en moins d'une minute ; 2° le diamètre du tube capillaire doit être assez petit pour empêcher tout mélange des dissolutions.

Après avoir déterminé par des essais le diamètre des tubes à construire, j'ai vérifié que, avec les tubes employés :

1° La différence de potentiel mesurée est indépendante du liquide dans lequel est plongée la branche capillaire du siphon.

2° La différence de potentiel au contact du cuivre et d'une dissolution $D_{10}(Cu)$ est la même : 1° dans le cas où la dissolution $D_{10}(Cu)$ n'a servi à aucune expérience antérieure; 2° dans le cas où la dissolution $D_{10}(Cu)$ a été reliée pendant vingt-cinq heures avec une dissolution $D_{10}(Zn)$ par un siphon capillaire rempli avec $D_{10}(Cu)$; 3° les dissolutions recueillies à l'extrémité de l'entonnoir ne présentent à l'analyse chimique aucune trace des dissolutions avec lesquelles elles ont été reliées par un siphon capillaire; 4° j'ai cherché en outre directement l'influence du mélange des dissolutions en déterminant la différence de potentiel d' : 1° dans le cas où la dissolution $D_{10}(M)$ ne contient aucune trace de sel étranger; 2° dans le cas où la dissolution $D_{10}(M)$ contient une quantité déterminée d'un sel autre que ceux de M. J'ai trouvé : 1° que l'addition de 2^{cc} de dissolution $D_{10}(Cu)$ par litre de dissolution $D_{10}(Zn)$ produit une variation de $+0^{volt},013$ de la différence

$$I \mid Cu + Cu \mid D_{10}(Cu) + D_{10}(Cu) \mid D_{10}(Zn) + D_{10}(Zn) \mid I;$$

2° que l'addition de 2^{cc} de la dissolution $D_{10}(Cu)$ par litre de dissolution $D_{10}(Ni)$ produit une variation de $+0^{volt},05$ de la différence

$$I \mid Cu + Cu \mid D_{10}(Cu) + D_{10}(Cu) \mid D_{10}(Ni) + D_{10}(Ni) \mid I.$$

L'ensemble de ces expériences prouve que le mélange des liquides L, L' n'a pas eu lieu et que, s'il se produisait, il serait traduit par une variation du nombre trouvé dans la mesure de d'', variation qui n'a pas eu lieu dans les expériences définitives.

II. *Détermination de la différence* $I \mid L + L \mid L' + L' \mid I$. — Deux expériences successives permettent de déterminer séparément d, d' par les équations (2), (3); j'en déduis par soustraction, en *supposant que les quantités* $I \mid L$ puissent être regardées comme *constantes*,

$$d'' - d' = I \mid L + L \mid L' + L' \mid I.$$

Cette différence déterminée, je fais une seconde série d'expé-

riences en intervertissant l'ordre des liquides L, L'; j'obtiens

$$I \mid L' + L' \mid L + L \mid I.$$

J'ai trouvé, en employant des dissolutions de sulfates de cuivre, de zinc, de nickel et les métaux correspondants,

$$\begin{aligned}
I \mid D_{10}(Cu) + D_{10}(Cu) \mid D_{10}(Zn) + D_{10}(Zn) \mid I &= 0,\\
I \mid D_{10}(Zn) + D_{10}(Zn) \mid D_{10}(Cu) + D_{10}(Cu) \mid I &= -0^{volt},004,\\
I \mid D_{1200}(Zn) + D_{1200}(Zn) \mid D_{250}(Cu) + D_{250}(Cu) \mid I &= -0^{volt},009,\\
I \mid D_{10}(Ni) + D_{10}(Ni) \mid D_{10}(Zn) + D_{10}(Zn) \mid I &= +0^{volt},009,\\
I \mid D_{10}(Zn) + D_{10}(Zn) \mid D_{10}(Ni) + D_{10}(Ni) \mid I &= -0^{volt},009,\\
I \mid D_{10}(Cu) + D_{10}(Cu) \mid D_{10}(Ni) + D_{10}(Ni) \mid I &= +0^{volt},009.
\end{aligned}$$

Chacun des termes d', d'' est mesuré à $0^{volt},009$ près, les différences sont déterminées à $0^{volt},018$ près. La somme algébrique des différences de potentiel aux contacts indiqués est donc comprise entre 0 et la limite d'approximation, et par suite extrêmement faible, si elle n'est pas nulle : MM. Bichat et Blondlot ont obtenu le même résultat par une méthode d'écoulement [1].

III. *Détermination de la différence* $I \mid L + L \mid L' + L' \mid L'' + L'' \mid I$. — L'addition d'un vase parfaitement isolé rempli d'un liquide L'' et d'un siphon capillaire m'a permis de déterminer la somme des différences de potentiel aux contacts

$$(4) \qquad d''' = I \mid M + M \mid L + L \mid L' + L' \mid L'' + L'' \mid I.$$

Les expériences ont été faites avec les dissolutions $D_{10}(Cu)$, $D_{10}(Zn)$, $D_{10}(Ni)$ de sulfates de cuivre, de zinc, de nickel. Les niveaux des liquides ont été maintenus sur un même plan horizontal, pour éviter le mélange des dissolutions. J'ai pu obtenir ainsi

$$d''' - d' = I \mid L + L \mid L' + L' \mid L'' + L'' \mid I;$$

les résultats sont

$$\begin{aligned}
I \mid D_{10}(Cu) + D_{10}(Cu) \mid D_{10}(Ni) + D_{10}(Ni) \mid D_{10}(Zn) + D_{10}(Zn) \mid I &= 0,\\
I \mid D_{10}(Cu) + D_{10}(Cu) \mid D_{10}(Zn) + D_{10}(Zn) \mid D_{10}(Ni) + D_{10}(Ni) \mid I &= -0^{volt},009;
\end{aligned}$$

(1) *Journal de Physique*, 2e série, t. II, p. 549.

d'ailleurs on a

$$I \mid D_{10}(Cu) + D_{10}(Cu) \mid D_{10}(Ni) + D_{10}(Ni) \mid I = -0^{\text{volt}},009,$$
$$I \mid D_{10}(Cu) + D_{10}(Cu) \mid D_{10}(Zn) + D_{10}(Zn) \mid I = 0;$$

par suite, par différence,

$$D_{10}(Cu) \mid D_{10}(Ni) + D_{10}(Ni) \mid D_{10}(Zn) = D_{10}(Cu) \mid D_{10}(Zn),$$
$$D_{10}(Cu) \mid D_{10}(Zn) + D_{10}(Zn) \mid D_{10}(Zn) = D_{10}(Cu) \mid D_{10}(Ni).$$

La différence de potentiel au contact des dissolutions extrêmes est la même que si les dissolutions intermédiaires n'existaient pas.

C'est l'extension de la loi de Volta aux dissolutions de sulfates, établie par des méthodes d'écoulement, fait déjà vérifié à l'aide d'autres procédés par M. Wild (¹), par M. Raoult (²), et pour les acides par M. Branly (³).

COMPARAISON DE LA SOMME DES DIFFÉRENCES DE POTENTIEL AUX DIFFÉRENTS CONTACTS D'UN ÉLÉMENT DANIELL AVEC LA DIFFÉRENCE DE POTENTIEL AUX POLES DE L'ÉLÉMENT;

PAR M. G. GOURÉ DE VILLEMONTÉE.

1. Les expériences rapportées dans la Note précédente montrent : 1° que la différence d est définie et constante, lorsqu'on emploie des métaux zinc-cuivre préparés par voie galvanique et qui n'ont subi aucune altération chimique et aucun travail mécanique; 2° que les différences d', d'' sont définies et constantes, lorsqu'on emploie des métaux préparés par voie galvanique qui n'ont éprouvé aucune altération chimique et des dissolutions $D_{10}(Cu)$, $D_{10}(Zn)$ de sulfates purs dans l'eau distillée réunies par des siphons capillaires construits comme il a été dit.

On a déterminé ainsi successivement

$$d = I \mid Zn + Zn \mid Cu + Cu \mid I = +0^{\text{volt}},693,$$
$$d' = I \mid Cu + Cu \mid D_{10}(Cu) + D_{10}(Cu) \mid I = +0^{\text{volt}},287,$$
$$d''' = I \mid D_{10}(Cu) + D_{10}(Cu) \mid D_{10}(Zn) + D_{10}(Zn) \mid I = 0,$$
$$d'' = I \mid D_{10}(Zn) + D_{10}(Zn) \mid Zn + Zn \mid I = +0^{\text{volt}},231,$$

(¹) *Pogg. Ann.*, t. CIII, p. 353, et *Annales de Chimie et de Physique*, 3ᵉ série, t. LIII, p. 375.

(²) *Annales de Chimie et de Physique*, 4ᵉ série, t. II, p. 355.

(³) *Annales scientifiques de l'École Normale*, 2ᵉ série, t. II, p. 227.

dont la somme est, en supposant les *termes* I|Cu, I|Zn, I|D_{10}(Cu), I|D_{10}(Zn) *constants*,

$$E = d + d' + d'' + d'''$$
$$= Zn \mid Cu + Cu \mid D_{10}(Cu) + D_{10}(Cu) \mid D_{10}(Zn) + D_{10}(Zn) \mid Zn = 1^{volt},211;$$

chaque détermination est faite à $0^{volt},009$ près. La différence d''' étant déduite de deux expériences, la différence de potentiel calculée E est obtenue à l'aide de cinq déterminations. L'approximation de la somme est par suite $0^{volt},0455$.

2. La somme E représente également la différence de potentiel aux deux pôles d'un élément Daniell construit avec des métaux et des dissolutions identiques à ceux des expériences précédentes. J'ai comparé la valeur de la somme E à la différence de potentiel aux pôles d'une série d'éléments Daniell construits avec des métaux zinc et cuivre obtenus par dépôts galvaniques et des dissolutions D_{10}(Cu), D_{10}(Zn). Dans les trois premiers éléments, les liquides D_{10}(Cu), D_{10}(Zn), placés dans des verres différents, sont réunis par des siphons dont une branche est capillaire; dans le quatrième, les dissolutions D_{10}(Cu), D_{10}(Zn), placées dans des verres distincts, sont réunies par un siphon fermé par une membrane de baudruche; dans le cinquième, les deux dissolutions D_{10}(Cu), D_{10}(Zn) sont séparées par un vase poreux.

Dans tous les éléments, les liquides sont maintenus au même niveau, pour éviter autant que possible le mélange des dissolutions. Les métaux zinc et cuivre, fixés sur un support isolant sont immergés au même instant. Les différences de potentiel sont mesurées en opposant l'élément considéré à un élément Latimer Clark pris comme étalon dans les expériences précédentes. L'élément Latimer Clark avait été comparé à d'autres éléments Latimer Clark. La constance en avait été reconnue par une série d'expériences préliminaires; j'ai converti comme précédemment les résultats directs en volts, en admettant

$$1 \text{ Latimer Clark} = 1^{volt},435.$$

Les différences de potentiel aux pôles sont mesurées depuis le moment de l'immersion et suivies pendant une durée comprise entre quelques secondes et un mois.

Les résultats sont :

Éléments (1), (2), (3) construits avec siphons capillaires.

La différence de potentiel aux pôles atteint la valeur constante $1^{volt},190$, à la température de 17°C., après une durée comprise entre une heure et vingt-quatre heures à partir du montage.

Élément (4) construit avec siphon fermé par une membrane de baudruche.

La différence de potentiel aux pôles atteint la valeur constante $1^{volt},190$, à la température de 17°C., vingt-quatre heures après le montage.

Élément (5) construit avec vase poreux.

La diffusion est sensible à travers le vase poreux. La différence de potentiel aux pôles, variable, a décru d'une manière continue de $1^{volt},981$, valeur atteinte six minutes après le montage, à $1^{volt},159$, valeur atteinte dix-sept heures trente-quatre minutes après le montage.

En résumé, les éléments construits avec des siphons capillaires, comme il a été indiqué, sont comparables et constants. Les éléments construits avec vases poreux sont variables, par suite du mélange des dissolutions. La différence de potentiel aux pôles de l'élément construit avec $D_{10}(Cu)$, $D_{10}(Zn)$ est $1^{volt},190$. On a donc

Valeur observée.	Valeur calculée E.	Différence entre le résultat calculé et le résultat observé.	Approximation.
$1^{volt},190$	$1^{volt},211$	$0^{volt},037$	$0^{volt},045$

La différence de potentiel aux deux pôles de l'élément est donc égale à la valeur calculée E dans les limites d'approximation indiquée. La conclusion est la justification de l'hypothèse faite pour calculer E, à savoir que les termes I | M, I | L sont constants, c'est-à-dire indépendants des variations atmosphériques de l'air du laboratoire.

RECHERCHES SUR DE NOUVEAUX APPAREILS RADIOPHONIQUES;

PAR MM. MERCADIER ET CHAPERON.

Les radiophones que M. Mercadier et moi étudions depuis trois ans sont construits avec d'autres substances que le sélénium. M. Mercadier a complètement étudié le sélénium à son apparition, et il est inutile d'y revenir. D'ailleurs, il n'y a guère d'applications possibles de systèmes dont la résistance est de 300000 ohms et qui se modifient continuellement par le temps et les courants continus; les contacts obtenus par fusion se détruisent par la différence de dilatation.

La seule substance qui nous ait donné de bons résultats et puisse conduire à des types d'appareils pratiques est le sulfure d'argent; il y en a trois variétés dont les propriétés sont peu différentes. Nous les décrirons dans le paragraphe consacré à l'étude des propriétés électrochimiques de ce corps. Il y a aussi d'autres substances radiophoniques dont nous parlerons à la fin de ce travail; elles sont d'un emploi difficile et ont cependant l'intérêt de montrer que leurs propriétés sont générales et s'étendent à un grand nombre de corps comparés.

Le radiophone au sulfure d'argent, dont nous avons présenté quelques exemplaires à la Société de Physique, est constitué par une lame très mince de ce corps qui ne doit pas dépasser $0^{mm},01$ à $0^{mm},02$. Cela est nécessaire pour que l'action entre la radiation et le courant se passe dans un espace très restreint; sans cela elle est insensible. C'est pour ce motif que les corps très transparents n'ont pas la propriété radiophonique.

Deux hélices d'argent, de platine ou de fer (il n'y a guère que ces trois métaux qui donnent des appareils durables) sont appliquées la lame reposant sur une feuille épaisse d'amiante. Un système de vis en fer permet de serrer fortement les fils sur ce système et le contact est excellent. La pression est le seul moyen de former des contacts sur les électrolytes solides. Les contacts par fusion ne durent que quelques heures : une lame de sulfure adhérente à la plaque d'argent où elle a été formée se détache immédiatement en chauffant légèrement un seul point.

Ce système, qu'il ne faut faire traverser que par des courants continus très faibles, correspondant à quelques millièmes ou $\frac{1}{100}$ ou $\frac{2}{100}$ de volt aux bornes, fonctionne très bien. Sa résistance, bien moindre que celle du sélénium (20000 à 4000 ω), permet alors au *Thomson* des déviations de toute l'échelle. Il est sensible à toutes les radiations de l'infra-rouge à l'ultra-violet, car le sulfure, corps noir et velouté, absorbe à peu près comme le noir de fumée. L'action est absolument instantanée en raison de la faible épaisseur, et parce que la durée de l'absorption, quoique finie, paraît encore inaccessible à nos mesures.

Un bon radiophone doit donner une augmentation de déviation égale à la moitié de la déviation primitive pour une lampe de pétrole à 20^{cm} de distance. Avec une cuve d'alun de 5^{cc}, on a beaucoup moins : l'infra-rouge paraît exercer une forte action, ce qui semble naturel, puisque toutes les radiations absorbées se transforment en chaleur avant d'agir.

Le radiophone peut remplacer la pile thermo-électrique ; il est sensible comme elle, quand elle est enfermée, à toutes les radiations, mais l'action est bien plus rapide, et l'aiguille, quand on remet l'écran, revient de suite au 0. La pile s'échauffe et se refroidit lentement en raison de sa masse ; elle ne peut guère constater des variations rapides des radiations.

Avec le magnésium, que je n'ai pas essayé, ou avec certaines lampes à gaz et à hydrocarbures ou le Drummond, la résistance tomberait probablement bien près de 0. Ce phénomène paraît, au premier abord, pouvoir être utilisé pour faire des appels avec un bon relais, mais M. Mercadier et moi n'y sommes pas encore parvenus : la variation du courant trop rapide n'ébranle pas la palette.

Pour mesurer exactement la résistance, il faut se servir du pont et des courants alternatifs avec le téléphone ; le galvanomètre possède une résistance supérieure à celle du radiophone et diminue le courant; de plus, les courants continus les plus faibles augmentent par électrolyse la résistance du sulfure jusqu'à dix fois sa valeur; elle revient en quelques heures à sa valeur primitive. Le courant alternatif ne modifie rien si l'on ne fait pas passer d'étincelles; même dans ce cas, le sulfure reprend sa résistance dans le même temps.

On constate les mêmes diminutions de résistance *par l'éclairement* qu'avec le courant continu donné par quelques millièmes de volt. Elles sont un peu plus grandes, parce qu'il n'y a pas de conducteurs additionnés.

L'appareil est encombrant et l'opération assez longue. On ne doit s'en servir que pour étudier l'appareil et déterminer ses constantes. Pour s'en servir comme pile thermo ou comme photomètre, il faut prendre le courant donné par $\frac{1}{1000}$ et avoir un galvanomètre de résistance à peu près égale à celle du radiophone.

Propriétés électrochimiques du sulfure d'argent et de quelques autres substances. — J'ai dû étudier, sans le concours de M. Mercadier, ces propriétés, dont la connaissance était nécessaire pour assurer le fonctionnement et la conservation de nos appareils. Il n'y a que peu de faits à constater, mais leur groupement et leurs relations sont très difficiles à établir. Nous sommes cependant arrivés à mettre en évidence quelques relations d'analogie qui permettent un assez bon classement des propriétés de ces corps.

Il y a trois variétés de sulfure d'argent, dont les propriétés sont différentes. Leurs préparations aussi diffèrent (¹). La première que nous ayons employée se fabriquait par voie sèche : on recouvrait. avec un tamis, de fleur de soufre ou de soufre pulvérisé une lame d'argent fin, on chauffait sur un bec veilleuse; le sulfure d'argent se formait, l'excès de soufre brûlait à l'état d'acide sulfureux, et la lame se détachait par le refroidissement. Ces lames étaient un peu épaisses, $0^{mm},1$, mais leurs propriétés radiophoniques étaient presque égales à celles de la troisième variété; la surface était cristallisée et veloutée, ce qu'on voyait à la loupe.

Ce sont les seules qui aient donné des appareils polarisables (² : les radiophones faits avec cette variété de sulfure se chargeaient comme des accumulateurs, et donnaient des décharges de courants

(¹) M. Shelford Bidwell a aussi employé pour des radiophones le sulfure d'argent, mais disséminé dans le soufre; il pensait qu'il servait surtout à donner de la conductibilité au soufre, auquel appartenait la propriété radiophonique par analogie avec le sélénium; plus tard, il a vu que le sulfure avait aussi cette propriété; la résistance du mélange était énorme.

(²) Cette propriété a été constatée sur la même variété par MM. Shelford Bidwell et Sylvanus Thomson.

continus pendant douze heures; on pouvait en tracer la courbe en fonction de l'intensité et du temps.

Cette polarisation n'empêchait d'ailleurs pas de l'employer en se servant de courants très faibles.

La seconde variété n'a que très peu de propriétés radiophoniques et thermo-électriques; elle s'électrolyse facilement, mais ne se polarise pas; on la fabrique dans la maison Billaudot en fondant du soufre pur et de l'argent fin, puis on coule la plaque et on lamine à chaud; elle s'emploie dans la bijouterie pour la nielle. Ces plaques ont $\frac{1}{10}$ de millimètre d'épaisseur. C'est une sorte de métal; elle résiste à de plus forts courants que les deux autres, mais ne peut servir à aucun usage.

La troisième est de beaucoup la meilleure. Elle est aussi chimiquement pure et cristallisée à la surface. On la prépare en déposant sur une lame assez grande d'argent fin le soufre provenant de l'électrolyse du sulfure de sodium cristallisé deux fois et dissous dans l'eau distillée. La lame se détache après sa formation, en chauffant un point. Elle peut avoir 6^{cm} ou 8^{cm} sur 3^{cm} et $\frac{1}{100}$ de millimètre. Il faut deux heures d'un courant lent fourni par deux grands éléments Callaud.

Cette variété de sulfure a des propriétés radiophoniques et thermo-électriques bien plus fortes que les autres. Elle les doit à sa faible épaisseur et à son état cristallin.

Par le passage des plus faibles courants continus, elle ne se polarise pas, mais sa résistance augmente comme celle du sélénium; d'ailleurs cette augmentation se dissipe en quelques minutes; avec le courant alternatif d'un diapason à 200 vibrations par seconde on a de très bons résultats, et aucune modification ne se produit jusqu'à l'étincelle.

Je ne crois pas qu'on puisse employer beaucoup d'autres procédés de préparation de ce sulfure. On pourrait le préparer par voie humide avec un sel d'argent, puis le comprimer ou le fondre. Si on le fond, on retombe sur la deuxième variété. En le comprimant dans un étau en y joignant du sulfure de cuivre et deux lames cuivre-argent, M. Sylvanus Thomson a fait des accumulateurs peu résistants qui donnaient des décharges considérables. Mais dans les radiophones où il ne serait pressé que sous les fils, il donnerait des résistances voisines de celle du sélénium.

Les trois autres substances n'ont guère que la moitié de la propriété du sulfure : ce sont le *sulfure d'étain*, le *phosphure de zinc*, l'*oxyde de cuivre*; tous ces corps sont cassants, on est obligé de les sceller dans la cire d'Espagne et de les travailler à la lime et à l'émeri pour les réduire en lame mince; leur intérêt est, comme nous l'avons dit, la généralisation qu'ils indiquent pour la propriété radiophonique.

Nous ne saurions trop engager les jeunes physiciens en quête de sujets nouveaux à rechercher et étudier de nouvelles substances radiophoniques. Ils en trouveront un grand nombre parmi les corps à éclat métallique qui ont conservé une certaine transparence pour toutes les radiations. Il faut aussi s'adresser à des électrolytes, car il n'y a guère que cette classe de conducteurs dont la résistance soit aussi fortement diminuée par les agitations moléculaires.

CH. BURTON. — On endless availability, and on a restriction to the application of Carnot's principle (Restriction au principe de Carnot); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XXVIII, p. 185; 1889.

Voici l'une des expériences de M. Burton.

Un dialyseur est constitué par un vase A, fermé au fond par une membrane et soutenu dans un autre vase B qui est vide. Le tout est recouvert d'une cloche de volume à peine plus grand.

On introduit dans A une solution saturée de sulfate de soude à dix équivalents d'eau et un cristal du même sel. Au bout de quelques jours, le cristal est dissous et la majeure partie du liquide est passée dans le vase B. M. Burton considère cette première phase de la transformation comme isotherme, bien qu'il n'ait pris aucune précaution spéciale pour maintenir la température rigoureusement invariable.

On mêle les liqueurs de A et de B et la température s'élève de plus de 1° (transformation adiabatique). Enfin, on abandonne la liqueur à elle-même, elle se refroidit, et le lendemain on y retrouve des cristaux en quantité sensiblement équivalente au cristal introduit primitivement en A.

Le cycle se trouve ainsi fermé : il n'y a d'autre travail mécanique

dépensé que celui qui correspond à la chute du liquide de A en B, et ce travail est négligeable par rapport à la quantité de chaleur produite par le mélange des liquides. Une certaine quantité de chaleur a donc été empruntée au milieu ambiant à la température t de la transformation isotherme, puis reversée dans ce même milieu à une série de températures comprises entre t et $t+1$, ce qui est contraire au principe de Carnot.

Il ne semble pas que dans cette expérience, non plus que dans deux autres assez analogues signalées par M. Burton, des précautions suffisantes aient été prises pour fermer rigoureusement le cycle. En particulier, on ne dit rien de l'état initial et final de la membrane, et l'on n'a pas effectué la pesée des cristaux.

E. Bouty.

J.-T. BOTTOMLEY. — **Expansion with rise of temperature of wires under pulling stress** (Dilatation calorifique de fils soumis à l'extension); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XXVIII, p. 94; 1889.

Au cours d'expériences séculaires sur l'allongement de fils chargés de poids, entreprises dans la tour de l'Université de Glasgow, sous le patronage de l'Association Britannique, M. Bottomley a eu l'occasion d'étudier la dilatation calorifique de ces fils. Les expériences qu'il publie se rapportent à des fils de cuivre et d'un alliage analogue au maillechort, mais contenant un peu de tungstène (platinoïde). Deux fils de même espèce sont placés dans un long tube vertical et soumis d'une manière permanente à l'action de poids différents correspondant, par exemple, au dixième et à la moitié de la charge de rupture. On peut porter ces fils à une température de 98° à 99° par un rapide courant de vapeur d'eau circulant dans le tube qui les environne.

Cela posé, on observe d'abord que, si l'on soumet les fils à des alternatives d'échauffement et de refroidissement, ils ne reviennent pas tout d'abord à leur longueur primitive. Ce n'est qu'au bout d'un nombre assez grand d'alternatives que l'état de régime est atteint et ce nombre est beaucoup plus grand pour celui des deux fils qui supporte le poids le plus lourd.

A l'état de régime correspond un excès de dilatation du fil le plus chargé.

M. Bottomley évalue cet excès respectivement pour le cuivre et le platinoïde à $\frac{1}{22}$ et à $\frac{1}{4}$ de la dilatation normale.

E. Bouty.

J.-T. BOTTOMLEY et A. TANAKADATÉ. — Note on the thermo-electric position of platinoïd (Note sur la position thermo-électrique du platinoïde) : *Phil. Mag.*, 5ᵉ série, t. XXVIII, p. 163 ; 1889.

La ligne relative au platinoïde, dans le diagramme de Tait, est presque parallèle à celles du palladium et du maillechort et légèrement au-dessus de cette dernière. E. Bouty.

T. PELHAM DALE. — On a relation existing between the density and refraction of gaseous elements and also of some of their compounds (Relations qui existent entre la densité et la réfraction des éléments gazeux simples ou composés) : *Phil. Mag.*, 5ᵉ série, t. XXVIII, p. 268.

Note de M. Rücker sur ce Mémoire, *ibid.*, p. 271 ; 1889.

D'après M. Pelham Dale, les logarithmes des puissances réfractives $\frac{n-1}{d}$ des divers gaz simples sont des multiples simples du logarithme relatif à l'hydrogène, à savoir $\frac{3}{2}$ pour l'oxygène et le soufre, 2 pour le chlore, l'azote, le phosphore, 4 pour le mercure, $\frac{9}{2}$ pour l'arsenic.

M. Rücker rappelle que l'on considère le quotient $\frac{n^2-1}{n^2+2}$ comme le volume des molécules contenu dans l'unité de volume d'une substance. Quand n est voisin de l'unité, c'est-à-dire dans le cas des gaz par exemple, ce quotient a sensiblement pour valeur $\frac{2}{3}(n-1)$. On aurait donc, en désignant par v et m le volume et la masse de 1 molécule, par n le nombre de molécules par unité de volume,

$$\frac{n-1}{d} = \frac{3}{2}\,\frac{nv}{nm} = \frac{3}{2}\,\frac{v}{m}.$$

Soit c la valeur de $\log\frac{n-1}{d}$ pour l'hydrogène. On a, d'après

M. Pelham Dale,

$$\log \frac{n-1}{d} = ac,$$

a étant un nombre simple. Il en résulte

$$\frac{v}{m} = \frac{2}{3} e^{ac}.$$

Les rapports des volumes des molécules à leur masse pour les divers corps simples feraient donc partie d'une même progression géométrique. E. Bouty.

J. FREYBERG. — Bestimmung der Potentialdifferenzen, welche zu einer Funkenbildung in Luft zwischen verschiedenen Electrodenarten erforderlich sind (Mesures des différences de potentiel nécessaires pour produire une étincelle dans l'air entre des électrodes de diverses espèces); *Wied. Ann.*, t. XXXVIII, p. 231; 1889.

Dans ce travail, l'auteur s'est proposé de construire une Table des différences de potentiel nécessaires pour produire dans l'air une étincelle de longueur déterminée entre les électrodes dont on se sert habituellement. Pour cela, on réunit ces électrodes aux deux armatures d'une batterie de capacité C, on mesure la charge Q qui produit l'étincelle, et la différence cherchée est donnée par la relation

$$V_1 - V_2 = \frac{Q}{C}.$$

La charge de la batterie se compose d'une portion absorbée par le diélectrique et d'une portion disponible Q, laquelle se divise elle-même en deux parties q_1 qui passe sous forme d'étincelle et q_2 qui reste dans le condensateur; ces deux quantités sont mesurées séparément dans deux circuits différents contenant chacun un galvanomètre. La principale objection à faire à cette méthode, c'est qu'il est impossible de mesurer en même temps q_1 et q_2; il faut donc faire une correction à la dernière de ces mesures.

L'appareil se compose d'une batterie Tœpler formée d'une série de vases cylindriques de verre garnis d'armature d'étain et placés à l'intérieur les uns des autres; les deux armatures sont

réunies aux deux circuits, dont l'un contient un micromètre à étincelles permettant de mesurer $\frac{1}{10}$ de millimètre et une résistance R, l'autre une résistance R' et un levier métallique au moyen duquel on ferme rapidement le circuit et on décharge le condensateur dès que l'étincelle a passé. Le circuit reste fermé trop peu de temps pour que le diélectrique se décharge, et les résistances R et R' sont réglées de façon à diminuer q_1 et à augmenter q_2.

La machine électrique employée est une machine Tœpler à vingt disques tournants, mue par un moteur hydraulique.

Pour faire une expérience, on donne à la machine un mouvement uniforme, puis on la fait communiquer avec la batterie; dès que l'étincelle a passé, on rompt la communication, on mesure q_1, puis on ferme le deuxième circuit; l'intervalle entre les deux mesures est d'environ 7^s.

La capacité de la batterie, mesurée par la méthode du galvanomètre au moyen d'une pile de 40 daniells, est de $219 . 10^{-8}$ coulombs.

Dans la première série d'expériences, les boules employées ont $0^{cm},5$, $0^{cm},75$, 1^{cm}, 2^{cm}, 4^{cm}, 6^{cm} de diamètre. On remarque d'abord que, pour les boules dont le diamètre est inférieur à $1^{cm},5$ seulement, q_1 passe par un maximum, q_2 augmente d'une manière continue et Q croît plus vite pour les petites étincelles que pour les grandes :

Distance explosive.	Boules de 1^{cm}.			Boules de 6^{cm}.		
	$10^6 q_1$.	$10^6 q_2$.	10^6 Q.	$10^6 q_1$.	$10^6 q_2$.	10^6 Q.
0,1	37	192	229	29	194	223
0,3	86	488	574	80	435	515
0,5	112	713	825	218	587	805
0,7	123	907	1030	212	897	1109
0,9	263	970	1232	390	1022	1413
1,0	132	1133	1265	473	1079	1552
1,2	117	1238	1355	376	1326	1703
1,4	89	1311	1400	434	1597	2031
1,6	49	1466	1515	»	»	»

1° Pour des boules de diverses grosseurs, Q croît inégalement vite, la courbe construite en prenant les longueurs d'étincelle pour abscisses et les charges pour ordonnées rappelle la forme d'une hyperbole pour les petites boules; elle se rapproche d'une droite

quand le diamètre augmente. On remarque encore que, pour une distance explosive déterminée, une paire de boules possède une charge maxima et que les boules en question sont d'autant plus grosses que la longueur de l'étincelle est plus considérable :

Distance explosive.	$10^6 Q$ pour des boules de diamètre					
	0,5.	0,75.	1.	2.	4.	6.
0,1	248	»	229	224	»	223
0,5	743	814	825	837	817	805
0,7	880	976	1030	1106	1138	1109
1,0	957	1087	1265	1426	1467	1552
1,4	1105	1286	1400	»	»	2031
2,0	1206	1430	1736	»	»	»
3,0	1393	1530	»	»	»	»
4,0	1453	1591	»	»	»	»
5,0	1507	1673	»	»	»	»

Les deux électricités se comportent l'une comme l'autre; cependant, les petites boules semblent prendre une charge positive plus grande que la charge négative.

2° Des plaques circulaires de 10^{cm} de diamètre se comportent comme de grosses boules; les résultats sont même plus réguliers.

3° Des cônes terminés par des pointes travaillées avec soin donnent des résultats analogues à ceux fournis par les petites boules : q_1 est très petit et passe par un maximum, Q augmente lentement, la courbe se rapproche de la forme parabolique.

Connaissant Q et C, on en déduit les valeurs suivantes pour V :

Potentiel en électrostatique.

Distance explosive en centimètres.	Pointes.	Boules de diamètre 0,5.	0,75.	1.	2.	4.	6.	Plaques.
0,1......	12,4	16,8	»	15,5	15,2	»	15,1	14,5
0,2......	15,6	28,6	32,5	31,7	29,0	27,9	26,2	25,1
0,3......	17,7	37,2	41,8	38,9	38,5	37,3	34,9	35,6
0,4......	19,9	45,2	46,9	46,6	48,0	47,5	42,5	45,6
0,5......	21,0	50,5	55,3	56,0	56,8	55,5	54,7	54,3
0,6......	22,8	53,3	61,4	64,2	64,9	66,9	64,0	63,5
0,7......	»	59,8	66,3	69,9	75,1	77,2	75,3	»
0,8......	26,9	61,2	69,7	77,4	82,1	86,1	86,7	81,6
0,9......	»	64,2	70,9	83,7	90,8	92,8	95,9	»
1,0......	28,9	65,0	73,8	85,9	96,8	99,5	105,4	96,0
1,1......	»	66,1	76,5	88,2	103,1	106,3	109,5	»
1,2......	»	71,2	82,6	92,0	108,9	114,1	116,7	»
1,3......	»	73,5	86,0	93,8	»	»	122,4	»
1,4......	»	75,0	87,3	95,1	»	»	137,9	»
1,5......	33,2	76,9	90,7	98,4	»	»	»	»
1,6......	»	77,7	94,4	102,9	»	»	»	»
1,8......	»	79,3	95,3	115,2	»	»	»	»
2,0......	33,8	81,9	97,1	117,9	»	»	»	»
2,2......	»	85,6	98,3	120,0	»	»	»	»
2,4......	»	88,6	100,2	123,9	»	»	»	»
2,6......	»	91,4	101,6	»	»	»	»	»
2,8......	»	93,0	102,7	»	»	»	»	»
3,0......	»	37,5	94,6	103,9	»	»	»	»
3,5......	»	39,3	97,2	106,3	»	»	»	»
4,0......	»	40,7	98,6	108,0	»	»	»	»
4,5......	»	42,2	99,6	111,5	»	»	»	»
5,0......	»	43,5	102,3	113,6	»	»	»	»

Ce Tableau donne lieu à des remarques analogues à celles faites à propos de la charge des boules. On peut, pour les boules de 6^{cm}, poser

$$V = 92,7d + 8,1,$$

expression analogue à celle trouvée au moyen d'un électromètre absolu par Foster et Pryson (1) pour des boules de $1^{cm},35$ de diamètre

$$V = 102d + 7,07;$$

(1) *Phys. Soc. Chem. News*, t. XLIX, p. 114; 1884.

une formule de même forme pourrait être employée pour les plaques.

Les nombres trouvés par l'auteur diffèrent peu de ceux indiqués avant lui par MM. Baille, Bichat et Blondlot, Paschen, Quincke, Warren de la Rue et Muller. C. DAGUENET.

G. PISATI. — Contribuzione alla teoria dei circuiti magnetici (Contribution à la théorie des circuits magnétiques); *Rendiconti della Reale Acc. dei Lincei*, t. VI, p. 82; 2 février 1890.

Dans cette Note, l'auteur expose les résultats de deux expériences préliminaires se rapportant à la recherche de la loi suivant laquelle se fait la distribution des flux de force magnétiques dans une masse de fer doux.

Première expérience. — Un faisceau de 25 fils de fer doux, longs de 1^m et de 1^{mm} de diamètre, est recouvert en son milieu, sur une longueur de 6^{cm}, d'une hélice magnétisante comprenant 330 spires distribuées en quatre couches superposées. Une petite hélice de 100 spires comprise entre deux disques d'ébonite distants de 2^{mm} est mise à cheval sur le faisceau à différentes distances de la première. Un courant de $1^{amp},68$ était envoyé dans la première hélice. Son établissement et sa rupture déterminaient dans la deuxième hélice des courants d'induction qui étaient mesurés au moyen d'un galvanomètre balistique.

L'expérience a montré que le flux de force reçu par la bobine induite variait avec la distance à la bobine inductrice suivant la même loi que la température le long d'une barre chauffée à une extrémité et soumise à l'action refroidissante d'un milieu.

Ainsi, dans le Tableau suivant, M représente la moyenne des déviations observées à l'ouverture et à la fermeture du courant inducteur, et Q la valeur de la déviation calculée pour la distance correspondante x par la formule

$$Q = Ce^{-cx}.$$

x.	M.	Q.	M — Q.
cm			
4	101,1	102,1	—1,0
6	62,8	62,8	»
8	39,1	38,9	+0,5
10	24,0	24,8	—0,8
12	14,3	14,6	—0,3
14	9,0	9,0	»
16	5,4	5,5	—0,1
18	3,2	3,4	—0,2
20	2,3	2,1	—0,2
24	1,3	0,8	+0,5

L'accord, on le voit, est satisfaisant.

Un cylindre de fer ayant été substitué au faisceau, et la longueur du fil de l'hélice inductrice ayant été changée, le résultat a toujours été le même.

Seconde expérience. — Une verge cylindrique de fer de 68^{cm} de longueur et de $1^{cm},8$ de diamètre fut pliée en forme d'anneau. Une petite région de cet anneau étant entourée d'une hélice de 66 spires formant deux couches, dans laquelle circulait un courant d'environ 2 ampères, on mesurait par la même méthode que précédemment le flux magnétique traversant la section de l'anneau à diverses distances de l'hélice inductrice.

Si M', M'', M''' désignent les flux traversant trois sections consécutives également espacées, l'expérience donne entre ces flux la relation

$$\frac{M' + M'''}{M''} = \text{const.},$$

c'est-à-dire la relation même que Fourier a trouvée en considérant la propagation de la chaleur dans une armille.

Contrairement à ce que pensaient Kopp, Hopkinson, Forbes et un certain nombre d'autres physiciens, ce n'est pas au cas du mur ou au cas d'un circuit électrique isolé qu'il faut assimiler la distribution des flux magnétiques dans le fer, mais au cas de la barre ou au cas d'un circuit électrique plongé dans un milieu conducteur.

L'auteur espère qu'en se plaçant à ce nouveau point de vue, on pourra fonder une véritable théorie rationnelle des machines dynamo-électriques.

J. PIONCHON.

A. TANAKADATÉ. — The thermal effect due to reversals of magnetisation in soft iron (Effet thermique dû aux renversements de l'aimantation du fer doux) : *Phil. Mag.*, 5e série, t. XXVIII, p. 207; 1889.

La méthode employée consiste essentiellement à mesurer, à l'aide d'une soudure thermo-électrique, la différence de température qui s'établit entre deux spirales égales de fil de cuivre, parcourues par un même courant alternatif et dont l'une A est enroulée sur un anneau de fer, l'autre B sur un anneau de bois de mêmes dimensions. L'excès de température de A sur B est dû à l'effet thermique des renversements de l'aimantation.

Afin d'écarter le plus possible l'effet perturbateur des courants de Foucault, on a formé l'anneau de fer de la manière suivante. Un simple fil de fer, entouré de coton a d'abord été roulé en spirale, puis on a réuni les deux extrémités de cette spirale, en maintenant toutefois les bouts du fil isolés.

Pour un régime donné du courant alternatif, la quantité de chaleur produite est proportionnelle au temps t; il en serait de même de la différence de température v entre les deux spirales si l'on n'avait à tenir compte : 1° de la chaleur dégagée en vertu de la loi de Joule, laquelle peut n'être pas rigoureusement la même dans les deux spirales; 2° des pertes de chaleur dans le milieu ambiant, qui sont certainement différentes. M. Tanakadaté représente v par une formule parabolique

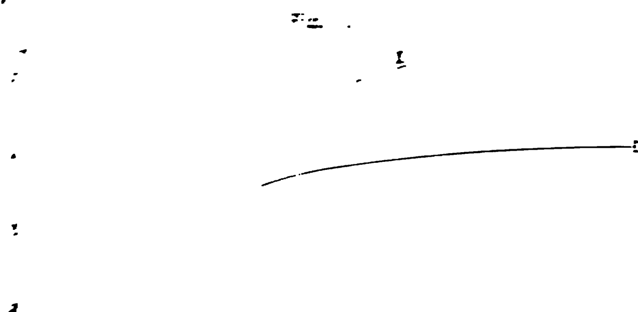
$$v = At - Bt^2.$$

Le coefficient A est indépendant des pertes de chaleur, mais non de l'effet Joule.

On détermine la correction α qu'il faut y apporter en étudiant la marche du couple thermo-électrique quand on lance à travers les deux spirales un même courant permanent. Soit n le nombre des renversements du courant par seconde, le quotient $\frac{A-\alpha}{n}$ est proportionnel à la quantité de chaleur dégagée par un seul renversement de l'aimantation.

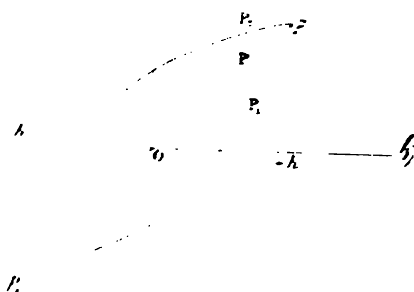
Les résultats sont représentés par la courbe I ci-jointe (*fig.* 1), construite en prenant pour abscisses les intensités maximum $\mathfrak{H}$ du

champ magnétique et pour ordonnées les valeurs correspondantes de





On peut attribuer la chaleur ainsi développée au phénomène de l'*hystérésis*, c'est-à-dire du retard de l'aimantation. Construisons une courbe en prenant pour abscisses les intensités $\mathfrak{H}$ du champ, pour ordonnées les intensités $\mathfrak{I}$ de l'aimantation (fig. [illegible]). Soit



p_1Op_1 la courbe normale correspondant à un retard nul. S'il y a un retard fini et qu'on opère avec un champ rapidement variable, la courbe se trouvera plus ou moins déformée. A un point P de la

courbe normale correspond un point P_1 inférieur, si le champ est croissant, ou P_2 supérieur, s'il est décroissant. Quand le champ, à partir de la valeur initiale $+h$, oscille régulièrement entre les valeurs extrêmes $+h$ et $-h$, le point figuratif de l'aimantation décrit, dans le sens des aiguilles d'une montre, un cycle fermé $p_1 P_1 p_2 P_2$.

Les dimensions de $\mathfrak{I}$ étant celles d'une quantité de magnétisme divisée par le carré d'une longueur, les dimensions de $\mathfrak{H}$ celles du quotient d'une force par une quantité de magnétisme, $\mathfrak{I}\, d\mathfrak{H}$ et par conséquent l'intégrale $\int_{-h}^{-h} \mathfrak{I}\, d\mathfrak{H}$, représentant l'aire du cycle, ont les dimensions du quotient d'un travail par un volume. Il suffit de multiplier l'intégrale par le volume du fer pour obtenir l'expression du travail absorbé par suite du retard de l'aimantation; on divisera par l'équivalent mécanique de la chaleur pour trouver la quantité de chaleur correspondante.

M. Tanakadaté détermine grossièrement l'aire $p_1 P_1 p_2 P_2$ en mesurant, à l'aide d'un galvanomètre balistique, l'induction développée par les variations de l'aimantation de l'anneau de fer, quand on fait varier par petits sauts brusques l'intensité du champ. La courbe II (*fig.* 1) a été construite d'après ces dernières expériences. Son allure générale est identique à celle de la courbe I donnée par les expériences directes, mais les ordonnées de la courbe II sont plus grandes. L'auteur signale lui-même dans le mode de calcul de ses expériences des imperfections qui suffisent à rendre compte de cet excès.

E. BOUTY.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Philosophical Magazine.

5ᵉ série, t. XXIX; juin 1890.

J.-C.-M. CONNEL. — *Théorie des arcs de brouillard*, p. 453.

C. RUNGE. — *Méthode pour distinguer les coïncidences réelles et accidentelles de différents spectres*, p. 462.

G. JOHNSTONE STONEY. — *Sur la texture des milieux et la non-existence d'une densité de l'éther élémentaire*, p. 467.

W. Ostwald. — *Théorie des électrodes par écoulement*, p. 479.

W. Coldridge. — *Propriétés électriques et chimiques du chlorure d'étain. Interprétation des résultats obtenus au point de vue des problèmes de conductibilité électrique et d'action chimique*, p. 480.

Sp. Umfreville Pickering. — *Théorie de la pression osmotique; ses relations avec la nature des solutions*, p. 490.

F.-J. Smith. — *Alambic pour la distillation rapide du mercure dans le vide*, p. 501.

Ch.-A. Carus Wilson. — *Distribution des écoulements dans un solide élastique déformé*, p. 503.

R. Threlfall. — *Sur des galvanomètres sensibles*, p. 508.

M.-F. Osmont. — *Considérations sur le magnétisme permanent*, p. 511.

Wiedemann's Annalen.

T. XL, n° 5; 1890.

L. Warburg. — *Sur une méthode pour introduire du sodium dans les tubes de Geissler, et sur le précipité à la cathode dans la décharge par aigrettes*, p. 1.

L. Graetz. — *Conductibilité électrique des sels solides et fondus*, p. 18.

F. Paschen. — *Tension superficielle du mercure polarisé*, p. 36.

R. Ritter. — *Remarque sur les recherches de Hertz, relatives aux rayons de force électrique*, p. 53.

H. Rubens et R. Ritter. — *Action des réseaux de fils sur les oscillations électriques*, p. 55.

A.-J. v. Oettingen. — *Remarques sur le Mémoire de M. Adolphe Heydweiller* Sur la décharge de la bobine d'induction dans l'air normal, p. 74.

A.-J. v. Oettingen. — *Décharge oscillante de conducteurs métalliques*, p. 83.

W.-C. Röntgen. — *Description de l'appareil avec lequel ont été effectuées les recherches sur l'action électrodynamique des diélectriques en mouvement*, p. 93.

W.-C. Röntgen. — *Quelques expériences de Cours*, p. 109.

J. Gill. — *Sur les actions calorifiques du courant électrique à la surface de séparation des métaux et des liquides*, p. 115.

K. Feussner. — *Construction de résistances électriques normales à l'Institut physicotechnique* (Physikalisch-technische Reichsanstalt), p. 139.

O. Tumlirz. — *Sur la théorie du frottement des liquides*, p. 146.

N. Schiller. — *Sur une forme de l'équation caractéristique des gaz, déduite des recherches de Joule et Thomson*, p. 149.

P. Molenbroek. — *Preuve élémentaire de la formule de Green*, p. 157.

SUR LA POLARISATION ELLIPTIQUE DES RAYONS RÉFLÉCHIS ET TRANSMIS PAR LES LAMES MÉTALLIQUES MINCES (1);

PAR M. G. MESLIN.

Je me suis proposé d'étudier la polarisation elliptique des rayons réfléchis et transmis par les lames métalliques minces, de déterminer leurs variations en fonction de l'angle et de l'épaisseur, et de les rattacher l'une à l'autre; on comprend facilement qu'elles doivent varier avec l'épaisseur de la lame; car si les phénomènes de réflexion et de réfraction, au lieu de s'effectuer sur la surface même de séparation, se produisent dans des épaisseurs ε, ε', on conçoit que, lorsque la couche aura une profondeur supérieure à ces limites, le phénomène, se produisant complètement, ne dépendra pas de l'épaisseur, tandis qu'il variera avec elle, lorsqu'il se produira incomplètement sur des lames d'épaisseur inférieure à ces valeurs.

Voici donc la marche que l'on doit suivre dans cette étude, où j'ai envisagé surtout le retard des deux composantes principales :

1° Prendre des lames métalliques de plus en plus minces jusqu'à ce qu'elles soient traversées par la lumière;

2° Constater le retard des deux composantes principales;

3° Chercher si ce retard dépend de l'épaisseur. S'il en dépend, c'est que ε ou ε' est supérieur à cette épaisseur et par conséquent n'est point accessible à l'expérience par ce procédé; s'il en est indépendant, il reste à faire diminuer l'épaisseur jusqu'à ce qu'on observe cette dépendance. Telle est la marche à suivre dans la première Partie en utilisant un appareil analogue à celui de Jamin. Dans la seconde Partie, j'ai cherché à relier ces deux phénomènes en présentant une théorie nouvelle de la réflexion, partant d'un fait expérimental observé.

J'ai cru répondre en partie à un souhait que Verdet exprimait dans son Cours : il pensait que l'étude de la transmission de la lu-

(1) Extrait d'un Mémoire plus étendu publié dans les *Annales de Chimie et de Physique*.

mière à travers les métaux éclaircirait la théorie de la réflexion métallique.

PREMIÈRE PARTIE.

I. *Lames métalliques employées.* — J'ai d'abord employé des feuilles d'or battu. Il fallait d'ailleurs en éliminer un grand nombre, soit à cause des impuretés qu'elles contenaient, soit à cause des trous ou irrégularités qu'elles présentaient. Pour les maintenir, je n'ai pas voulu employer le procédé de Quincke qui consiste à en soutenir les quatre bords par un cadre; car la feuille prend souvent une forme bombée; j'ai préféré la retenir par un seul de ses bords, le bord supérieur, et la laisser pendre à la façon d'un rideau; comme il fallait en même temps la préserver des agitations de l'air, elle était placée dans une boîte métallique (*fig.* 1) et suspendue à la règle AB qui pouvait tourner à l'aide d'un bouton D traversant le couvercle; un faisceau lumineux pouvait passer par deux ouvertures fermées par des glaces C et C′.

J'ai obtenu des couches plus minces en déposant de l'or sur du verre par précipitation chimique; j'ai employé le procédé de M. Wernicke modifié par M. Bœttger. Pour prendre les lames de verre, les plonger dans le bain, les retirer et les laver sans les toucher, je me suis servi d'une sorte de pince (*fig.* 2) composée

Fig. 1.

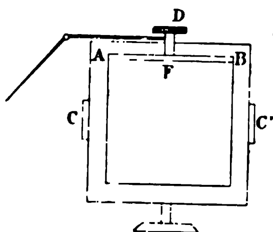
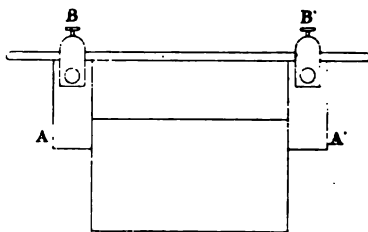


Fig. 2.



de deux lames de verre A, A′ tenues par deux supports en cuivre B, B′; ces supports étaient réunis par une tige de cuivre qui s'appuyait sur les parois de la cuve à dorure et dont l'élasticité suffisait pour retenir la lame de verre qui était légèrement inclinée dans le bain, et dont la face inférieure se dorait régulièrement.

Je me suis également servi de couches d'argent dépoli sur verre

par le procédé Martin, puis d'un échantillon choisi de carreau platiné.

II. *Évaluation des épaisseurs.* — Pour déterminer l'épaisseur de ces couches minces, on ne peut employer les méthodes optiques, parce que le retard produit provient non seulement du chemin parcouru dans ces couches, mais encore du retard produit sur la surface même (réflexion ou réfraction), retard sur lequel on n'a pas de données certaines; j'ai eu recours à la méthode des pesées comme étant d'un emploi général. Quelles que soient la nature de ces couches et les imperfections de leurs surfaces (feuilles battues), voici le parti qu'on en peut tirer : j'avais une balance de Brewer dans laquelle de faibles masses, évaluées à l'aide du simple déplacement du cavalier, pouvaient être estimées avec une erreur de $\frac{1}{40}$ de milligramme; il suffisait alors de tarer la plaque colorée, d'enlever l'or en l'essuyant, puis de rétablir l'équilibre en déplaçant le cavalier; l'épaisseur x est donnée par la formule

$$p = abx \times 19,3,$$

a et b étant les dimensions de la lame; l'épaisseur qui correspondait à 1^{mgr} était de $41^{\mu\mu}$ (millionième de millimètre); la sensibilité de la balance correspondait donc à une erreur de $1^{\mu\mu}$. Pour les couches d'argent, j'ai également employé la méthode de M. Fizeau; en déposant un grain d'iode, il se développe des anneaux colorés, et la couleur de la plage centrale peut faire connaître l'épaisseur de l'iodure, et par conséquent de l'argent qui s'y trouvait, par la formule

$$x = \frac{e}{n}\,\frac{d_{ia}}{d_a}\,\frac{E_a}{E_a + E_i} = \frac{e}{q},$$

où e est l'épaisseur que donne la Table de Newton pour la couleur observée.

Mais j'ai reconnu, en étudiant la suite des couleurs, qu'on ne peut l'identifier avec celle des anneaux réfléchis et qu'elle est, au contraire, semblable à celle des anneaux transmis; en voici l'explication : on sait par l'expérience d'Young qu'une lame mince présente dans la réflexion les couleurs des anneaux transmis de Newton lorsqu'elle a un indice intermédiaire entre les indices des deux milieux qui la comprennent, ou plutôt, si l'on ne veut pas

faire intervenir les indices (ce qui est préférable, lorsqu'il s'agit de métaux), lorsque les deux réflexions sur ses deux faces se font toutes les deux avec ou sans changement de signe; or la couche d'iodure ABE (*fig.* 3) se trouve entre l'air et l'argent; il suffit

Fig. 3.



donc d'admettre que la réflexion dans *l'iodure sur l'argent* se produit avec changement de signe; d'ailleurs, en observant des couches minces d'iodure formées soit sur de l'argent, soit sur du verre, on constate que la suite des couleurs n'est pas la même; la réflexion a dans ces deux cas un caractère différent.

Enfin, si cette explication est exacte, on doit observer une discontinuité aux environs de la plage centrale, puisque l'iodure y repose sur du verre; on doit donc passer d'une couleur des anneaux transmis à la couleur qui suit immédiatement dans la suite des anneaux réfléchis : c'est en effet ce qu'on constate.

Mesure des retards. — J'ai employé le compensateur de Babinet muni de fils, qu'on visait à l'aide d'une petite lunette de Galilée; un retard de $\frac{\lambda}{2}$ en lumière rouge correspondait à 1250 divisions de la tête de la vis; pour la transmission, on pouvait fixer la position à moins de 5 divisions, ce qui donne une approximation de $\frac{4}{1000}$ de $\frac{\lambda}{2}$; les mesures relatives à la réflexion étaient encore plus précises.

III. *Réglage de l'appareil.* — L'appareil utilisé ne contenait ni lunette ni réticule, il a fallu effectuer les différents réglages :

a. Mettre dans les tubes deux fils perpendiculaires au limbe;
b. Installer un miroir perpendiculaire au limbe;
c. Repérer les nicols par rapport au limbe;
d. Faire passer l'axe du limbe par le miroir.

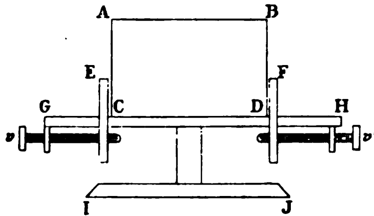
Je me suis appuyé pour cela sur une propriété géométrique qui

conduit à comparer le double de la rotation du miroir, $2\,d\omega$, avec la variation de déviation, $d\delta$; suivant que l'axe du limbe est en avant, en arrière ou en coïncidence avec le miroir, on a

$$d\delta > 2\,d\omega, \qquad d\delta < 2\,d\omega \qquad \text{ou} \qquad d\delta = 2\,d\omega;$$

on pouvait donc effectuer ce réglage en déplaçant le miroir parallèlement à lui-même sans changer son orientation, grâce au support qui le soutenait (*fig.* 4) au centre de l'appareil, et qu'on avançait ou reculait à volonté;

Fig. 4.



e. Faire passer l'axe du limbe par le milieu de la surface réfléchissante;

f. Faire passer l'axe du tube analyseur par le centre.

IV. *Détermination des incidences.* — J'ai utilisé pour cela le phénomène dont je me proposais l'étude. On remarque qu'en faisant tourner la plate-forme centrale dans un intervalle de 180°, on passe par une position α pour laquelle la lame est normale au faisceau, et, de part et d'autre de cette position, on trouve des positions symétriques β et β', γ et γ', ... pour lesquelles les incidences et par conséquent les retards doivent être les mêmes; il suffira donc, pour déterminer cette position inconnue α, de prendre la moyenne des couples de valeurs telles que β et β', γ et γ', ..., et en comparant ces moyennes, $\frac{\beta+\beta'}{2}$, $\frac{\gamma+\gamma'}{2}$, qui doivent être égales, on a une limite de l'erreur que l'on commet. Voici donc la façon dont on opérait : on déplaçait la plate-forme de 5° en 5° dans un intervalle de 120° autour de la position normale estimée approximativement; on mesurait chaque fois le retard, et l'on construisait la courbe en prenant en ordonnées les

retards et en abscisses les numéros de la graduation; on a une courbe dont les deux branches sont symétriques par rapport à une valeur α qu'on obtient en prenant les moyennes des valeurs des abscisses correspondant à des ordonnées égales; puis on prend la moyenne des valeurs obtenues

$$\alpha = \frac{\sum \frac{\beta + \beta'}{2}}{n};$$

l'incidence correspondant à la position β est alors

$$\beta - \alpha = \beta - \frac{\sum \frac{\beta + \beta'}{2}}{n},$$

et comme l'on avait fait en même temps les mesures relatives à la réflexion, on avait ainsi le retard dû à la réflexion sous un angle connu $\beta - \alpha$.

On a supposé dans ce raisonnement que la position moyenne α correspondait à l'incidence normale i; mais si l'on avait adopté cette disposition, on n'aurait pu en même temps faire les déterminations relatives au faisceau réfléchi; car le bras de la plate-forme ne pouvait se mouvoir que dans un intervalle de 120°, c'est-à-dire de 60° autour de la position moyenne; on n'aurait pu faire de mesures que pour les incidences comprises entre 0 et 60; on a préféré opérer entre 30° et 90° en prenant pour position moyenne celle pour laquelle l'incidence est rasante. Mais alors il faut remarquer que lorsqu'on passe du premier groupe de positions β, γ au deuxième β', γ', la lame métallique présente son autre face à la lumière; si cette lame est déposée sur verre et si, dans la première partie, le métal est tourné vers la lumière, c'est le verre qui occupera cette position dans la seconde partie, et les raisonnements précédents ne sont exacts que si ce changement ne modifie pas les phénomènes; je me suis assuré par des expériences préalables qu'il en était ainsi.

Enfin, j'ai dû écarter une cause d'erreur provenant d'une altération que subissent les lames pendant les premiers temps qui suivent leur fabrication; les retards vont en croissant pendant les premiers jours, et il était nécessaire d'attendre un certain délai pour faire les mesures.

V. Résultats. — A. *Transmission.* — J'ai d'abord opéré sur des feuilles d'or battu dont les épaisseurs ont varié entre $75^{\mu\mu}$ et $94^{\mu\mu}$; elles m'ont donné sensiblement les mêmes résultats; on peut donc considérer sous ces épaisseurs le retard comme presque acquis et donné par le Tableau ci-joint, obtenu en prenant les moyennes des tableaux des expériences, ce retard étant attribué à l'épaisseur moyenne $85^{\mu\mu}$.

i.	$\frac{\delta}{\frac{\lambda}{2}}$.
30°	0,038
40	0,079
50	0,129
60	0,183
70	0,258

Pour constater une variation du retard, j'ai eu recours, pour avoir des lames moins épaisses, à des couches d'or déposé sur verre. Voici les résultats principaux de ces mesures (¹) :

23 *décembre. Lame n°* 17-18.

β.	i.	C.	R.	$\frac{\delta}{\frac{\lambda}{2}}$.
220°	30°	37,20	40	0,032
230	40	37,00	60	0,048
240	50	36,70	110	0,088
250	60	36,15	165	0,132
260	70	35,85	215	0,172
300	70	35,85	215	0,172
310	60	36,15	165	0,132
320	50	36,75	105	0,084
330	40	37	60	0,048
340	30	37,20	40	0,032

Poids .... 1^{mgr}
Épaisseur .... $41^{\mu\mu}$

i.	R.	$\frac{\delta}{\frac{\lambda}{2}}$.
30°	40	0,032
40	60	0,048
50	107	0,086
60	165	0,132
70	215	0,172

(¹) Dans les Tableaux qui suivent, j'ai indiqué :

Dans la colonne β, la position de la plate-forme;

Dans la colonne C, la position du compensateur; la partie entière indique le nombre entier de divisions rectilignes, et la partie qui est à droite de la virgule indique le nombre de divisions de la tête de la vis divisée en 120 parties.

Dans la colonne R, le retard évalué en divisions de la tête de la vis;

Dans la colonne $\frac{\delta}{\frac{\lambda}{2}}$, le retard en fraction de $\frac{1}{2}$ longueur d'onde;

Dans la colonne i, les incidences calculées comme il a été dit.

Il y a symétrie absolue par rapport au n° 280; la construction de la courbe auxiliaire était inutile.

15 *décembre. Lame n°* 9-10.

β.	i.	C.	R.	$\frac{\delta}{\frac{\lambda}{2}}$.
220°	30°	37,25	35	0,028
230	40	37,5	55	0,044
240	50	36,90	90	0,072
250	60	36,55	125	0,100
260	70	36,5	175	0,140
265	75	35,100	200	0,160
295	75	35,100	200	0,160
300	70	36,5	175	0,140
310	60	36,50	130	0,104
320	50	36,90	90	0,072
330	40	37,5	55	0,044
340	30	37,30	30	0,024

Poids.. .... $0^{mgr},7$
» (côté boueux).. $0^{mgr},9$
Épaisseur .... $29^{\mu\mu}$

i.	R.	$\frac{\delta}{\frac{\lambda}{2}}$.
30°	30	0,026
40	55	0,044
50	90	0,072
60	127	0,102
70	175	0,140
75	200	0,160

Même symétrie que précédemment.

Ces retards sont moins considérables qu'avec la lame précédente. L'épaisseur est aussi plus faible; nous arrivons donc au moment où l'épaisseur a de l'influence; aussi je considère des épaisseurs encore plus faibles :

8 *décembre. Lame n°* 8.

β.	i.	C.	R.	$\frac{\delta}{\frac{\lambda}{2}}$.
220°	32°30'	37,60	»	»
230	42.30	37,60	25	0,020
240	52.30	37,00	60	0,048
250	62 30	36,85	95(?)	0,076
260	72.30	36,65	115	0,092
300	67.30	36,80	100	0,080
310	57.30	36,100	80	0,064
320	47.30	37,15	45	0,036
330	37.30	37,40	20	0,016
340	27.30	37,60	»	»

$$\left.\begin{aligned}\frac{300° + 253°}{2} &= 276°30' \\ \frac{310° + 245°}{2} &= 277°30' \\ \frac{320° + 336°}{2} &= 278°\end{aligned}\right\} 277°30'$$

Poids.................... $0^{mgr},4$
» (côté boueux)....... $0^{mgr},8$
Épaisseur................ $16^{\mu\mu}$

i.	R.	$\frac{\delta}{\frac{\lambda}{2}}$.
30°	»	»
40	22	0,018
50	52	0,043
60	87	0,070
70	112	0,088

Les retards sont encore plus faibles.

Je citerai enfin l'expérience relative à la lame la plus mince :

22 *décembre. Lame nº* 15-16.

β.	i.	C.	R.	$\frac{\delta}{\frac{\lambda}{2}}$.
220°	31°	»	»	»
230	41	37,45	15	0,012
240	51	37,35	25	0,020
250	61	37,25	35	0,028
260	71	37,5	55	0,044
265	76	36,105	75	0,060
295	74	36,110	70	0,056
300	69	37,5	55	0,044
310	59	37,25	35	0,028
320	49	37,40	20	0,016
330	39	37,50	10	0,008

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{230^\circ + 326^\circ 30'}{2} = 278^\circ 15' \\ \dfrac{240^\circ + 316^\circ 30'}{2} = 278^\circ 15' \\ \dfrac{250^\circ + 310^\circ}{2} = 280^\circ \\ \dfrac{260^\circ + 300^\circ}{2} = 280^\circ \\ \dfrac{265^\circ + 293^\circ}{2} = 279^\circ \end{array}\right\} 279^\circ$$

Poids .... $0^{mgr},15$
» (côté boueux) .... $0^{mgr},4$
Épaisseur .... $6\mu\mu$

i.	R.	$\frac{\delta}{\frac{\lambda}{2}}$.
30°	»	»
40	12	0,009
50	22	0,017
60	35	0,028
70	55	0,044
75	72	0,057

Remarquons, à propos de cette faible épaisseur, que la théorie cinétique des gaz conduit à admettre, pour le diamètre des molé-

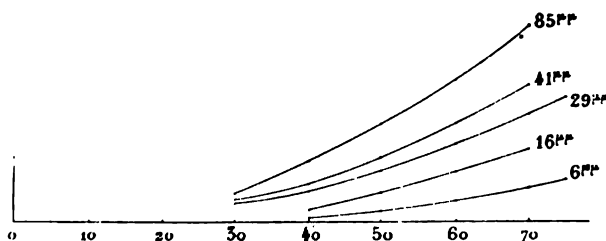
cules des divers éléments, des valeurs comprises entre $1^{\mu\mu}$ et $0^{\mu\mu},1$; ainsi, pour l'hydrogène, ce diamètre serait de $0^{\mu\mu},14$: en admettant que le diamètre des molécules d'or soit du même ordre, on voit que la dernière épaisseur évaluée ne correspond qu'à un petit nombre de molécules superposées.

Pour cette lame, les retards sont encore plus faibles que pour les précédentes; j'ai eu l'occasion d'étudier plus tard (2 février) une lame de même épaisseur ($6^{\mu\mu}$) : elle présentait exactement les mêmes retards.

Voici le Tableau qui groupe tous ces résultats (*fig.* 5) :

i.	$6^{\mu\mu}$.	$16^{\mu\mu}$.	$29^{\mu\mu}$.	$41^{\mu\mu}$.	$85^{\mu\mu}$.
30°	»	»	0,026	0,032	0,038
40	0,009	0,018	0,044	0,048	0,079
50	0,017	0,043	0,072	0,086	0,129
60	0,028	0,070	0,102	0,132	0,183
70	0,044	0,088	0,140	0,172	0,258
75	0,057	»	0,160	»	»

Fig. 5.



J'ai ajouté une dernière colonne, où j'ai inscrit les retards produits par l'or battu.

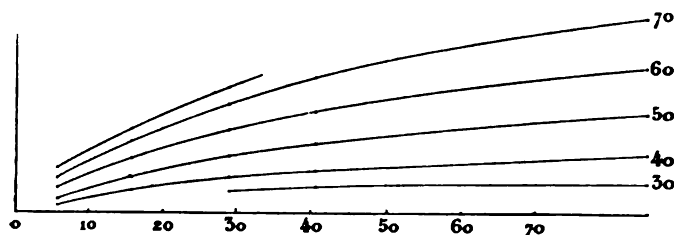
J'ai cherché d'abord à représenter ces diverses courbes par des formules de la même forme; chacune aurait résumé pour une certaine épaisseur la variation du retard en fonction de l'angle, de telle sorte que les coefficients eussent été des fonctions de l'épaisseur qu'on eût pu mettre en évidence.

N'ayant pu arriver tout d'abord à un résultat satisfaisant, j'ai employé une autre méthode qui consiste à représenter, pour une même incidence, le retard en fonction de l'épaisseur.

Pour se guider sur la forme la plus propre à adopter, j'ai repré-

senté graphiquement ces résultats dans les courbes (*fig.* 6), qui sont obtenues avec le Tableau qui a servi à construire les courbes (*fig.* 5); mais ici l'abscisse représente l'épaisseur évaluée en $\mu\mu$.

Fig. 6.



Comme ce retard doit s'annuler avec l'épaisseur et tendre vers une limite lorsque l'épaisseur augmente indéfiniment, j'ai cherché à représenter chacune de ces courbes par une formule de la forme

$$y = \frac{ax}{x+b}.$$

Pour calculer les constantes a et b, je prends sur chaque courbe deux points dans la partie moyenne et assez distants l'un de l'autre; j'ai pris ceux qui correspondent à $x = 30$ et à $x = 60$; soient y' et y'' les deux valeurs correspondantes de y, on a

$$y' = \frac{30a}{30+b}, \qquad y'' = \frac{60a}{60+b},$$

d'où

$$y'(60+2b) = y''(60+b),$$

$$b = 60\,\frac{y''-y'}{2y'-y''}, \qquad a = \frac{y'y''}{2y'-y''}.$$

En calculant ces valeurs de b pour les différentes courbes, j'ai trouvé qu'elles étaient assez voisines les unes des autres; elles étaient comprises entre 55 et 65 et ne variaient pas toujours dans le même sens que l'incidence.

J'ai remarqué alors que ces valeurs de b étaient indépendantes de l'unité adoptée pour mesurer le retard; elles sont les mêmes lorsque le retard est évalué à l'aide des divisions de la tête de la vis, comme je l'avais fait tout d'abord. C'est une épaisseur évaluée en millionièmes de millimètre qui s'ajoute à l'épaisseur de la lame

d'or et dont j'indiquerai plus loin l'interprétation; pensant que c'était quelque chose comme l'épaisseur d'une gaine qui entoure la lame, j'ai eu l'idée que cette épaisseur devait être constante, ce qui semble indiqué par les résultats trouvés plus haut, et j'ai cherché quelle valeur constante convenait le mieux.

Je me suis arrêté à la valeur $b = 60$, car c'est pour cette valeur qu'on peut trouver pour chacune des incidences précédentes un coefficient a qui représente les résultats; pour l'obtenir, je prenais la formule

$$y = \frac{ax}{x + 60},$$

et remplaçant x par 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, puis y par la valeur correspondante prise sur les courbes, j'en tirais autant de valeurs de a, très voisines les unes des autres et dont je prenais la moyenne; c'est ainsi que j'ai obtenu les formules

$$i = 70^\circ, \qquad y = \frac{0,420\,x}{x + 60},$$

$$i = 60^\circ, \qquad y = \frac{0,320\,x}{x + 60},$$

$$i = 50^\circ, \qquad y = \frac{0,220\,x}{x + 60},$$

$$i = 40^\circ, \qquad y = \frac{0,130\,x}{x + 60},$$

qui représentent les résultats avec une très grande concordance, comme l'indique le Tableau suivant, où j'ai mis en regard les valeurs calculées par ces formules et celles qui sont prises sur les courbes pour les valeurs de l'épaisseur égales à

$$20^{\mu\mu}, \quad 30^{\mu\mu}, \quad 40^{\mu\mu}, \quad 50^{\mu\mu}, \quad 60^{\mu\mu}, \quad 80^{\mu\mu},$$

comprises entre les limites des expériences :

	$x = 20$.		$x = 30$.		$x = 40$.	
	Calculé.	Observé.	Calculé.	Observé.	Calculé.	Observé.
$i = 70$...	0,105	0,107	0,140	0,141	0,168	0,170
$i = 60$...	0,080	0,080	0,106	0,107	0,128	0,130
$i = 50$...	0,055	0,054	0,073	0,073	0,088	0,086
$i = 40$...	0,032	»	0,043	0,044	0,052	0,050

	$x = 50$.		$x = 60$.		$x = 80$.	
	Calculé.	Observé.	Calculé.	Observé.	Calculé.	Observé.
$i = 70°$...	0,190	0,192	0,210	0,212	0,240	0,246
$i = 60$...	0,145	0,147	0,160	0,160	0,182	0,181
$i = 50$...	0,100	0,099	0,110	0,109	0,126	0,125
$i = 40$...	0,059	0,055	0,065	0,062	0,074	0,072

Pour représenter le coefficient a en fonction de i, on a trouvé un résultat satisfaisant en le comparant à $\sin^3 i$, comme l'indique ce Tableau :

i.	a.	$\sin^3 i$.	$\frac{a}{\sin^3 i}$.
40°	0,130	0,2655	0,49
50	0,220	0,450	0,49
60	0,320	0,650	0,49
70	0,420	0,831	0,505

Ces valeurs du rapport sont voisines de la valeur simple $\frac{1}{2}$, de sorte qu'on a, pour le retard dû à la transmission,

$$\frac{\delta}{\frac{\lambda}{2}} = \frac{1}{2}\sin^3 i \frac{x}{x+60}.$$

B. *Réflexion.* — Les lames précédemment étudiées pour la transmission m'ont donné les résultats suivants :

23 *décembre. Lame n°* 17-18. *Épaisseur* $41^{\mu\mu}$.

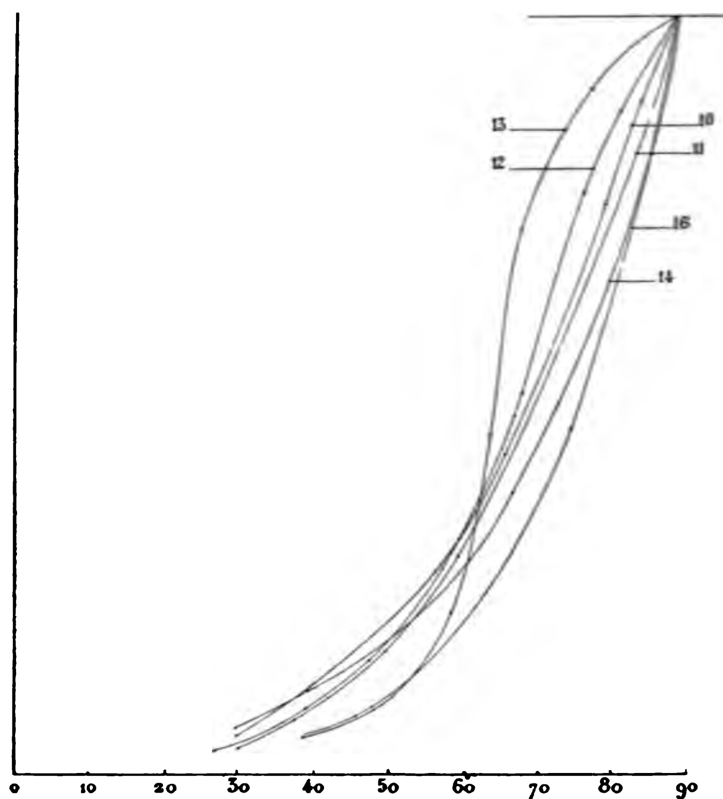
i.	C.	R.	$\frac{\delta}{\frac{\lambda}{2}}$.
30°	36,110	70	0,056
40	36,25	155	0,124
50	35,50	250	0,200
60	34,25	395	0,316
70	32,30	630	0,504
80	29,80	940	0,752
85	28,25	1105	0,884

Incidence principale 69° 30'.
Courbe n° 10 (*fig.* 7).

Cette courbe très régulière représente une réflexion franchement métallique : elle s'élève rapidement au-dessus de l'axe et, au delà de l'incidence principale, se continue presque par une droite sans présenter d'inflexion; pour laisser moins d'incertitude

sur ce point, j'ai fait plusieurs déterminations au voisinage de l'incidence rasante.

Fig. 7.



15 *décembre. Lame n°* 9-10. *Épaisseur* $29^{\mu\mu}$.

i.	C.	R.	$\frac{\delta}{\frac{\lambda}{2}}$.
30°	37,10	50	0,040
40	36,65	115	0,092
50	35,95	205	0,164
60	34,55	365	0,292
70	32,60	600	0,480
80	30	900	0,720
85	28,80	1060	0,848

Incidence principale 71°.
Courbe n° 11 (*fig.* 7).

On peut faire les mêmes remarques que plus haut.

8 *décembre. Lame n° 8. Épaisseur* 16μμ.

i.	C.	R.	$\frac{\delta}{\frac{\lambda}{2}}$.	*i.*	$\frac{\delta}{\frac{\lambda}{2}}$.
27°.30′	37,15	45	0,036	30°	0,043
37.30	36,90	90	0,072	40	0,091
47.30	36	180	0,144	50	0,171
57.30	35,90	340	0,272	60	0,313
67.30	32,65	595	0,476	70	0,545
77.30	29,55	965	0,772	80	0,824
82.30	28,45	1095	0,876	85	0,912

Courbe n° 12 (*fig*. 7). Incidence principale 68°30′.

Cette courbe, qui a servi à calculer le second Tableau, se relève plus rapidement que la précédente, la coupe et pour les grandes incidences présente des ordonnées plus considérables; on tend donc vers la forme qui caractérise la réflexion vitreuse, la courbe tourne différemment sa concavité en haut et en bas; on voit nettement l'inflexion.

Cette tendance continue à s'accentuer lorsque l'épaisseur devient plus faible, comme le montre le Tableau suivant obtenu avec la lame la plus mince.

22 *décembre. Lame n°* 15-16. *Épaisseur* 6μμ.

i.	C.	R.	$\frac{\delta}{\frac{\lambda}{2}}$.	*i.*	$\frac{\delta}{\frac{\lambda}{2}}$.
39°	36,110	70	0,056	40°	0,058
49	36,60	120	0,096	50	0,100
59	35,35	265	0,212	60	0,240
69	30	900	0,720	70	0,755
79	28,10	1130	0,904	80	0,918

Courbe n° 13 (*fig*. 7). Incidence principale 65°.

On peut résumer ces Tableaux dans le suivant :

i.	6μμ.	16μμ.	29μμ.	41μμ.
30°	»	0,043	0,040	0,056
40	0,058	0,091	0,092	0,124
50	0,100	0,171	0,164	0,200
60	0,240	0,313	0,292	0,316
70	0,755	0,545	0,480	0,504
80	0,918	0,824	0,720	0,752
85	»	0,912	0,848	0,884
Incid. princip.	65°	68°,30	71°	69°,30

Il montre qu'ici on n'aurait pas avantage, comme dans le cas de la transmission, à prendre l'épaisseur comme variable indépendante pour étudier le phénomène; car le retard ne varie pas toujours dans le même sens que l'épaisseur, et l'incidence principale présente un maximum dans l'intervalle étudié.

SECONDE PARTIE.

On doit admettre qu'à la séparation de deux milieux, les propriétés optiques, au lieu de varier brusquement, changent d'une façon continue, mais rapide, dans une couche très mince, la *couche de passage;* si alors un rayon polarisé tombe sur une telle couche, les deux vibrations principales ne se comporteront pas de la même manière, puisqu'elles ne se trouveront pas dans les mêmes conditions, l'une d'elles vibrant à travers des couches d'élasticité variable; celle-ci prendra donc un retard par rapport à l'autre et, comme cette différence de constitution de ces couches devient de moins en moins marquée lorsqu'on pénètre plus profondément, le retard produit par ces couches successives sera de moins en moins considérable; le retard total tendra donc vers une certaine limite; c'est ce que l'expérience indique.

Le défaut d'homogénéité qui est la cause du retard qui nous occupe provient donc d'une force qui varie en sens inverse de la distance à la surface, tout en restant finie sur celle-ci; nous représentons par

$$\frac{p\,dz}{(z+b')^2}$$

le retard imprimé par une couche dz située à une profondeur z, c'est-à-dire qu'il sera inversement proportionnel au carré de la distance à une couche située en avant à une distance b'; je désignerai par *couche sensible externe* cette tranche située en avant du métal; nous admettrons qu'on peut alors supprimer la lame, prendre la même origine pour les vibrations principales, à la condition de modifier les amplitudes par suite de l'absorption, et d'affecter l'une d'elles d'un retard calculé d'après la loi précédente qui régit le retard élémentaire.

RETARD PRODUIT JUSQU'A UNE PROFONDEUR y DANS UNE LAME D'ÉPAISSEUR x.
(*Fig.* 8).

La couche dz produira un retard $\frac{p\,dz}{(z'+b')^2}$ par suite du voisinage de la première surface, et $\frac{p\,dz}{(z'+b')^2}$ par suite du voisinage de l'autre. Le retard total cherché sera

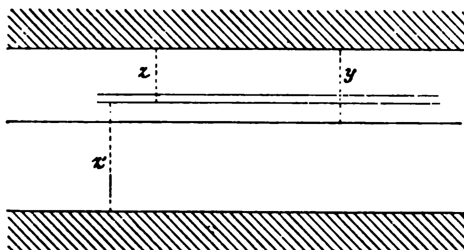
$$\int_0^y \frac{p\,dz}{(z+b')^2} + \int_x^{x-y} \frac{p\,dz}{(z'+b')^2} = \int_0^y \frac{p\,dz'}{(z+b')^2}$$

$$+\int_{x-y}^x \frac{p\,dz'}{(z'+b')^2} = \frac{\frac{2p}{b'}y}{y+b'}\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\,\frac{(y+b')a'}{(x+b')(x-y+b')}\right].$$

Le retard total produit par une lame d'épaisseur x s'obtient en faisant $y = x$; on a

$$\frac{\delta}{\frac{\lambda}{2}} = 2\int_0^x \frac{p\,dz}{(z+b')^2} = 2\left[-\frac{p}{(z+b')}\right]_0^x = 2\left[\frac{p}{b'}-\frac{p}{x+b'}\right] = \frac{2\frac{p}{b'}x}{x+b'}.$$

Fig. 8.



Or nous avons trouvé

$$\frac{\delta}{\frac{\lambda}{2}} = \frac{ax}{x+b},$$

d'où

$$\frac{2p}{b'} = a = \frac{1}{2}\sin^2 i, \qquad b' = b = 60^{\mu\mu}$$

(remarquons que cette couche sensible a une épaisseur b' voisine de celle qu'on assigne d'ordinaire au rayon de la sphère d'ac-

tivité). Le retard cherché est alors

$$\frac{\delta}{\frac{\lambda}{2}} = A \sin^2 i \frac{y}{y+b'} \theta(xy),$$

en posant

$$\theta(xy) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\frac{(y-b)b'}{(x+b')(x-y-b')}$$

et en remarquant que l'on a

$$0 < \theta(xy) < 1, \qquad \theta'_x(xy) < 0, \qquad \theta'_y(xy) > 0.$$

Lorsqu'un rayon pénètre jusqu'à une profondeur y et revient à la surface, il subira dans ce retour les mêmes retards. Le retard total sera

$$\frac{\delta}{\frac{\lambda}{2}} = 2A \sin^2 i \frac{y}{y+b'} \theta(xy);$$

pour l'air

$$A = \frac{1}{2},$$

d'où

$$\frac{\delta}{\frac{\lambda}{2}} = \sin^2 i \frac{y}{y+b'} \theta(xy).$$

APPLICATION A LA RÉFLEXION.

La réflexion ne peut s'opérer sur la surface antérieure du métal, puisque la polarisation elliptique varie avec l'épaisseur de la couche réfléchissante; il faut donc qu'elle se produise, partiellement au moins, sur les couches successives voisines de la surface, tout en se produisant également en avant du métal à cause de la variation des propriétés élastiques de l'éther dans la couche sensible qui représente la couche dans laquelle les molécules d'éther et les molécules métalliques réagissent l'une sur l'autre (ce qui concorde avec la valeur de b'); il y a donc deux sortes de réflexions : réflexion externe et réflexion interne.

1° *Réflexion externe.* — Elle s'opère sur des couches d'éther sans qu'il y ait absorption; c'est la réflexion dite *des substances transparentes*; la théorie de Fresnel, qui lui est applicable, donne

$$s = \frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}, \qquad v = \frac{\tan(i-r)}{\tan(i+r)};$$

v' s'annule pour une valeur i'; le retard de v' par rapport à v est nul en remarquant que v' change de signe; mais on peut dire aussi que le retard, nul de o à i', est égal à $\frac{\lambda}{2}$ entre i' et $\frac{\pi}{2}$; c'est une locution équivalente, et ce fait est contenu dans la formule de Fresnel.

2° *Réflexion interne.* — Les molécules absorbent la lumière, c'est-à-dire réagissent sur le mouvement vibratoire et peuvent se comporter, à leur tour, comme des centres d'ébranlement par suite d'une émission corrélative d'une absorption; or le mouvement vibratoire qui provient de ces couches internes traversera les couches métalliques antérieures, ce qui entraîne la production d'un retard calculé plus haut; d'où il résulte que *retard* et *absorption* sont deux faits connexes; en résumé, la polarisation elliptique par réflexion proviendrait d'une polarisation elliptique par transmission, et serait mise en évidence grâce à l'absorption; cette seconde réflexion ne se produirait donc pas dans les substances transparentes.

L'amplitude d'une vibration émergente qui a pénétré jusqu'à une profondeur y et provenant d'une couche dy sera

$$\frac{ku'^2}{\alpha^2 y}\,dy,$$

u' étant l'amplitude de la vibration qui pénètre au delà de la couche sensible; α un coefficient d'absorption; k un coefficient d'émission variant dans le même sens que $\alpha - 1$ et s'annulant avec $\alpha - 1$; en composant toutes ces vibrations, on a pour le retard total Δ et pour l'intensité A^2

$$\operatorname{tang} 2\pi\frac{\Delta}{\lambda} = \frac{\displaystyle\int_0^x \frac{ku'^2}{\alpha^2 y}\sin\left[\frac{\pi}{2}\,2\sin^3 i\,\frac{y}{y+b'}\,\theta(xy)\right]dy}{\displaystyle\int_0^x \frac{ku'^2}{\alpha^2 y}\cos\left[\frac{\pi}{2}\,2\sin^3 i\,\frac{y}{y+b'}\,\theta(xy)\right]dy},$$

$$A^2 = \left\{\int_0^x \frac{ku'^2}{\alpha^2 y}\sin\left[\frac{\pi}{2}\,2\sin^3 i\,\frac{y}{y+b'}\,\theta(xy)\right]dy\right\}^2 + \left\{\int_0^x \frac{ku'^2}{\alpha^2 y}\cos\left[\frac{\pi}{2}\,2\sin^3 i\,\frac{y}{y+b'}\,\theta(xy)\right]dy\right\}^2.$$

Dans chacune de ces intégrales on peut mettre $\sqrt{a}$ en facteur, et en désignant par $S(x)$ et $C(x)$ les intégrales ainsi modifiées, on a

$$\operatorname{tang} 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = \frac{S(x)}{C(x)}, \qquad A^2 = a\,[S^2(x) + C^2(x)].$$

Nous allons énumérer les propriétés de ces intégrales, lorsque la limite x est finie ou infinie; dans ce dernier cas, nous les désignerons par S et C :

$$S = \int_0^{\infty} \frac{1}{y^2} \sin\left(\frac{\pi}{2} \sin^2 i \frac{y}{y-b}\right) dy, \qquad C = \int_0^{\infty} \frac{1}{y^2} \cos\left(\frac{\pi}{2} \sin^2 i \frac{y}{y-b}\right) dy;$$

1° Les intégrales S et C sont positives : $S > 0$, $C > 0$;

2° S croît et C décroît quand i augmente : $\frac{dS}{di} > 0$, $\frac{dC}{di} < 0$;

3° $S(x)$ est toujours positive;

4° $C(x)$, toujours positive lorsque $i < 52°$, peut devenir négative au delà;

5° $C(x)$ décroît lorsque i augmente;

6° $S(x)$ peut croître ou décroître lorsque i augmente et est supérieur à 52°;

7° $C(x)$ peut croître ou décroître lorsque x augmente et que i est supérieur à 52°;

8° Si i est inférieur à 52°, $S(x)$ croît avec i et $C(x)$ croît avec x.

Tels sont les résultats, obtenus par une interprétation géométrique, qui sont utilisés dans la réflexion.

Cas d'une lame métallique épaisse. — On a à combiner les mouvements vibratoires provenant des réflexions externes et internes, ce qui donne pour le retard et l'intensité

$$\operatorname{tang} 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = \frac{k u'^2 S}{v' + k u'^2 C}, \qquad A^2 = k^2 u'^4 S^2 + (v' + k u'^2 C)^2;$$

pour $i = 0$ le retard est nul; i croissant, le retard croît, v' s'annule pour une valeur i''; puis le dénominateur s'annule, le retard est égal à $\frac{\lambda}{4}$: c'est l'incidence principale i_1 d'autant plus voisine de i''

que C est petit; i tendant vers $\frac{\pi}{2}$, u' tend vers zéro, et le retard tend vers $\frac{\lambda}{2}$ pour l'incidence rasante.

Quant à l'intensité, elle ne peut s'annuler, car elle est la somme de deux carrés; par l'étude de la dérivée, on constate que, i croissant à partir de zéro, l'intensité décroît et passe par un minimum *non nul* pour une incidence i_2 que j'appellerai *incidence brewstérienne,* qui est toujours inférieure à i_1 et qui en sera d'autant plus voisine que k sera petit, c'est-à-dire que la réflexion interne sera moins importante; l'intensité augmente jusqu'à l'incidence rasante, où elle est égale à 1.

Cas d'une lame métallique mince. — Il faut modifier les intégrales et tenir compte en outre du faisceau qui se réfléchit sur la seconde surface dans la couche sensible, et qui traverse la couche métallique pour venir émerger en avant; l'amplitude sera

$$-\frac{v'u'^2}{\alpha^{2x}},$$

le retard

$$\frac{\lambda}{2}\sin^3 i\,\frac{x}{x+b'};$$

on a donc

$$\tang 2\pi\frac{\Delta}{\lambda}=\frac{ku'^2\,S(x)-\dfrac{v'u'^2}{\alpha^{2x}}\sin\left[\dfrac{\pi}{2}\,2\sin^3 i\,\dfrac{x}{x+b'}\right]}{v'+ku'^2\,C(x)-\dfrac{v'u'^2}{\alpha^{2x}}\cos\left[\dfrac{\pi}{2}\,2\sin^3 i\,\dfrac{x}{x+b'}\right]}.$$

On peut étudier comment le retard et l'intensité varient *avec l'incidence;* cette étude est analogue à celle qu'on vient de faire, les intégrales S et C étant remplacées par $S(x)$ et $C(x)$. Voyons comment le retard varie *avec l'épaisseur :* lorsque x croît, le dénominateur peut croître ou décroître, à cause des propriétés de l'intégrale $C(x)$, de sorte que le retard peut augmenter ou diminuer suivant la valeur de x et de i; c'est ce que nos expériences indiquaient. Considérons en particulier l'incidence principale pour laquelle le dénominateur $v'+ku'^2\,C(x)-\frac{v'u'^2}{\alpha^{2x}}\cos\left[\frac{\pi}{2}\,2\sin^2 i\,\frac{x}{x+b'}\right]$ est nul.

Supposons que x croisse, deux cas peuvent se présenter : si le

dénominateur croît, il devient positif, on a

$$\operatorname{tang} 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} > 0, \qquad \Delta < \frac{\lambda}{4}:$$

l'incidence principale a augmenté; si le dénominateur décroît, il devient négatif, on a

$$\operatorname{tang} 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} < 0, \qquad \Delta < \frac{\lambda}{4}:$$

l'incidence principale a diminué.

Lorsque le dénominateur cessera de croître pour décroître [propriété que présente l'intégrale $C(x)$], on passera du premier cas au second; *il existera donc une épaisseur au-dessous de laquelle l'incidence principale croîtra avec l'épaisseur et au-dessus de laquelle c'est le contraire qui se produira; l'incidence principale passera donc par un maximum:* cette particularité s'est précisément rencontrée dans mes expériences.

On peut trouver une limite de l'ordre de grandeur qui correspond à ce maximum.

Égalons à zéro la dérivée du dénominateur en posant

$$F(x) = \frac{\cos\left[\frac{\pi}{2} 2 \sin^2 i \frac{x}{x+b'}\right]}{\alpha^{2x}}$$

et en remarquant qu'on a $\frac{\partial F(x)}{\partial x} < 0$, on obtient

$$k \frac{\partial C(x)}{\partial x} - v' \frac{\partial F(x)}{\partial x} = 0 \qquad \text{ou} \qquad \frac{\partial C(x)}{\partial x} = \frac{v' \frac{\partial F(x)}{\partial x}}{k} = q^2 \times \frac{1}{\alpha^{2x}},$$

q^2 étant une fonction positive de x et de i, car v' est négatif au moment de l'incidence i_1; on peut donc poser

$$\varepsilon \frac{\pi}{2} = \operatorname{arc} \cos q^2;$$

ε étant une fonction de x toujours comprise entre 0 et 1, l'équation devient

$$\frac{\partial C(x)}{\partial x} = \cos\left[\varepsilon \frac{\pi}{2}\right] \times \frac{1}{\alpha^{2x}}.$$

Pour prendre la dérivée de $C(x)$, le calcul est compliqué, car x

entre aussi sous le signe $\int$ dans le terme $\theta(xy)$; pour simplifier le calcul, nous négligerons la variation de ce facteur, ce qui signifie, au point de vue physique, qu'en augmentant l'épaisseur de la couche le retard varie surtout par l'addition du faisceau qui est réfléchi sur cette couche ajoutée, et non pas par la variation de retard qui en résulte pour les faisceaux réfléchis par les couches antécédentes; il en résulte que l'on a

$$\frac{\partial C(x)}{\partial x} = \frac{1}{\alpha^{2x}} \cos\left[\frac{\pi}{2} 2 \sin^3 i \frac{x}{x+b'}\right] = \frac{1}{\alpha^{2x}} \cos\left[\varepsilon \frac{\pi}{2}\right];$$

d'où l'on tire

$$x = b' \frac{\varepsilon}{2\sin^3 i - \varepsilon}.$$

Telle est l'équation à laquelle doivent satisfaire les valeurs de x et de i qui correspondent au maximum. On ne peut calculer la valeur de x, puisque ε est une fonction inconnue de x; mais nous pouvons en trouver une limite supérieure en remarquant que le second membre croît avec ε; en donnant à ε sa valeur limite, 1, nous aurons la limite supérieure de x

$$\lim x = b' \frac{1}{2\sin^3 i - 1};$$

si nous remplaçons i par la valeur 71° trouvée pour x maximum, on a

$$\sin^3 71^\circ = 0,83, \qquad \lim x = \frac{b'}{0,69} = 85^{\mu\mu}.$$

L'épaisseur qui donne ce maximum doit donc être comprise entre $0^{\mu\mu}$ et $85^{\mu\mu}$; nous avons trouvé $29^{\mu\mu}$ environ.

CONCLUSION.

1° J'ai mesuré le retard produit par la transmission à travers des lames métalliques minces et par la réflexion sur ces mêmes lames dont je déterminais l'épaisseur.

2° Pour l'or, le retard produit par la transmission peut être représenté par la formule

$$\delta = \frac{\lambda}{2} \frac{1}{2} \sin^3 i \frac{x}{x+60},$$

i étant l'incidence et x l'épaisseur de la lame.

3° J'ai indiqué une théorie simple, basée sur la considération des couches superficielles, qui permet d'expliquer la production de ce retard et de retrouver la formule précédente.

4° J'ai appliqué la même théorie à l'étude de la réflexion métallique. L'analyse du phénomène m'a conduit à des hypothèses simples sur le mécanisme de la réflexion; elles expliquent le retard observé dans la réflexion, en le considérant comme dû à une transmission, ce qui permet de le calculer à l'aide de la première théorie.

5° En développant ces considérations, j'ai trouvé les formules qui donnent le retard et l'intensité du faisceau réfléchi par une lame métallique épaisse, puis par une lame mince; j'ai indiqué à l'aide de ces formules comment le retard et l'intensité devaient varier en fonction de l'incidence et de l'épaisseur. Ces prévisions sont entièrement d'accord avec ce qu'on savait déjà pour la réflexion par les lames épaisses et avec les résultats que j'ai obtenus pour les lames minces dans la première Partie de ce travail : c'est ainsi que j'ai pu expliquer l'existence d'un maximum pour l'incidence principale, lorsque l'épaisseur va en croissant.

La théorie prévoit l'existence de ce maximum et indique pour la valeur de l'épaisseur correspondante des limites distantes de $85^{\mu\mu}$ qui comprennent la valeur donnée par l'expérience.

FRANGES ACHROMATIQUES PRODUITES PAR LES DEMI-LENTILLES DE BILLET;

PAR MM. J. MACÉ DE LÉPINAY ET A. PEROT.

Newton a le premier remarqué [1] que, si l'on observe les anneaux des lames minces à travers un prisme, le nombre des franges visibles en lumière blanche se trouve considérablement accru. La théorie de ces franges, dites *achromatiques*, a été récemment établie par M. Mascart [2]. L'effet du prisme est double : il existe une région, différente de la tache noire centrale, où les franges de

(1) *Optique*, 24e observation.

(2) MASCART, *Traité d'Optique*, t. I, p. 429. *Voir* aussi LORD RAYLEIGH, *On achromatic interference-bands*, in *Phil. Mag.*, sept. 1889.

même ordre, correspondant aux diverses lumières simples, sont amenées en coïncidence; de plus, au voisinage de cette région, la largeur des franges est sensiblement indépendante de la longueur d'onde, de telle sorte que la coïncidence a lieu pour un grand nombre de franges.

Lord Rayleigh a montré d'autre part (¹) qu'il est possible de réaliser un système de franges achromatiques avec un appareil interférentiel produisant des franges équidistantes. Soient, en effet, deux sources synchrones, distantes de b, produisant des franges sur un écran placé à la distance D des deux sources; la distance u de la $n^{\text{ième}}$ frange à la frange centrale est

$$u = n\lambda \frac{D}{b}.$$

Imaginons que le facteur $\lambda \frac{D}{b}$ soit rendu constant, c'est-à-dire indépendant de la longueur d'onde λ, il y aura coïncidence rigoureuse de tous les systèmes de franges, qui seront par suite achromatiques.

Pour réaliser cette condition, Lord Rayleigh fait interférer les rayons directs d'une source O avec ceux qui proviennent de l'image O_2 de O_1 dans un miroir plan [expérience de Lloyd (²)]. Comme source, Lord Rayleigh prend un petit spectre fourni par un réseau disposé de telle sorte que le prolongement du plan du miroir contienne l'image centrale incolore (cette image ainsi que les spectres inutiles sont arrêtés par un écran); b est, dans ces conditions, proportionnel à λ, et l'expression $\lambda \frac{D}{b}$ est une constante.

Au lieu d'un réseau, on peut employer un prisme : l'expression $\lambda \frac{D}{b}$ n'est pas constante; mais si l'appareil est réglé de telle sorte que sa valeur soit maxima ou minima pour la radiation moyenne du spectre, l'achromatisme, sans être parfait, est suffisant pour que la partie commune aux deux faisceaux soit couverte de franges.

Cette expérience est délicate et d'un réglage peu commode. Un

(¹) *Phil. Mag.*, août 1889.

(²) *Irish Trans.*, t. XVII, p. 171; 1834.

appareil que possèdent tous les cabinets de Physique permet de réaliser des conditions analogues : ce sont les demi-lentilles de Billet. Seulement, tandis qu'avec la disposition précédemment indiquée, les franges sont achromatisées simultanément à toute distance, *avec les demi-lentilles l'achromatisme a toujours lieu, mais est localisé en quelque sorte, et ne se produit qu'à une distance unique de l'appareil interférentiel,* variable avec les conditions de l'expérience, et croissant, toutes choses égales d'ailleurs, avec le pouvoir dispersif du verre qui constitue les lentilles.

L'origine de cette propriété est dans ce fait que, les images de la fente éclairante se produisant à une distance des demi-lentilles moindre pour le bleu que pour le rouge, l'écartement des images croît et leur distance à l'écran diminue, lorsque la longueur d'onde augmente.

Soient p la distance (indépendante de la longueur d'onde) de la source, p' celle de l'une et de l'autre image aux demi-lentilles, f la distance focale de ces dernières, Δ la distance de l'écran aux demi-lentilles, a l'écartement de ces dernières, on a

$$p' = \frac{pf}{p-f}, \qquad D = \Delta - \frac{pf}{p-f}, \qquad b = a\frac{p+p'}{p} = a\frac{p}{p-f},$$

et par suite

$$\lambda\frac{D}{b} = \lambda\frac{\Delta(p-f)-pf}{ap}.$$

La condition d'achromatisme est que, pour la région moyenne du spectre ($\lambda = 0^{\mu},555$), on ait

$$\frac{d}{d\lambda}\left(\lambda\frac{D}{b}\right) = 0.$$

Elle devient

$$\Delta(p-f) - pf - \lambda(\Delta+p)\frac{df}{d\lambda} = 0.$$

Elle détermine la distance Δ de l'écran aux demi-lentilles pour laquelle les franges sont achromatiques

$$(1) \qquad \Delta - p' = \frac{pp'\lambda\frac{df}{d\lambda}}{f\left(p-f-\lambda\frac{df}{d\lambda}\right)}.$$

Il est à remarquer qu'en général $\lambda \frac{df}{d\lambda}$ est petit vis-à-vis de $p-f$. Nous pouvons écrire dans ce cas la formule approchée

$$(2) \qquad \Delta - p' = \frac{p'^2}{f^2} \lambda \frac{df}{d\lambda}.$$

La distance à laquelle viennent se former les franges achromatiques, comptée à partir du système des deux images $(\Delta - p')$, est toujours positive, car $\frac{df}{d\lambda}$ est positif. Il sera donc toujours possible de les observer, à la condition de faire varier la distance des demi-lentilles de telle sorte que les deux faisceaux interférents se coupent avant l'écran. Cette même distance est indépendante de l'écartement a des demi-lentilles. Elle augmente, toutes choses égales d'ailleurs, si $\frac{df}{d\lambda}$ augmente : il y a donc avantage à employer une lentille dont le pouvoir dispersif soit le plus grand possible. Elle varie enfin à peu près comme le carré de la distance des deux images aux lentilles. Quoique grossièrement approchée, cette dernière loi est importante, car elle montre qu'il y a avantage à allonger l'appareil, en éloignant les images des lentilles. C'est en effet dans ces conditions que l'un de nous a observé par hasard la multiplicité des franges des demi-lentilles.

Les expériences ne présentent aucune difficulté; les résultats en sont particulièrement nets si l'on prend $p = \frac{3}{2}f$. Si l'on observe les franges au moyen de la loupe de Fresnel, placée tout d'abord à une grande distance des deux images, on constate qu'elles sont en petit nombre, colorées à peu près comme celles des miroirs, *les franges brillantes étant bordées de rouge à l'extérieur*. Si l'on rapproche la loupe des images, le nombre des franges augmente, et elles finissent par envahir la totalité de la partie commune aux deux faisceaux. On voit en même temps disparaître toute trace de coloration. Si l'on déplace encore la loupe dans le même sens, le nombre des franges visibles diminue, et les *colorations reparaissent, mais renversées, les franges brillantes étant bordées de rouge à l'intérieur*.

Ces mêmes faits peuvent être mis en évidence par une autre méthode. On sait que, si l'on observe les franges des miroirs de

Fresnel au moyen d'un spectroscope dont la fente est normale à leur direction commune, le spectre obtenu est sillonné de lignes noires longitudinales, plus resserrées dans le bleu que dans le rouge (spectre en éventail). Cet aspect est également celui que l'on observe avec les demi-lentilles lorsque la fente du spectroscope est introduite dans le faisceau commun à une distance suffisante des lentilles. Si on l'en rapproche progressivement, au moment où elle se trouve dans le plan d'achromatisme, les bandes qui sillonnent le spectre deviennent rectilignes et parallèles. A une distance moindre encore, la forme habituelle de l'éventail est renversée, les bandes devenant plus resserrées dans le rouge que dans le bleu.

Nous citerons, pour terminer, les résultats de quelques mesures :

	p.	p'.	Δ.
Première expérience	66^c	176^c	223^c
Deuxième expérience	72	144	173
Troisième expérience	95,5	96,5	109,5

L'expression $\frac{\lambda}{f}\frac{df}{d\lambda}$ peut être considérée comme une constante spécifique des demi-lentilles employées. Si, prenant cette constante comme inconnue, nous calculons sa valeur au moyen de l'équation (1), appliquée à chacune de ces trois expériences, nous trouvons :

	$\frac{\lambda}{f}\frac{df}{d\lambda}$.
Première expérience	0,0610
Deuxième expérience	0,0592
Troisième expérience	0,0628
Moyenne	0,0610

Si l'on admet que le verre qui constitue les lentilles soit identique au crown-glass de Rosselte dont M. Mascart a déterminé les indices (¹), et que la longueur d'onde de la partie moyenne du spectre soit égale à $0^\mu,555$, on trouve, par construction gra-

(¹) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 4ᵉ série, t. XIV, p. 144; 1868.

phique ([1]),

$$\frac{\lambda}{f}\frac{df}{d\lambda} = 0,0633.$$

Cette valeur est très voisine de celle qui est déduite de nos expériences. Il est à remarquer, d'ailleurs, que la légère divergence qui existe entre ces nombres doit être attribuée en partie à ce que le verre des lentilles employées est un peu moins dispersif que le crown-glass de Rossette. Sa densité est en effet un peu moindre : 2,563 au lieu de 2,578.

ÉQUIVALENT ÉLECTROLYTIQUE DE L'ARGENT;

PAR MM. POTIER ET PELLAT.

L'électrodynamomètre absolu ([2]) imaginé par l'un de nous permet de rapporter avec une grande précision l'intensité d'un courant à l'unité théorique C. G. S. Nous nous sommes proposé de déterminer, avec cet appareil, la masse d'argent déposée en une seconde par un courant d'intensité connue.

Le courant, fourni par 20 éléments Daniell, passait dans des résistances métalliques assez élevées pour réduire son intensité à $0^{amp},1$ environ, et dans un voltamètre à azotate d'argent. Parmi ces résistances se trouvaient : 1° un rhéostat de Wheatstone perfectionné par M. Ducretet; 2° une résistance (R) en fil nu de $0^{cm},08$ de diamètre formé d'un métal nickelifère, dit *métal XXX* ([3]), dont le coefficient de variation avec la température était connu et d'ailleurs très faible (0,00022); cette résistance était placée dans un

([1]) Si m est l'indice, on a

$$\frac{\lambda}{f}\frac{df}{d\lambda} = -\frac{\lambda}{m-1}\frac{dm}{d\lambda}.$$

([2]) *Journ. de Phys.*, 2e série, t. VI, p. 175.

([3]) Ce métal, remarquable par sa grande résistance spécifique (double de celle du maillechort) et par le faible coefficient de variation de cette résistance avec la température, contient :

Cuivre	56,5
Nickel	35,5
Zinc	8,0
	100,0

bain de pétrole; un agitateur à air rendait uniforme la température, qui était donnée par un thermomètre. La différence de potentiel déterminée par le courant aux extrémités de cette résistance (R) était opposée à la force électromotrice (e) d'un élément à sulfate de mercure ([1]), contenant au milieu de son électrolyte liquide le réservoir d'un thermomètre, et placé dans un bain d'eau pour maintenir sa température invariable. Un électromètre capillaire de M. Lippmann, intercalé dans le circuit de l'élément, permettait de constater l'équilibre de ces forces électromotrices opposées. On rendait le courant constant, à $\frac{1}{10000}$ près environ, en faisant varier, à l'aide du rhéostat, la résistance du circuit principal de façon à maintenir au zéro la colonne de mercure de l'électromètre pendant toute la durée de l'expérience; en désignant par i l'intensité du courant, on avait alors

$$e = iR. \qquad (1)$$

Une autre expérience servait à obtenir la valeur de la force électromotrice de l'élément au sulfate de mercure. Pour cela, le courant principal, au lieu de passer dans le voltamètre, passait dans l'électrodynamomètre absolu, et les résistances étaient réduites de façon à lui donner une intensité de $0^{amp},3$ environ. On rendait le courant parfaitement constant par le même procédé que dans la première expérience, et l'on procédait à la mesure de son intensité absolue i' au moyen de l'électrodynamomètre. On avait alors

$$e' = i'R', \qquad (2)$$

en désignant par e' et R′ les valeurs à ce moment de la force électromotrice et de la résistance, qui, par suite des variations de température, pouvaient différer un peu des valeurs e et R. De (1) et de

---

([1]) Cet élément est un Latimer-Clark dans lequel l'électrolyte pâteux est remplacé par une dissolution à 15 pour 100 de sulfate de zinc pur et par du sulfate mercureux en poudre reposant sur le mercure. Outre ces facilités de construction, il présente sur le Latimer-Clark à électrolyte pâteux l'avantage de se polariser beaucoup moins (il se polarise soixante fois moins environ qu'un élément Gouy pour le passage de la même quantité d'électricité), d'avoir un coefficient de variation avec la température moitié moindre (mais encore le double environ de celui de l'élément Gouy); enfin sa température peut être bien déterminée, puisque le thermomètre plonge dans un liquide.

(2) l'on tire

(3) $$\frac{e}{e'} = \frac{i}{i'}\frac{R}{R'};$$

d'où

$$i = i'\left(\frac{e}{e'}\right)\left(\frac{R'}{R}\right).$$

Les déterminations des températures et l'étude préalable des coefficients de variation faisaient connaître exactement la valeur très voisine de l'unité des rapports $\frac{e}{e'}$, et $\frac{R'}{R}$, et, i' étant connue, l'intensité i du courant qui avait circulé dans le voltamètre était ainsi déterminée avec une précision égale à celle donnée par l'électrodynamomètre absolu, estimée à $\frac{1}{2000}$ au moins.

Le voltamètre était constitué : 1° par une anode en argent pur ayant la forme d'un dé à coudre, de $0^{cm},26$ de diamètre, plongeant de 4^{cm} environ dans le bain ; 2° par une cathode formée d'une lame d'argent cylindrique, concentrique à l'anode, plongeant de 5^{cm} dans le liquide. Celui-ci était une dissolution neutre d'azotate d'argent à 15 pour 100.

Les électrodes, au sortir du bain, étaient lavées à l'eau distillée, puis placées sous la cloche d'une machine pneumatique et séchées dans le vide sec pendant plus de douze heures. On procédait ensuite aux pesées.

Les résultats de deux expériences, que la régularité du courant nous a fait considérer comme bonnes, sont les suivants :

Coulombs.	Masse déposée.	Durée.
742,85	$0^{gr},8312$	6850^{s}
755,08	$0^{gr},8453$	6948^{s}

Elles conduisent respectivement à $1^{mgr},1189$ et $1^{mgr},1195$ pour la masse d'argent déposée par 1 ampère en une seconde.

Les nombres donnés antérieurement sont

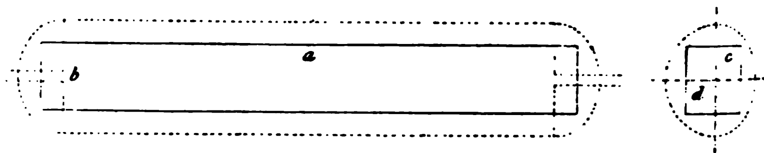
Kohlrausch	1,1183
Rayleigh	1,118
Mascart	1,1156
Pellat et Potier	1,1192

MÉTHODE POUR LA DÉTERMINATION DE LA TENSION SUPERFICIELLE DU MERCURE;

Par M. H. SENTIS.

On fait flotter sur le mercure une longue et étroite plaque de fer dressée avec soin, dont les dimensions sont a, b, c. La plaque déprime le mercure tout autour d'elle; mais son poids p_1 est assez faible pour qu'elle ne pénètre pas dans le liquide. On abaisse la

Fig. 1.



pointe d'un sphéromètre d'abord jusqu'au contact du milieu de la plaque, puis, après avoir écarté celle-ci, jusqu'au contact du mercure. On retranche la distance que l'on vient de mesurer de l'épaisseur e de la plaque, et l'on a la profondeur h de la dépression au-dessous du niveau général du mercure. D'après le principe d'Archimède, le poids p_1 de la plaque est égal au poids du mercure déplacé, lequel se compose de deux parties : l'une ayant pour base ab et pour hauteur h, l'autre qui remplirait la dépression entourant la plaque. Or le poids de cette dernière partie est égal à la composante verticale de la tension superficielle tout le long du pourtour de la plaque $2(a+b)\,F\cos\alpha$. D'autre part, le long d'une paroi plane, on a, entre les quantités h, α, F et la densité D, la relation

$$(1)\qquad h = \sqrt{\frac{2F}{D}(1-\sin\alpha)},$$

dont on trouve la démonstration dans les Traités de Physique. On pourra donc éliminer α. Toutefois, il y a lieu de tenir compte de ce que, dans les coins de la dépression, la forme de la surface se complique et la formule (1) n'est plus applicable. On prendra une petite plaque à peu près carrée, de dimensions c, d, e', et dont le poids est tel qu'elle déprime le mercure à la même profondeur h

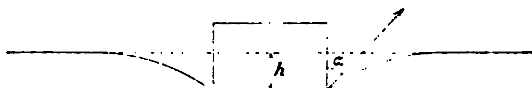
que la précédente. On voit aisément sur la figure qu'en retranchant p_2 de p_1 on est dispensé de considérer le mercure qui remplirait les angles de la première dépression et que le long du pourtour $2(a + c + b + d)$ la formule (1) est applicable. On a donc l'équation

$$(2) \qquad p_1 - p_2 - (ab - cd)hD = 2(a + c + b + d)F\cos\alpha$$

et, en éliminant α entre les équations (1) et (2), il vient

$$(3) \qquad F = \frac{h^2 D}{4} + \frac{[p_1 - p_2 - (ab - cd)hD]^2}{(a + c + b + d)^2 h^2 D}.$$

Fig. 2.



Le terme $(ab - cd)hD$ devant représenter un poids apparent, il faudra retrancher de sa valeur absolue le poids, fort petit du reste, du volume d'air $(ab - cd)h$.

J'ai opéré avec deux plaques de fer, pour lesquelles on a, en millimètres et en milligrammes,

$a = 119,72$	$c = 10,155$
$b = 8,258$	$d = 8,668$
$e = 1,967$	$e' = 2,338$
$p_1 = 14868,3$	$p_2 = 1603$

h était de $0^{mm},016$ en moyenne moindre pour la petite plaque que pour la grande, ce qui conduit à ajouter 19^{mgr} à la valeur précédente p_2 pour avoir le poids d'une plaque qui correspondrait à la valeur de $h = 0^{mm},770$, trouvée à 20° pour la grande plaque. On en déduit $F = 39^{mgr},23$.

Pour constater le contact du sphéromètre avec une des plaques, on abaisse la vis jusqu'à ce qu'un courant électrique puisse passer, puis on la soulève lentement jusqu'à ce qu'il cesse de passer. C'est la rupture et non l'établissement du courant qui fournit des mesures concordantes. On ne peut employer le même procédé pour le mercure, puisque la pointe du sphéromètre, en se relevant, soulève le liquide. On place alors l'œil de façon que l'image d'une

ligne noire vienne se former sur le mercure, à l'endroit où va affleurer la pointe, et l'on s'arrête aussitôt qu'on aperçoit la moindre déformation de cette image. La sensibilité de ce procédé est d'ailleurs de même ordre que celle du précédent, et l'on retombe presque toujours, dans les deux cas, sur la même division du sphéromètre.

On admet que la tension superficielle du mercure diminue avec le temps. Voici ce que j'ai observé à cet égard : quand le mercure vient d'être récemment filtré, les plaques sont extrêmement mobiles et l'on a de la peine à les avoir en repos dans une position convenable pour les mesures; bientôt elles ne se déplacent plus qu'avec une certaine difficulté et, en même temps, on constate des valeurs de h plus grandes, ce qui correspond à une diminution de F. Il s'est formé à la surface du mercure une couche solide élastique qu'on ne peut distinguer tout d'abord; mais, si l'on amène doucement la grande plaque près de la paroi de la cuvette, on voit se former entre elle et cette paroi une plage finement striée d'un blanc d'argent qui, en se détendant comme un ressort, la repousse au loin aussitôt qu'on l'abandonne à elle-même. Si, en prenant plusieurs fois la plaque à la surface du bain, on brise cette couche (dont on peut alors discerner les débris flottants sur le mercure), on retrouve la valeur initiale de h. Toutefois, il m'a paru que, si l'on agite un peu fortement le mercure de manière à mélanger la couche solide avec les couches sous-jacentes, la valeur de h devient un peu plus grande. D'ailleurs, à la longue, cette couche solide adhère plus ou moins à la plaque de fer et, la surface de la dépression se trouvant déformée, les conditions nécessaires à notre expérience ne sont plus réalisées.

J. STEFAN. — L'évaporation et la dissolution étudiées au point de vue de la diffusion; traduit des *Wiener Berichte*, 21 novembre 1889.

Dans un Mémoire publié en 1873, l'auteur décrivait des expériences faites par lui sur l'évaporation dans des tubes étroits. Ces observations conduisaient à la loi suivante : la vitesse d'évaporation est inversement proportionnelle à la distance de la surface libre à l'extrémité ouverte du tube. L'application de la théorie de

la diffusion des gaz à ces expériences conduit à la même loi et, en même temps, fournit une détermination complète de la vitesse de l'évaporation, qui permet de calculer le coefficient de diffusion des vapeurs. Ces expériences ont été étendues par Winkelmann à diverses séries de liquides, et ont servi à déterminer les coefficients de diffusion de leurs vapeurs.

Des expériences semblables à celles qui concernent l'évaporation peuvent être faites sur des solutions de solides dans les liquides. Un prisme rectangulaire de sel gemme avait pour dimensions 30^{mm}, 7^{mm} et 9^{mm}. Des lames de verre ont été collées au baume du Canada sur l'une des bases et sur les faces latérales. Sur l'une de celles-ci est gravée une échelle. Si, la face libre du prisme étant tournée vers le haut, on l'immerge dans un grand vase plein d'eau, il se dissout sur cette face libre, et l'on peut observer sur l'échelle la vitesse de la dissolution. Après un, quatre, neuf, seize jours, la dissolution avait atteint, le long de l'échelle, les divisions 6,3; 12,6; 18,8 et 25. Ces profondeurs sont entre elles comme les racines carrées du temps. Donc, pour ce phénomène, la même loi subsiste : la vitesse de la dissolution est exactement proportionnelle à la distance de la surface du sel gemme à l'extrémité ouverte du prisme.

Si un tel prisme est plongé dans l'eau avec sa face libre en bas, la dissolution s'opère avec une vitesse sensiblement uniforme. En une et en deux heures, la dissolution atteint respectivement les divisions 17,1 et 25,6 de l'échelle. Un prisme de 1^{m} de long demanderait pour sa dissolution complète soixante-dix ans si la face libre est au-dessus, et seulement deux jours et demi avec la face libre en dessous; dans le premier cas, le temps croît comme le carré de la longueur, dans le second, comme la longueur même.

Des expériences de la première espèce peuvent être employées pour étudier la diffusion des sels dans leurs dissolvants. Il est nécessaire pour cela de choisir un cas qui puisse être calculé complètement d'après la théorie de la diffusion. On a ainsi une nouvelle méthode pour l'étude de la diffusion des sels. Cette méthode n'est pas restreinte aux corps qui peuvent être obtenus en longs cristaux. Si l'on produit un mélange uniforme ou un magma d'une substance en poudre et de sa solution saturée, et qu'on en remplisse un tube gradué, l'expérience se fera aussi bien qu'avec un

prisme de sel gemme. La loi est la même que dans le cas précédent, bien que la valeur absolue de la vitesse avec laquelle le plan de séparation de la solution et du magma se meut de haut en bas soit plus grande, et cela d'autant plus que la proportion de sel non dissous dans le magma est plus petite.

La Partie mathématique du Mémoire comprend quatre divisions. Dans la première, sont développées les équations de la théorie de la diffusion des gaz. Dans la deuxième, ces équations sont appliquées à l'évaporation. La solution de ce problème était seulement approchée dans l'ancien Mémoire, bien que suffisante pour le calcul des expériences. Dans le présent Mémoire, la solution exacte du problème est indiquée. Son établissement est une nouvelle application des formules que l'auteur a développées dans la théorie de la formation de la glace. Dans la troisième section, les équations différentielles de la diffusion des gaz sont transformées pour obtenir les équations convenant au calcul de la diffusion des liquides. La dernière section contient les applications de ces équations au calcul des expériences sur la diffusion.

Tito Martini. Figure di diffusione nei liquidi (Figures de diffusion dans les liquides); *Atti del R. Istituto Veneto di Scienze*, 6e série, t. VI et VII, 20 pages, 2 pl.; avril 1889.

Reprenant l'étude des curieuses figures que l'on obtient par l'écoulement capillaire d'un liquide dans un autre de densité peu différente et graduellement variée, M. Martini reconnaît dans les formes florescentes ou foliacées qu'il avait observées autrefois [1] le simple développement hélicoïdal de la veine que j'avais signalé incidemment à une autre recherche d'écoulement stationnaire des liquides [2]. M. Martini donne également des figures très étudiées du cas où le liquide excipient comporte des couches de densités brusquement et non plus continûment variées. On n'y retrouve plus la forme hélicoïdale, qui dépend évidemment de la conti-

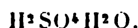
(1) *La Nature*, t. IX, p. 340; 1877.
(2) *Ibid.*, t. XVII, p. 149; 1881.

nuité de variation des densités, mais qui, non moins évidemment, ne peut être expliquée par celle-ci, même combinée avec la « force de diffusion », qui tend d'autant plus à détruire la cohésion de la veine que celle-ci a un mouvement plus lent. Car, de ces deux influences, l'une verticale, l'autre horizontale, il n'en est pas une de dissymétrique par rapport au sens du mouvement, pour justifier une déviation primitive à droite ou à gauche. Ne faudrait-il pas faire intervenir plutôt une asymétrie de l'ajutage? Il serait à désirer, en tout cas, qu'un mathématicien fît, pour ces figures si remarquables par leur stabilité, ce qu'Helmholtz a fait pour les tourbillons annulaires, qui n'ont d'existence que par et pendant le mouvement.

ADRIEN GUÉBHARD.

R.-F. D'ARCY. — Viscosity of solutions (Viscosité de dissolutions); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XXVIII, p. 221; 1889.

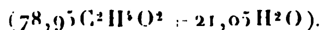
Graham avait déjà démontré que la viscosité des dissolutions d'acide sulfurique à 20° passe par un maximum pour H^2SO^4, H^2O. M. d'Arcy montre qu'il en est de même à toute température inférieure à 65°. Au-dessus de cette température, la viscosité varie toujours dans le même sens que la concentration. D'après l'auteur, ces résultats s'expliquent par la dissociation de l'hydrate



$$H^2SO^4H^2O,$$

qui serait complète à 65°.

Les solutions d'acide acétique présentent aussi, à toutes les températures de 20° à 80°, un maximum de viscosité correspondant à une même concentration de la liqueur



$$(78,95\,C^2H^4O^2 + 21,05\,H^2O).$$

E. BOUTY.

VAN AUBEL. — Researches on the electrical resistance of bismuth (Recherches sur la résistance électrique du bismuth); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XXVIII, p. 332; 1889.

La résistance électrique du bismuth à 0° et le coefficient de température correspondant varient largement suivant le degré de

pureté du bismuth, et, pour le bismuth impur, suivant son état physique. On en jugera par le Tableau suivant :

Désignation du bismuth (¹).	Lentement refroidi. $R_0 10^{-3}$.	K.	Trempé. $R_0 10^{-3}$.	K.	Comprimé. $R_0 10^{-3}$.	K.
Bromsdorff...	109,90	0,00325	139,86	+0,00199	»	»
Classen I.....	»	0,00076	246,91	+0,00060	»	»
» IIa...	124,69	0,00299	166,66	+0,00106	236,96	−0,00049
» IIb...	»	»	157,48	+0,00128	251,26	−0,00083
» IIc...	»	»	163,40	+0,00116	268,10	−0,00105
» IIIa..	156,74	0,00132	204,50	+0,00009	»	»
» IIIb..	»	0,00101	208,33	+0,00005	»	»
» IVa..	170,07	0,00126	207,47	+0,00004	»	»
» IVb..	168,35	0,00113	212,94	+0,00008	»	»
Électrolytique.	107,99	0,00429	108,69	+0,00422	»	»

E. Bouty.

ANNALES DE CHIMIE ET DE PHYSIQUE.

Tome XVI; 1889.

GOUY. — Recherches théoriques et expérimentales sur la vitesse de la lumière (1re Partie), p. 262-289.

L'auteur expose, dans ce travail, l'ensemble de ses recherches sur la vitesse de la lumière dans les milieux doués de dispersion, en évitant les calculs complexes et tout ce qui n'aurait d'intérêt qu'au point de vue analytique. La première Partie est consacrée à la propagation des rayons d'intensité variable et de direction constante (²); la seconde aura pour objet la théorie des miroirs tournants et la relation des expériences faites par cette méthode avec le sulfure de carbone.

(¹) Le premier métal préparé dans les usines de Bromsdorff, à Erfurth, contient notamment du cuivre; les autres échantillons, préparés par le professeur Classen (I, II, III par réduction de l'oxychlorure, IV par réduction du nitrate), sont aussi purs qu'ils peuvent être obtenus par voie de précipitation chimique. Au spectroscope, on reconnaît la présence de traces de plomb.

(²) *Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 354.

H. LESCŒUR. — Recherches sur la dissociation des hydrates salins et des composés analogues, p. 378-403 (premier Mémoire).

Après un exposé très complet et une critique minutieuse des travaux antérieurs, M. Lescœur indique les deux méthodes qu'il a employées pour déterminer les tensions de dissociation.

La première consiste à apprécier *directement* la tension que présente la substance placée dans la chambre vide du baromètre et chauffée à une température déterminée. L'appareil employé a beaucoup de rapport avec la disposition adoptée par M. Troost dans ses *Recherches sur la vapeur de l'hydrate de chloral*.

Le principe de la seconde méthode est le même que celui des hygromètres de condensation. Supposons un espace clos, renfermant un sel efflorescent à une température fixe. Cet hydrate, que nous supposerons en excès, se décomposera partiellement et émettra de la vapeur d'eau, jusqu'au moment où cette dernière existera dans l'atmosphère close en quantité telle que sa force élastique soit devenue égale à la tension de dissociation de l'hydrate salin. Une fois atteint, cet état d'équilibre, qui est, comme on sait, indépendant de la présence de l'air, se maintiendra aussi longtemps que la température demeurera invariable.

Imaginons maintenant que nous refroidissions une petite portion de la paroi de manière à y produire un dépôt de rosée; la température de ce point de rosée correspond à une tension maximum qui est égale à la tension de dissociation.

Cette méthode, avec les précautions indiquées, donne des résultats qui se rapprochent beaucoup de ceux de la méthode directe. Elle est plus commode et rend possibles des recherches qui feront l'objet d'un second Mémoire.

Tome XVII.

CURIE (J.). - Recherches sur le pouvoir inducteur spécifique et la conductibilité des corps cristallisés, p. 385-435, et t. XVIII, p. 203-269.

Pour connaître entièrement les propriétés d'un diélectrique, il faut déterminer :

1° Son pouvoir inducteur;

2° L'intensité des courants de charge à divers moments depuis

un temps aussi rapproché que possible des débuts de la charge jusqu'à ce que l'on ait atteint, soit une conductibilité constante, soit l'extinction du courant;

3° L'intensité du courant de décharge à divers moments.

C'est ce que M. Curie a essayé de faire sur un certain nombre de corps et pour diverses températures.

Les résultats principaux de ce travail sont résumés par l'auteur de la manière suivante :

« 1° J'ai fait connaître une nouvelle méthode de mesure pour les pouvoirs inducteurs et la conductibilité des diélectriques; cette méthode est basée sur l'emploi d'un nouvel appareil, le quartz piézo-électrique.

» 2° J'ai appliqué cette méthode à l'étude des pouvoirs inducteurs des diélectriques cristallins, quartz, spath, sel gemme, fluorine, tourmaline, béryl, topaze, mica, gypse, soufre, alun, et aussi de quelques autres corps non cristallisés, l'ébonite et la porcelaine.

» 3° J'ai étudié les phénomènes de conductibilité dans les diélectriques cristallisés cités plus haut, et aussi ceux du verre, du cristal, de la blende, et cela à diverses températures. Je me suis surtout placé au point de vue des variations d'intensité de la conductibilité apparente avec le temps.

» 4° J'ai donné quelques lois générales, en particulier celle que j'ai désignée sous le nom de *loi de superposition,* et qui montre l'indépendance des effets produits par diverses variations de force électromotrice.

» 5° J'ai étudié à fond les propriétés du quartz. Ce corps conduit fortement, pour un diélectrique, dans la direction de l'axe optique et insensiblement dans une direction normale à cet axe. Cette différence de conductibilité avec la direction, dans le quartz, donne lieu à des phénomènes frappants. Tel est le cas des lames parallèles à l'axe, quand les extrémités de l'axe optique sont en communication avec la terre. Ces lames se comportent, à partir d'une température de 120°, comme des diélectriques dont le pouvoir inducteur serait égal à zéro.

» Une chauffe prolongée modifie complètement les propriétés du quartz et, lorsqu'elle a été maintenue pendant un temps suffisant, la conductibilité suivant l'axe a complètement disparu.

» 6° *J'ai montré que l'eau joue un rôle capital dans la conductibilité d'un grand nombre de diélectriques;* il est même possible qu'il en soit ainsi pour tous.

» 7° Avec des plaques de porcelaine dégourdie maintenues humides, j'ai reproduit divers types de conductibilité des diélectriques.

» Les corps poreux humides se polarisent pendant le passage d'un courant électrique. J'ai étudié ce phénomène découvert par du Bois-Reymond.

» Les courants qui traversent la porcelaine humide obéissent à la loi de superposition, et les forces électromotrices de polarisation peuvent atteindre plusieurs centaines de volts.

» 8° J'ai comparé la liste des conductibilités à celle des pouvoirs absorbants. Il semble y avoir une relation, mais on ne peut rien affirmer de certain. »

Voici, en outre, les nombres représentant les pouvoirs inducteurs des diverses substances étudiées :

Substances.	Pouvoir inducteur.	Carré de l'indice.	Signe optique.
Quartz suivant l'axe optique	4,55	2,41	+
Quartz normalement à l'axe......	4,49	2,38	
Spath suivant l'axe..............	8,03	2,26	—
Spath normalement à l'axe.......	8,48	2,75	
Tourmaline suivant l'axe.........	6,05	2,63	—
Tourmaline normalement à l'axe .	7,10	2,70	
Béryl suivant l'axe	6,24	6,48	—
Béryl normalement à l'axe	7,58	2,50	
Mica	8,0		
Topaze.........................	6,56	2,61	
Soufre.........................	4,0	4,0	
Gypse..........................	6,33	2,32	
Sel gemme......................	5,85	2,36	
Alun...........................	6,4	2,2	
Fluorine.......................	6,8	2,07	
Ébonite........................	3,5		
Porcelaine.....................	4,38		

Les nombres relatifs à la tourmaline, au béryl et à l'ébonite sont certainement trop forts, leur pouvoir inducteur diminuant considérablement avec le temps de charge. Les pouvoirs inducteurs des

autres substances ne sont que légèrement influencés par la durée de la charge. Le temps de charge est d'environ une demi-seconde pour tous les nombres du Tableau précédent.

Tome XXIII.

BERTHELOT et PETIT. — **Sur la chaleur de formation de l'hydrogène antimonié**, p. 65-80.

L'ensemble des expériences donne



$$Sb + H^3 = SbH^3 \text{ gaz, absorbe : } -81^{Cal},8.$$

Il résulte de ce chiffre que la formation de l'hydrogène antimonié est fortement endothermique; elle l'est plus même que celle de l'hydrogène arsenié ($-36^{Cal},7$). Cette circonstance pouvait être prévue, en raison de l'extrême instabilité du composé. Cependant, ce chiffre ne dépasse guère la chaleur absorbée dans la formation d'une molécule de cyanogène ($-73^{Cal},9$), ou d'acétylène ($-60^{Cal},4$), qui sont plus stables.

BERTHELOT et PETIT. — **Chaleur de combustion du carbone sous ses divers états : diamant, graphite, carbone amorphe**, p. 80-107.

C'est là une des données fondamentales de la Thermochimie, surtout parce que cette chaleur de combustion, jointe à celle de l'hydrogène, permet de calculer les chaleurs de formation des composés organiques par les éléments, d'après les principes établis par M. Berthelot; elle joue en outre un rôle essentiel dans l'évaluation de la chaleur animale.

Le Tableau suivant résume les résultats :

	Chaleur moléculaire de combustion (pour 1^{gr}).
	Cal
Carbone amorphe	97,65
Graphite cristallisé	94,81
Diamant	94,31

Ces trois variétés fournissent donc des résultats différents : l'écart surpasse $3^{Cal},24$ ou $\frac{3}{100}$ pour le carbone amorphe; il est d'un

demi-centième pour le graphite. Telle est la chaleur qui se dégagerait, si l'on ramenait ces deux variétés à l'état de diamant. Les valeurs anciennes adoptées pour la chaleur de combustion du carbone doivent donc être augmentées dans une proportion très sensible, laquelle modifie les calculs relatifs à la chaleur animale et accroît en même temps les chaleurs de formation de tous les composés organiques depuis leurs éléments, telles qu'elles ont été calculées jusqu'à ce jour.

NEYRENEUF. — Nouvelles recherches sur l'harmonica chimique, p. 351-378.

I. Pour les petites flammes produites à l'extrémité de tubes cylindriques, l'auteur montre :

1° Que le tube à gaz d'un harmonica peut agir comme le porte-vent d'un tuyau à anche. Le son se produit si sa longueur est égale à un multiple du λ du son fondamental du tuyau enveloppe. Dans le cas contraire, on n'obtient que le silence.

2° Quand le tube à gaz court est en relation avec une partie dilatée, le son fondamental du tuyau se fait entendre, mais on peut produire ses harmoniques, le premier surtout, soit séparément, soit simultanément, et réaliser des battements, visibles au miroir tournant et perceptibles à l'oreille. Le procédé consiste à augmenter graduellement le volume de la dilatation prise sous forme cylindrique.

3° L'aspect sinusoïdal que présentent les petites et les grandes flammes, observées au miroir tournant, s'explique facilement en tenant compte du mouvement vibratoire et de celui de transport.

II. Pour les flammes plus grandes et pouvant croître de manière à s'élever jusqu'à l'orifice supérieur du tuyau, deux cas principaux sont à distinguer :

1° Les vibrations du système de la dilatation et des tuyaux de conduite agissent seules.

Alors la flamme ne donne plus que des crépitations plus ou moins violentes, suivant le débit et suivant le niveau (tempête de Tyndall), sans aucun son susceptible d'être déterminé.

On peut cependant, pour un moyen débit, réaliser une appa-

rence fixe remarquable, à laquelle correspond très nettement l'octave grave du son fondamental du tuyau, et rendre même sensible la deuxième octave grave, qui correspond, elle aussi, à une figure spéciale de la flamme.

On a, dans les deux cas, affaire à des sons résultants.

2° Les vibrations précédentes coexistent avec les vibrations du tuyau enveloppe.

Après le son fondamental se succèdent alors une série de sons de plus en plus élevés, correspondant chacun à des subdivisions et apparences très régulières de la flamme. Pour un débit assez fort, apparaissent des flammes allongées, à subdivisions transversales très nettes, qui affectent bientôt l'aspect de nœuds et de ventres dont la suite peut atteindre et même dépasser légèrement le niveau supérieur.

III. Une étude approfondie des circonstances de la production de la flamme à nœuds montre son analogie sur bien des points avec la veine liquide de Savart.

CROVA. — Remarques sur les observations de M. R. Savelief, p. 467-469.

M. Crova insiste sur le grand intérêt de ces observations actinométriques faites à Kief, en Russie.

Elles montrent, en effet, que la loi des variations annuelles de la radiation solaire est sensiblement la même à Kief qu'à Montpellier; que la transparence calorifique de l'atmosphère est plus grande dans la première station; que la constante solaire déterminée par une belle journée d'hiver en Russie peut atteindre une valeur voisine de 3^{Cal}, dont on n'a pu approcher qu'en installant un actinomètre enregistreur au sommet du mont Ventoux, et qui atteint presque le nombre obtenu par M. Langley dans ses remarquables recherches du Peakes Peak du Colorado; enfin la dépression de midi, observée à Montpellier, s'est aussi accusée à Kief.

B.-C. DAMIEN.

L. GRAETZ. — Ueber Electricitätsleitung fester und geschmolzener Salze (Sur la résistance électrique des sels fondus et solides); *Wiedemann's Annalen*, t. XL, p. 18; 1890.

La méthode employée pour mesurer la résistance est la méthode des courants alternatifs; le courant électrique est amené par des électrodes en platine platiné dans une nacelle en porcelaine, pleine du sel à étudier et chauffée dans un bain de sable.

Des précautions particulières sont prises pour assurer l'égalité de température entre les électrodes et la masse saline, et pour protéger contre la flamme les fils conducteurs. Les températures sont déterminées par des couples thermo-électriques fer-maillechort ou fer-platine gradués en prenant comme points fixes la moyenne entre les températures de fusion de divers chlorures données par Braun et par Carnelley.

Les mesures de l'auteur ont porté sur des chlorures, bromures, iodures et azotates fondant au-dessous de 600°; il s'est surtout attaché à étudier les sels solides et la variation de la conductibilité au moment de la fusion; il n'a fait que peu de déterminations sur les électrolytes fondus. Les quelques nombres relatifs à des sels figurant parmi ceux que M. Bouty et moi nous avons précédemment étudiés par une méthode différente sont, comme le constate M. Graetz, parfaitement d'accord avec les nôtres.

Au moment de la fusion, trois cas peuvent se présenter : ou bien la conductibilité varie brusquement ainsi que le coefficient de variation avec la température : c'est précisément le cas des sels que nous avons étudiés; ou bien la variation brusque n'a pas lieu à la température même de fusion, mais à une température différente θ; la différence $t - \theta$ est positive (sauf pour un ou deux sels où elle a une valeur négative très petite, qui peut être attribuée à une détermination inexacte du point de fusion) et change beaucoup avec la nature du sel : c'est le cas des sels de zinc et de cadmium, et aussi de l'iodure d'argent, comme l'avait déjà constaté Kohlrausch; ou bien, enfin, il n'y a nulle part de variation brusque dans les valeurs de la résistance : c'est le cas du chlorure de cuivre et du chlorure d'antimoine.

Il importe de remarquer que ces déterminations sont fort délicates; la masse saline ne se solidifie pas, en effet, instantanément

tout entière; on conçoit que, la surface étant solide, tandis que la partie intérieure demeure encore liquide, on puisse observer une augmentation régulière et progressive de la résistance mesurée, alors même que le passage de l'état liquide à l'état solide produirait, en réalité, un changement brusque et immédiat. On doit, en outre, observer que le changement de densité produit, dans le sel, des fissures et des retraits qui diminuent beaucoup la précision des mesures absolues. Néanmoins, la différence $t - \theta$ est, pour plusieurs sels, trop grande, et les expériences de M. Graetz sont trop soignées pour que l'on puisse contester le fait important qu'il vient d'étudier.

En terminant son Mémoire, l'auteur cherche à interpréter les résultats de ses expériences dans les idées de Clausius et d'Arrhénius : la résistance d'un électrolyte dépend de deux facteurs, le nombre des ions libres d'une part, et la mobilité des ions d'autre part; ces deux facteurs changent avec la température, mais le nombre résultant ne doit pas nécessairement passer par une valeur critique au moment de la solidification. LUCIEN POINCARÉ.

CHARLES-S. HASTINGS. — A general method for determining the secondary chromatic aberration for a double telescope objective, with a description of a telescope sensible free from this defect (Methode générale pour déterminer l'aberration chromatique seconde, pour un objectif télescopique double, et description d'un telescope sensiblement affranchi de ce défaut): *Sillim. American Journal*, t. XXXVII, p. 291; 1889.

La convergence d'un objectif double formé de deux lentilles dont les convergences sont A et B est donnée par

$$\varphi = (u - 1)A + (u' - 1)B;$$

u, u', par suite φ dépendent de la couleur. On choisit le rapport $\frac{A}{B}$ de façon que φ varie aussi peu que possible avec la longueur d'onde; il faut pour cela que la dérivée $\frac{d\varphi}{du}$ soit nulle pour une couleur qu'on choisit dans la partie la plus brillante du spectre. En affectant de l'indice o les indices correspondants, on a donc

$$A + \frac{du'_0}{du_0} B = 0,$$

et la valeur de φ pour cette couleur est

$$\varphi_0 = (u_0 - 1)A - (u'_0 - 1)\frac{du_0}{du'_0}A.$$

Mais pour une autre couleur, on aura

$$\varphi_u = (u_0 + \delta u - 1)A - (u'_0 + \delta u' - 1)\frac{du_0}{du'_0}A,$$

d'où, pour la variation de φ,

$$\delta\varphi = \left(\delta u - \frac{du_0}{du'_0}\delta u'\right)A.$$

Développons u' suivant les puissances de u; il suffit toujours, dans la pratique, de s'arrêter au troisième terme; donc

$$\delta u' = \frac{du'_0}{du_0}\delta u + \frac{1}{2}\frac{d^2u'_0}{du_0^2}\delta u^2$$

et

$$\delta\varphi = -\frac{1}{2}A\frac{du_0}{du'_0}\frac{d^2u'_0}{du_0^2}\delta u^2.$$

Cette quantité est l'aberration chromatique secondaire. On peut calculer ce qu'elle sera pour un objectif formé d'une première lentille A donnée et d'une seconde de verre donné qui devra être associée à la première. On prend les indices des deux verres pour trois raies E, D, F, par exemple, et l'on en déduit les valeurs des deux premières dérivées qui entrent dans la formule; on a alors le coefficient

$$k = -\frac{1}{2}A\frac{du_0}{du'_0}\frac{d^2u'_0}{du_0^2}.$$

Pour que les calculs relatifs à des objectifs de verres différents soient comparables, l'auteur fait le Tableau non des coefficients eux-mêmes, mais des coefficients $k' = k\frac{du^2}{du_1^2}$, u_1 étant l'indice d'un certain verre arbitrairement choisi, dont la dispersion servira de type. Il donne le Tableau de ces coefficients k' pour un certain nombre de combinaisons de verres, et trouve ainsi que quelques-unes lui donnent un objectif pour lequel l'aberration chromatique secondaire est absolument négligeable. BERNARD BRUNHES.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, t. XX, juillet 1890.

F.-M. Raoult. — *Sur les tensions de vapeur des dissolutions*. p. 297.

Hautefeuille et Margottet. — *Sur la décomposition de la vapeur d'eau*. p. 316.

Wiedemann's Annalen.

T. XL; n° 6, 1890.

R. v. Helmholtz et F. Richarz. — *Effet des actions chimiques et électriques sur un jet de vapeur: dissociation des gaz et en particulier de l'oxygène*. p. 161.

O. Wiener. — *Ondes lumineuses permanentes; direction de vibration de la lumière polarisée*. p. 203.

G. Meyer. — *Forces électromotrices entre le verre et les amalgames*. p. 244.

E. Riecke. — *Sur la pyro-électricité de la tourmaline*. p. 264.

W. Donle. — *Procédé simple pour la mesure des constantes diélectriques, par l'emploi de l'électrodynamomètre de Bellati-Giltay*. p. 307.

H. Muraoka. — *Sur le résidu électrique*. p. 329.

W. Hallwachs. — *Étude d'une cause d'erreur dans l'excitation photo-électrique*. p. 332.

W. Hallwachs. — *Remarques sur une réclamation de priorité de M. Righi*. p. 338.

W. Hallwachs. — *Expérience de Cours sur l'excitation photo-électrique*, p. 343.

L. Sohncke. — *Épaisseur limite d'une goutte d'huile s'étendant à la surface de l'eau*. p. 345.

A. Ritter. — *Contribution à la théorie des changements adiabatiques*. p. 356.

K. Bindel. — *Poids spécifiques, chaleurs spécifiques et chaleurs de dissolution des dissolutions salines sursaturées*, p. 370.

L. Boltzmann. — *Sur les expériences de Hertz*. p. 399.

DIFFÉRENCE DE POTENTIEL ENTRE ÉLECTRODES ET ÉLECTROLYTES. LIMITE ENTRE LA POLARISATION ET L'ÉLECTROLYSE;

PAR M. H. PELLAT [1].

I. *Distinction entre la force électromotrice de deux conducteurs au contact et leur différence de potentiel.* — Il est indispensable, pour l'intelligence de ce Mémoire, de distinguer nettement la *force électromotrice* qui se produit au contact de deux substances conductrices de la *différence de potentiel* que présentent ces deux substances dans l'état d'équilibre. Ces deux grandeurs sont différentes, si l'on veut rester fidèle aux définitions générales de la force électromotrice et de la différence de potentiel; or, elles ont presque toujours été confondues jusqu'ici; de là des malentendus et des contradictions entre des auteurs qui, au fond, étaient d'accord [2].

La force électromotrice d'un électromoteur quelconque est l'énergie que celui-ci communique à l'unité d'électricité qui le traverse; cette énergie provient, soit d'un travail mécanique qu'il faut fournir (électromoteurs fondés sur l'induction ou sur les phénomènes électrocapillaires), soit d'une destruction de chaleur (piles thermo-électriques), soit encore d'une diminution d'énergie potentielle due à une réaction chimique (piles hydro-électriques). Cette dépense d'énergie peut fournir la valeur de la force électromotrice.

La différence de potentiel entre deux points ou deux conduc-

---

(1) Extrait par l'auteur d'un Mémoire paru dans les *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. XIX, avril 1890.

(2) La confusion a existé dans les mots plutôt que dans les idées : certains physiciens désignant indifféremment sous le nom de *force électromotrice* ou de *différence de potentiel* la grandeur à laquelle il convient de réserver le nom de *force électromotrice;* d'autres physiciens ont employé aussi ces deux expressions comme synonymes, mais en leur attribuant toujours le sens de *différence de potentiel.* J'ai été du nombre de ces derniers pour les premières publications que j'ai faites dans le *Journal de Physique,* et, en particulier, dans un article ayant pour titre : *De la mesure de la force électromotrice de contact par le phénomène Peltier* (1re série, t. IX, p. 122; 1880), où les idées sont les mêmes que celles exposées dans cet article, mais où le mot de *force électromotrice* est pris comme synonyme de *différence de potentiel.*

teurs en contact est le travail accompli par les forces ***électro-électriques*** seules sur l'unité d'électricité positive allant d'un point à l'autre, et non le travail sur cette quantité d'électricité de toutes les forces qui peuvent agir sur elle; d'où l'expression connue

$$V = \sum \frac{m}{r'} - \sum \frac{m}{r}$$

pour la différence de potentiel ([1]).

A l'intérieur d'un conducteur homogène, en état d'équilibre électrique, il ne peut y avoir ni différence de potentiel ni force électromotrice. Une chute de potentiel ou une force électromotrice dans une pile ne peut se produire que dans une région extrêmement voisine de la surface de séparation de deux conducteurs de nature différente en contact. La force électromotrice totale d'une pile (E) est évidemment la somme algébrique des forces électromotrices (e) dont chaque contact est le siège ($E = \Sigma e$); de même, la différence de potentiel (V) qu'un électromètre constate entre les deux pôles d'une pile, en état d'équilibre, est la somme algébrique des sauts de potentiel (v) qui se produisent à chaque contact ($V = \Sigma v$). Il est aisé de voir que la force électromotrice E est égale à la différence de potentiel V que présentent les pôles en circuit ouvert. Fermons, en effet, le circuit par un fil F, de même métal que les pôles et infiniment résistant par rapport à la pile: pendant que le circuit est traversé par une quantité q d'électricité, la pile lui communique une énergie Eq, qui est, dans le cas considéré, entièrement transformée en chaleur; or, à un infiniment petit près, toute cette chaleur est créée dans le fil F. D'autre part, la différence de potentiel entre les pôles est restée V, à un infiniment petit près aussi; par conséquent, la quantité de chaleur

([1]) Les forces *électro-électriques* sont celles qui proviennent des divers points électrisés, d'après les lois de Coulomb $\left(\frac{mm'}{r^2}\right)$; mais tant qu'on expliquera les phénomènes électriques par des forces, il faudra, de toute nécessité, faire intervenir d'autres forces que les électro-électriques, puisque les électromoteurs font mouvoir l'électricité en surmontant précisément ces dernières forces. Si celles-ci existaient seules, l'électricité nous serait inconnue, car nous n'aurions aucun moyen d'électriser un corps. De là la nécessité de spécifier, dans la définition de la différence de potentiel, qu'il ne s'agit que du travail des forces électro-électriques.

créée dans le fil F, dont les deux bouts présentent une différence de potentiel V, est équivalente à Vq; d'où $Vq = Eq$ ou $V = E$.

Mais, de ce que Σv égale Σe, il ne faut pas conclure que v est égal à e. Ainsi, au contact de deux métaux de nature différente, il ne peut pas y avoir de force électromotrice de valeur notable; car il ne peut pas se produire une diminution d'énergie potentielle par action chimique, et la seule source d'énergie est la chaleur prise au milieu extérieur par le passage de l'électricité d'après le phénomène Peltier; or, la force électromotrice correspondant à cette destruction de chaleur est de quelques millièmes de volt seulement. La différence de potentiel vraie entre deux métaux au contact est, au contraire, de l'ordre de grandeur du volt, comme je l'ai montré dans un précédent article ([1]), et comme je le montrerai de nouveau dans la troisième Partie de ce Mémoire.

En revanche, la différence de potentiel entre le mercure et un électrolyte qui le baigne est nulle quand la surface mercurielle a été polarisée de façon à présenter le maximum de constantes capillaires. M. Lippmann a démontré, en effet, que, dans ce cas, la couche électrique double est nulle, et j'ai déjà eu l'occasion de faire remarquer que cela ne pouvait avoir lieu, d'après les lois de Coulomb, que si la différence de potentiel est nulle entre les deux conducteurs ([2]). Mais la force électromotrice de la surface polarisée n'est pas nulle, puisqu'elle fait équilibre à la force électromotrice qui a produit cette polarisation et qui la maintient; si l'on vient à retirer celle-ci du circuit, la surface mercurielle se dépolarise en donnant lieu à un mouvement de l'électricité.

II. *Égalité du potentiel entre un métal et une dissolution d'un sel de ce métal en contact avec lui.* — M. Lippmann a découvert qu'un métal liquide, comme le mercure, s'écoulant à l'intérieur d'un électrolyte, constitue un électromoteur ([3]); si le métal qui s'écoule est isolé, il prend rapidement un potentiel constant différent du potentiel du même métal placé au fond du vase où se trouve l'électrolyte. En effet, chaque goutte de métal en se déta-

([1]) *Journal de Physique*, 2e série, t. VI, p. 374.
([2]) *Ibid.*, 2e série, t. II, p. 116.
([3]) *Ibid.*, 1re série, t. III, p. 41.

chant entraîne la couche d'électricité positive qui existe à sa surface, si son potentiel est plus élevé que celui de l'électrolyte ; ce phénomène ne cesse qu'à partir du moment où le potentiel du métal qui s'écoule est devenu égal à celui de l'électrolyte, grâce à ces pertes d'électricité positive. Si ce métal était primitivement à un potentiel moins élevé que l'électrolyte, il arriverait au même potentiel par pertes d'électricité négative.

La différence de potentiel e qui existe alors entre le métal A, qui s'écoule, et le métal B de même nature, qui est au repos au fond du vase renfermant l'électrolyte, *représente ainsi la différence de potentiel vrai entre le métal* B *et l'électrolyte qui le baigne* (1).

Comme ces électromoteurs ont un débit comparable à celui d'une pile d'une résistance qui n'a rien d'exagéré, la mesure de la force électromotrice e de ceux-ci peut se faire par une méthode électrométrique quelconque avec la plus grande facilité.

Il n'y a pas que le mercure qui peut être employé dans ces expériences : des amalgames de cuivre ou de zinc, renfermant assez peu de ces métaux pour être parfaitement fluides, se comportent pourtant dans une pile absolument comme du cuivre ou du zinc amalgamé solide, dès que la teneur en cuivre ou en zinc dépasse une certaine valeur, excessivement faible pour le zinc, un peu plus grande pour le cuivre. Ces amalgames équivalent ainsi à du zinc ou à du cuivre pour les phénomènes de différence de potentiel au contact, et la méthode que nous venons de décrire permet de déterminer leur excès de potentiel normal sur l'électrolyte qui les baigne.

En appliquant cette méthode générale au cas particulier où

---

(1) En réalité, à cause du phénomène de la dépolarisation spontanée, le métal qui s'écoule reste toujours à un potentiel un peu supérieur à celui de l'électrolyte (s'il est supérieur dans les conditions normales), car le potentiel de ce métal devient constant quand la quantité d'électricité positive emportée par la goutte de métal devient égale à celle apportée par les causes qui produisent la dépolarisation spontanée.

Il en résulte que la différence de potentiel entre A et B reste un peu inférieure à la différence de potentiel entre B et l'électrolyte. Mais l'erreur qui en résulte est évidemment nulle quand l'expérience constate l'égalité de potentiel entre A et B malgré l'écoulement, ce qui est le cas des expériences rapportées ici.

l'électrolyte est formé par un sel du métal étudié, je suis arrivé à un résultat fort simple :

Un métal baigné par une dissolution de l'un de ses sels est au même potentiel que la dissolution.

On trouve, en effet, pour v :

	v.
Amalgame de zinc dans sulfate de zinc..........	$+0^{v},002$
» » chlorure de zinc........	$+0,001$
» » azotate de zinc.........	$-0,001$
» cuivre dans sulfate de cuivre......	$+0,001$
Mercure dans azotate de mercure...............	$0,000$

(tandis que mercure dans sulfate de zinc donne $+ 0^{v},520$).

Le défaut d'identité absolue qui existe entre la surface incessamment renouvelée du métal qui s'écoule et celle du métal qui s'est écoulé suffit à expliquer les très légères différences de potentiel observées ([1]).

([1]) On peut faire à la démonstration de cette loi l'objection suivante. Dans le cas général, d'après l'explication rappelée ci-dessus, l'électrode d'où s'échappent les gouttes se polarise, et c'est grâce à cette polarisation qu'elle se met au même potentiel que le liquide électrolytique. Dans le cas où ce liquide est une dissolution d'un sel du métal qui forme l'électrode, on sait, d'après les expériences de M. Lippmann, que ce métal ne peut pas se polariser; par conséquent, son excès de potentiel sur celui de l'électrolyte ne peut varier par l'écoulement, et la démonstration pèche par la base.

Il est facile de réfuter cette objection en examinant le résultat même de l'expérience. L'électrode qui donne naissance aux gouttes et l'électrode capillaire de l'électromètre à laquelle elle est reliée forment un système isolé; malgré le gonflement d'une goutte, la colonne capillaire conserve une position absolument fixe dans le tube (ce qui n'a pas lieu quand le métal s'écoule dans un électrolyte qui n'est pas un de ses sels); or, cette invariabilité de position montre : 1° qu'aucune trace d'électricité n'est fournie par la colonne capillaire à la goutte, quand elle se gonfle ou quand elle se rétracte; 2° que la différence de potentiel entre le liquide qui la baigne ne varie pas pendant le gonflement. Or, supposons que, contrairement à la loi indiquée ci-dessus, le métal de la goutte soit à un potentiel plus élevé que le liquide électrolytique, et, pour fixer les idées, considérons le cas de l'amalgame de zinc dans le sulfate de zinc. Pendant que la goutte se gonfle, la charge positive de celle-ci varierait proportionnellement à la surface, puisque, la différence de potentiel entre la goutte et l'électrolyte ne variant pas, il en serait de même de la charge par unité de surface. Puisqu'il n'y a pas d'électricité appelée du dehors, il faudrait que cette augmentation de charge positive de la goutte se fît par le

Examinons une conséquence de cette loi.

Dans une pile type Daniell, où les deux électrodes (M et M′) plongent respectivement dans une dissolution de leur sel (L et L′), les deux sels dérivant du même acide, en appelant P le métal qui forme les pôles, on a identiquement pour la différence de potentiel V entre ceux-ci

$$V = P \mid M + M \mid L + L \mid L' + L' \mid M' + M' \mid P;$$

en vertu de la loi de Volta, on a

$$M' \mid P + P \mid M = M' \mid M$$

et, en vertu de la loi énoncée ci-dessus,

$$M \mid L = M' \mid L' = 0;$$

d'où

$$V = L \mid L' + M' \mid M = M' \mid M - L' \mid L. \tag{1}$$

D'autre part, on a

$$V = E;$$

et la force électromotrice E de la pile est proportionnelle à la

passage de l'électricité positive de l'électrolyte à l'électrode, en laissant l'électricité négative sur l'électrolyte; mais, d'après tout ce que nous savons, ce passage de l'électricité ne peut pas se faire sans décomposition de l'électrolyte: dans le cas actuel, ce serait du zinc qui viendrait s'ajouter à l'amalgame de zinc, laissant l'anion SO^4 chargé d'électricité négative dans la couche superficielle. La nature de la surface de l'électrolyte serait ainsi profondément modifiée, puisque ZnO, SO^3 serait remplacé par SO^4, et il n'en résulterait aucun changement dans la différence de potentiel entre l'électrolyte et l'électrode. Ce dernier point est inadmissible, quand on sait que les plus légères modifications dans la nature chimique d'une électrode ou d'un électrolyte au contact entraînent une variation dans la différence de potentiel. Si l'on supposait, au contraire, le métal de la goutte à un potentiel moindre que celui de l'électrolyte, il suffirait d'examiner ce qui se passe lorsque la goutte diminue de surface pour être conduit à la même impossibilité.

Admettra-t-on, pour échapper à la difficulté de la variation de la nature chimique des corps au contact sans variation de la différence de potentiel, qu'aussitôt qu'on met du zinc au contact du sulfate de zinc, ce sel est décomposé, une portion du zinc passant sur le métal pour former la partie positive de la couche double, et que SO^4, chargé d'électricité négative, reste au contact du zinc? On sait bien, au contraire, que, si l'on pouvait mettre SO^4 au contact du zinc, il s'y combinerait immédiatement pour former ZnO, SO^3.

Je crois qu'il est préférable d'admettre la loi simple exposée ci-dessus, plutôt que ces hypothèses invraisemblables.

quantité de chaleur dégagée par la substitution du métal de l'anode au métal de la cathode dans le sel de l'acide considéré, si toutefois on néglige les phénomènes Peltier aux électrodes, assez faibles le plus souvent. Sous cette réserve, la relation (1) nous montre que :

La quantité de chaleur créée par la substitution d'un métal à un autre dans un sel est proportionnelle à la différence entre le saut de potentiel que présentent ces métaux en contact (M' | M) *et le saut de potentiel que présentent les dissolutions des deux sels en contact* (L' | L).

III. *Limite entre la polarisation et l'électrolyse.* — Les phénomènes de polarisation qui se produisent dans un voltamètre ordinaire sont assez compliqués, parce qu'ils ont lieu à la fois à l'anode et à la cathode. Dans ce qui suit, je me suis occupé des phénomènes qui se produisent à la cathode, m'étant servi d'une anode impolarisable, comme celles qui se trouvent dans les piles, du reste.

Supposons d'abord qu'à l'aide d'un compensateur on ait annulé la force électromotrice qui peut exister dans le circuit du voltamètre quand celui-ci n'est pas symétrique ; si l'on vient alors à faire varier la force électromotrice du compensateur, de façon qu'un courant puisse se produire et sortir du voltamètre par l'électrode polarisable C, deux effets peuvent se produire : 1° si la force électromotrice du compensateur a été peu modifiée, un simple phénomène de polarisation se produit pour la cathode C, sans décomposition visible du liquide, et le flux d'électricité cesse rapidement; 2° si la force électromotrice du compensateur a été plus profondément modifiée, le liquide est décomposé, il y a électrolyse.

Quel est le moment où la polarisation cesse et où l'électrolyse commence?

L'expérience m'a conduit à une loi fort simple qui répond à cette question :

La polarisation cesse et l'électrolyse commence à partir du moment où la couche électrique double qui existait au contact du liquide et de la cathode a été rendue nulle par polarisation.

Cette loi peut encore s'énoncer ainsi :

Tant que le potentiel de la cathode est supérieur à celui de l'électrolyte, l'électrolyse ne se produit pas : celle-ci se produit dès que le potentiel de la cathode est devenu inférieur d'une quantité infiniment petite à celui de l'électrolyte.

Voici l'observation qui m'a mis sur la voie de la loi qui vient d'être énoncée. Un électromètre capillaire était placé sur le circuit d'un compensateur, les deux pôles de celui-ci étant reliés respectivement aux deux mercures de l'électromètre, et je cherchais la force électromotrice P qu'il fallait donner au compensateur pour rendre la constante capillaire maximum; j'observai plusieurs fois qu'une bulle d'hydrogène se formait dans le tube capillaire pour une force électromotrice très peu supérieure à P, tandis que pour une force électromotrice inférieure à P, même en attendant très longtemps, aucune bulle d'hydrogène ne se produisait. Or, comme nous l'avons rappelé plus haut, au moment où la constante capillaire passe par son maximum, la couche électrique double est nulle, et l'électrode est au même potentiel que l'électrolyte.

Pourtant, le phénomène observé ainsi présentait quelques irrégularités : on pouvait parfois dépasser beaucoup la force électromotrice P sans voir la bulle se former. Je pensai alors que, dans ce cas, l'hydrogène, tout en se produisant, ne pouvait apparaître sous forme gazeuse, faute d'une bulle de gaz préexistant dans le tube capillaire, de même qu'un liquide ne peut bouillir que si un gaz existe au préalable au sein du liquide ([1]). Pour m'assurer de la justesse de cette explication, je modifiai l'expérience de la manière suivante. Une bulle gazeuse d'hydrogène était formée dans

---

([1]) Il y a là une loi générale : *Un corps ne peut prendre la forme gazeuse au sein d'un liquide que si une bulle de gaz préexiste.* C'est une conséquence des lois de la capillarité. Supposons, en effet, une bulle gazeuse sphérique, comme elles le sont toujours quand elles sont petites, de rayon R; la force élastique dans l'intérieur de la bulle est supérieure à la force élastique capillaire $\left(\frac{2A}{R}\right)$; or, celle-ci tend vers l'infini quand R tend vers zéro. Ainsi, il faudrait que le gaz pût posséder une force élastique infinie au moment de sa naissance, si aucune bulle de rayon fini ne préexistait : ce qui est évidemment impossible.

Rappelons, à ce sujet, que M. Potier a montré que l'électrolyse d'un sel mer-

le tube capillaire en donnant, pendant un temps très court, au compensateur une force électromotrice très supérieure à P; puis, immédiatement, la force électromotrice était ramenée à une valeur k voisine de P. Je trouvai alors que, si cette force électromotrice k était supérieure à P, la bulle d'hydrogène grossissait toujours et d'autant plus vite que $k - P$ était plus considérable : l'électrolyse se produisait. Si, au contraire, k était inférieur à P, les bulles ne grossissaient jamais : l'électrolyse ne se produisait pas.

La loi a été vérifiée par cette méthode (que j'appellerai la *méthode optique*) dans le cas de l'eau acidulée par l'acide sulfurique ($\frac{1}{6}$ en volume, $P = 0^v,95$), et pour l'acide précédent additionné de $\frac{1}{2000}$ de bichromate de soude ($P = 0^v,99$).

Mais la difficulté d'obtenir une bulle d'hydrogène adhérente à la colonne capillaire de mercure dans le cas de l'acide chlorhydrique m'a engagé à chercher un procédé d'investigation plus commode. J'ai eu recours alors au galvanomètre pour constater quelle était la force électromotrice qui produisait dans le circuit un courant permanent, accompagné nécessairement de l'électrolyse.

Pour cela, dans le liquide électrolytique étudié L, je plaçai une électrode de mercure A de petite surface (environ $0^{mm},5$ de diamètre); par un siphon cloisonné, le liquide L communiquait avec une dissolution d'un sel de zinc dans laquelle plongeait une large anode de zinc B, reliée à l'un des pôles du compensateur b.

Dans le liquide L plongeait, en outre, la pointe de l'électromètre capillaire C. Au début de l'expérience, le second pôle a du compensateur était relié au mercure C. On cherchait alors la force électromotrice $E - P$ qu'il fallait donner au compensateur pour obtenir le maximum de la constante capillaire (E désignant, comme ci-dessus, la force électromotrice du voltamètre dont les électrodes sont A et B avant toute polarisation) [1]. Ceci fait, on établissait

---

cureux se fait soit par dépôt d'hydrogène, soit par dépôt de mercure sur la cathode, suivant que celle-ci présente des bulles gazeuses adhérentes ou n'en présente pas. (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CVIII, p. 396.)

[1] Quoique cela ne fût pas indispensable pour l'expérience, cette force électromotrice E était en général déterminée par le procédé habituel, en se servant d'un électromètre capillaire ordinaire.

la communication entre le mercure A et le pôle *a* du compensateur et l'on plaçait dans le circuit du compensateur et du voltamètre un galvanomètre Thomson de sensibilité médiocre et un interrupteur.

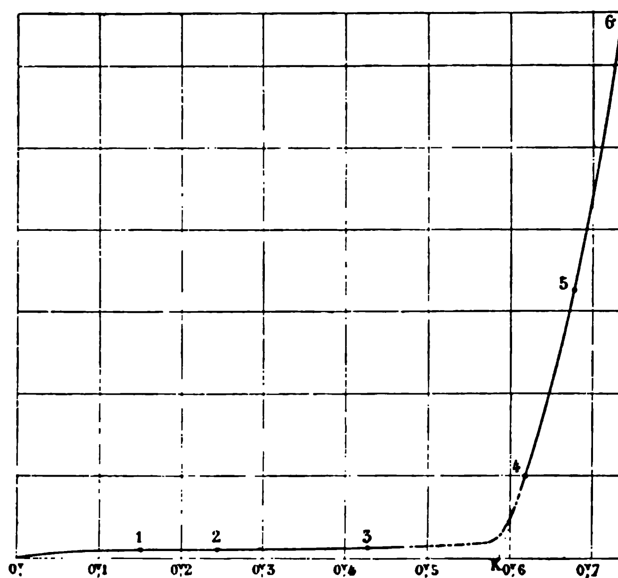
En donnant d'abord au compensateur la force électromotrice E, et en fermant le circuit, on n'avait aucune déviation, puisque les forces électromotrices s'équilibraient; mais en diminuant la force électromotrice du compensateur d'une quantité k, en fermant le circuit, on obtenait une déviation, l'électricité passant dans le sens qui faisait de l'électrode A une cathode. Tant qu'il n'y avait qu'un phénomène de polarisation, que l'électrolyse de L ne se produisait pas, l'aiguille après oscillations se fixait à une position très voisine du zéro, mais pas au zéro exactement, à cause de la dépolarisation spontanée, qui laissait subsister un courant très faible (*courant de dépolarisation*). Pour des valeurs plus considérables de k, l'électrolyse se produisait et la déviation de l'aiguille devenait permanente, avec des valeurs de plus en plus considérables à mesure que k augmentait. En portant en ordonnées les valeurs des déviations permanentes de l'aiguille et en abscisses les valeurs correspondantes de k, on obtenait une courbe, telle que celle qui est représentée (*fig.* 1), indiquant de la façon la plus nette la valeur K de k pour laquelle l'électrolyse commençait. Or on trouve $K = P$, ce qui est la démonstration de la loi énoncée ci-dessus.

La vérification de la loi a été faite par cette méthode galvanométrique, pour le même acide sulfurique étendu au $\frac{1}{6}$, étudié par la méthode optique, et pour l'acide chlorhydrique étendu ($\frac{1}{8}$ en volume d'acide à 21° Baumé); dans ce dernier cas, la valeur de P ($0^v,59$) est très différente de celle qui correspond à l'acide sulfurique ($0^v,95$).

On ne saurait guère douter que cette loi, qui se vérifie avec tant d'exactitude pour les acides, est aussi vraie dans le cas où l'électrolyte L est une dissolution d'un sel; mais, dans ce cas, sa vérification par la méthode optique est évidemment impossible, et sa vérification directe par la méthode galvanométrique n'est pas possible non plus dans le cas des sels de zinc et des sels alcalins, les seuls que j'aie étudiés, pour la raison suivante. Quand l'électrolyse commence, le métal M du sel s'allie au mercure de la ca-

thode et change la nature chimique de cette électrode dans le sens qui diminue la force électromotrice du voltamètre pour les métaux étudiés; le métal M se dépose ainsi par électrolyse, jusqu'à ce que, par suite de cette diminution, la force électromotrice totale du circuit soit devenue nulle, et à partir de ce moment le cou-

Fig. 1.



d'où

$$E = 1^v,000; \quad E - K = 0^v,402; \quad E - P = 0^v,407;$$

$$K = 0^v,598; \quad P = 0^v,593.$$

rant cesse, ou du moins il ne persiste que le courant très faible dû à la dépolarisation spontanée. Or, il faut allier à la surface du mercure de la cathode une quantité de métal M excessivement petite pour obtenir ce résultat, et le temps que dure cette électrolyse est inférieur à la durée d'une oscillation de l'aiguille; de façon que le phénomène visible au galvanomètre est le même que si l'électrolyse n'avait pas eu lieu, que si un simple phénomène de polarisation s'était produit. Pourtant l'introduction du métal M dans le mercure de la cathode ne peut diminuer indéfiniment la force électromotrice du voltamètre : quand la proportion du métal M dans le mercure est assez grande pour que l'amalgame

jouisse des mêmes propriétés électriques que le métal M lui-même (et il faut une très petite quantité du métal M pour qu'il en soit ainsi, dans le cas du zinc et des métaux alcalins), il est clair qu'une quantité plus grande du métal M dans la cathode mercurielle ne saurait faire varier la force électromotrice du voltamètre. Si donc, à partir de ce moment, on diminue encore la force électromotrice du compensateur, le courant passera d'une façon continue et l'aiguille du galvanomètre éprouvera une déviation permanente.

Ainsi, dans le cas d'un sel, la valeur K de k, à partir de laquelle la déviation de l'aiguille devient permanente, indique, non pas le début de l'électrolyse, mais le moment où la force électromotrice $E - k$ du compensateur devient égale à la valeur minimum de la force électromotrice du voltamètre, l'amalgame formé par le métal M et le mercure de la cathode étant assez riche en métal pour se comporter comme le métal M lui-même.

Il résulte de là une nouvelle méthode pour trouver la différence de potentiel vraie entre le métal M et le mercure au contact, par la mesure de P et de K, ou plus simplement de $E - P$ et de $E - K$; en effet, au moment où l'on a donné la force électromotrice $E - P$ au compensateur, la différence de potentiel entre le liquide L et la cathode mercurielle est nulle, puisque la couche double est nulle, et, en outre, comme l'électrolyse n'a pas encore eu lieu, si la loi est exacte, le mercure de la cathode est aussi parfaitement pur. En appelant e la somme algébrique des différences de potentiel qui existe aux divers autres contacts, entre conducteurs hétérogènes dans le circuit, on a, puisqu'il y a équilibre électrique,

$$e + E - P = 0. \tag{1}$$

Au moment où l'on a donné la force électromotrice $E - K$ au compensateur, la cathode est formée : 1° au contact du liquide L, d'une couche d'amalgames assez riches pour se comporter comme le métal M lui-même; 2° plus loin, de mercure pur. Au contact du liquide L et de l'amalgame du métal M contenu dans ce liquide, la différence de potentiel est nulle, d'après la loi exposée dans la deuxième Partie de ce Mémoire; entre l'amalgame et le mercure pur, en communication par une série d'amalgames de

plus en plus dilués, mais obéissant à la loi des tensions de Volta comme tous les alliages, il existe une certaine différence de potentiel que je représenterai par M|Hg. Comme les autres contacts n'ont subi aucune modification, la somme algébrique des sauts de potentiel dans le circuit est devenue $e + M|Hg$, et, comme il y a encore équilibre électrique, on a

$$e + M|Hg + E - K = 0; \tag{2}$$

on tire de (1) et (2)

$$M|Hg = (E - P) - (E - K) = K - P. \tag{3}$$

Dans le cas où l'électrolyte L est le sulfate de zinc, j'ai trouvé $P = 0^v,76$, $K = 1^v,27$, d'où $K - P = 0^v,51$. Or, il y a trois ans, j'avais trouvé, par une tout autre méthode ([1]), ce nombre $0^v,49$ pour la différence de potentiel vraie entre le zinc et le mercure au contact, avec une erreur possible de $\pm 0^v,05$. On voit ainsi que les conclusions du raisonnement précédent sont justifiées par l'expérience, ce qui est une vérification indirecte de l'exactitude de la loi étendue aux sels.

Dans le cas où l'électrolyte est l'hydrate de potasse, on trouve $P = 0^v,29$, $K = 1^v,76$, d'où $K - P = 1^v,47$. Ce nombre représente la différence de potentiel vraie entre le potassium et le mercure au contact.

IV. *Loi de M. Lippmann.* — Considérons un voltamètre dont la cathode est formée du métal même qui se trouve à l'état de sel dans l'électrolyte. D'après la loi exposée dans la deuxième Partie de ce Mémoire, la couche électrique double entre le liquide et la cathode est nulle; par conséquent, d'après la loi exposée dans la troisième Partie, un flux d'électricité tendant à sortir par cette électrode doit produire l'électrolyse sans donner lieu à une polarisation préalable de la cathode, puisque celle-ci est normalement dans l'état à partir duquel l'électrolyse commence. Il résulte de là qu'*un métal ne peut pas se polariser dans un de ses sels.*

([1]) *Journal de Physique, loc. cit.*, ou *Comptes rendus des seances de l'Académie des Sciences,* 18 avril 1887.

C'est la loi trouvée expérimentalement par M. Lippmann, et son exactitude peut être considérée comme une vérification de la justesse des deux lois dont elle est la conséquence.

DISTINCTION DE DEUX RÉGIMES DANS LE MOUVEMENT DES FLUIDES;

PAR M. M. COUETTE.

1. D'après les formules établies par *de Prony* (1), en 1804, et les autres hydrauliciens, pour les tuyaux de conduite, la perte de charge par unité de longueur y est à peu près proportionnelle au carré de la vitesse moyenne de l'eau. D'après les expériences de *Girard* (2) et celles de *Poiseuille*, elle est, dans les tubes fins, proportionnelle à cette vitesse même. Il y a donc deux lois différentes, l'une pour les tuyaux, l'autre pour les tubes fins. Ces lois sont-elles des formes limites d'une même expression plus générale, ou bien sont-elles essentiellement différentes?

La question pouvait paraître douteuse au commencement de la seconde moitié de ce siècle; car la loi des tubes fins semblait s'altérer graduellement dans les secondes séries d'expériences de *Girard* et de *Poiseuille*, et l'on n'avait pas encore trouvé la cause de cette altération dans la dépense de charge qui se produit à l'entrée du tube. En éliminant cette circonstance perturbatrice, par l'emploi de tubes piézométriques implantés sur le tuyau assez loin des extrémités, *Darcy* (3), en 1857, reconnut que les deux lois se succédaient sans continuité dans un même tuyau, mais ne poussa pas plus loin l'étude de ce fait.

M. *Osborne Reynolds* (4), en 1883, reprenant des expériences semblables à celles de *Darcy*, avec des tuyaux de plomb de $0^m,00615$ et de $0^m,0127$ de diamètre, constata aussi que la proportionnalité de la résistance à la vitesse se maintenait rigoureuse

---

(1) *Recherches physico-mathématiques sur la théorie des eaux courantes*: 1804.

(2) *Mémoires de l'Institut*; 1813, 1814, 1815.

(3) *Mémoires des Savants étrangers*, t. XV, p. 315 et 354.

(4) *Proceedings of the Royal Society of London*, t. XXXV, p. 84.

tant que celle-ci restait inférieure à une certaine limite, et cessait brusquement dès que cette limite était dépassée. Il distingua très nettement deux régimes, qu'il appelle mouvement *direct* et mouvement *sinueux,* et rendit visible le passage de l'un à l'autre par une expérience élégante. Il introduisit dans l'axe d'un tube de verre, traversé par un courant d'eau incolore, un mince filet d'eau colorée; ce filet reste parfaitement cylindrique tant que la vitesse du liquide est inférieure à la limite pour laquelle la loi de la résistance change, et, à partir de ce moment, se disperse en tourbillons. Enfin M. *O. Reynolds* a trouvé que la vitesse limite était inversement proportionnelle au diamètre du tube.

2. Je suis parvenu, par des méthodes expérimentales différentes, aux mêmes conclusions que *Darcy* et M. *O. Reynolds* avaient déjà posées *à mon insu;* car mon travail était terminé depuis deux mois, quand une communication bienveillante de M. *Boussinesq* m'a fait connaître le Mémoire du second et les observations du premier relatives au changement de régime. J'ai complété ces conclusions en insistant sur la discontinuité des deux régimes, et en signalant la phase où ils se produisent alternativement.

J'ai employé trois méthodes distinctes : 1° mesure du frottement exercé sur la paroi d'un cylindre par un fluide entraîné par la rotation d'un second cylindre conaxial au premier; 2° mesure de la perte de charge qui se produit dans l'écoulement d'un liquide à travers un tube; 3° observation de la veine qui jaillit d'un long tube.

3. En appliquant les équations de *Navier* au mouvement d'un fluide compris entre deux cylindres conaxiaux; en les intégrant dans l'hypothèse la plus simple possible, celle de la division du fluide en couches concentriques indéformables; en supposant enfin une adhérence parfaite entre le fluide et les parois, on obtient la formule

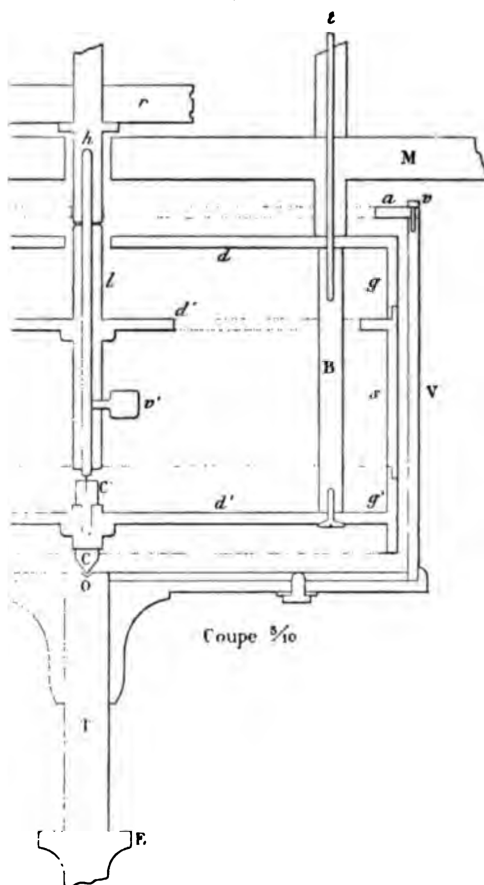
$$(1) \qquad M = \frac{4\pi\Omega R_1^2 R_2^0 h \varepsilon}{R_1^2 - R_0^2},$$

dans laquelle Ω est la vitesse angulaire du cylindre extérieur

tournant de rayon R_1; M le moment, par rapport à l'axe, du frottement exercé par le fluide sur une tranche de hauteur h découpée dans le cylindre intérieur fixe de rayon R_0; ε le *coefficient de frottement intérieur*.

4. Je ne puis donner ici qu'une description très sommaire de mon appareil. Un vase cylindrique de laiton V (*fig.* 1) tourne autour

Fig. 1.



de son axe, qui est vertical; il est mû par une machine Gramme: ses tours s'inscrivent électriquement sur un enregistreur Marey. Un cylindre de laiton s, de rayon un peu plus petit, est suspendu

à un fil d'acier. Sa surface est prolongée par des anneaux de garde g et g'. Le pivot c' et un petit tube fixe, à travers lequel passe la partie inférieure du fil d'acier, empêchent les ballottements du cylindre s, tout en lui laissant une grande mobilité autour de son axe.

Pour mesurer le frottement exercé par le fluide sur le cylindre s, on l'équilibre par la torsion du fil ou par des poids qui agissent, au moyen de cordons et de poulies de renvoi, sur la poulie r liée à ce cylindre, et dont j'appellerai le rayon r.

Les dimensions principales de l'appareil sont

$$R_1 = 14^{cm},6305, \qquad R_0 = 14^{cm},3930,$$
$$h = 7^{cm},9053, \qquad r = 3^{cm},8412.$$

Des expériences préalables permettaient de traduire en poids les mesures faites en angles de torsion.

5. Soient N le nombre de tours par minute du cylindre V, P le poids qui équilibre le frottement; on a

$$\Omega = \frac{2N\pi}{60}, \qquad M = Pgr,$$

et, en portant ces expressions dans la formule (1), on en conclut

$$\frac{P}{N} = \frac{2\pi^2 R_1^2 R_0^2 h\varepsilon}{15(R_1^2 - R_0^2)gr} = \text{const.}$$

Or, cette constance du rapport $\frac{P}{N}$ se vérifie parfaitement dans nos expériences, tant que $N < 56$. Mais quand N varie entre 55 et 59, $\frac{P}{N}$ augmente brusquement dans la proportion de 3 à 4. Ce rapport continue ensuite à augmenter en même temps que la vitesse.

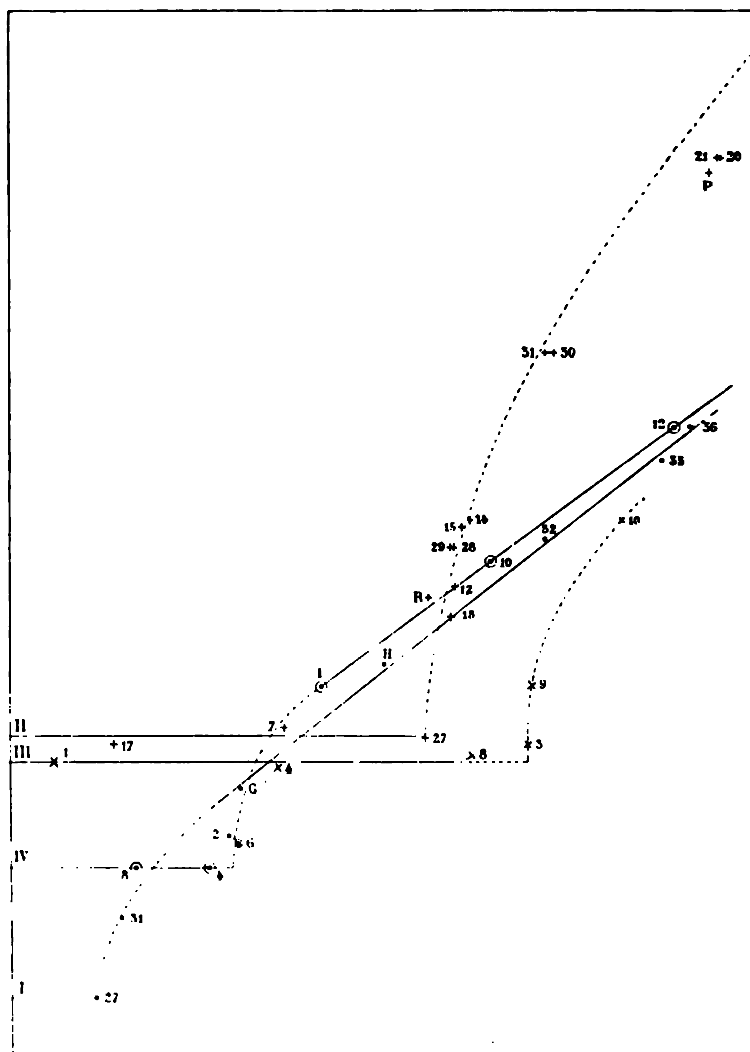
La ligne I (*fig.* 2) représente l'ensemble de ces expériences; la ligne II reproduit à une échelle quintuple la région où se manifeste la discontinuité.

Les dix-neuf expériences du premier groupe se serrent étroitement autour de la droite AB :

$$\frac{P}{N} = 0,2151;$$

aussi n'ai-je figuré que les deux (17 et 7) qui s'en écartent le plus,

Fig. 2.



	I.	II.	III.	IV.	
Abscisses......	$0{,}2\,N$	N	$30\,q$	$8\,q$	*mm*
Ordonnées....	$50\,\frac{P}{N}$	$200\,\frac{P}{N}$	$3000\,\varepsilon$	$2000\,\varepsilon$	

et la dernière (27) qui, conjointement avec la première (R) du second groupe, marque d'une manière très précise l'abscisse de la discontinuité. Pour mettre celle-ci hors de doute, j'ai, on le voit, multiplié les expériences. Elles sont difficiles dans cette région. L'aiguille, au lieu d'osciller tranquillement autour d'une position d'équilibre, comme elle le fait pour les vitesses inférieures à 56 tours par minute, éprouve, sans cause apparente, des déplacements brusques qui la font sortir de l'arc divisé, et, pour la ramener aux environs du zéro, il faut souvent modifier de 2^{gr} ou 3^{gr} la charge des plateaux, qui est alors seulement d'une quinzaine de grammes. En recommençant bien des fois, on réussit enfin à voir l'aiguille à peu près fixe pendant la minute nécessaire à l'inscription des tours. Les points ainsi obtenus sont disposés assez irrégulièrement.

Ces perturbations disparaissent quand on augmente encore la vitesse. On ne les observe plus à partir de 127 tours. Au delà de cette limite, les expériences sont aussi faciles que celles du premier groupe, et les points figuratifs se resserrent autour d'une droite dont l'équation, formée par la méthode d'interpolation de Cauchy, à l'aide des douze expériences de cette région, est

$$\frac{P}{N} = 0{,}03260 + 0{,}0038832\,N.$$

La plus grande valeur réalisée pour N a été 450.

6. La loi du frottement de l'air, étudiée dans le même appareil avec l'emploi exclusif du fil de torsion, présente, comme celle de l'eau, une discontinuité; mais celle-ci ne se manifeste nettement que vers 750 tours.

Au-dessous de 300 tours, le rapport $\frac{T}{N}$ (T étant l'angle de torsion), corrigé de l'influence de la température, reste constant, à 0,01 près de sa valeur moyenne, qui est 0,2915.

Entre 300 et 800 tours, il augmente lentement d'environ 0,1 de sa valeur; mais, à partir de 800 tours, son augmentation devient très rapide, et la disposition des points représentatifs des expériences suivantes reproduit celle de la région troublée pour l'eau. Je n'ai pas réalisé d'assez grandes vitesses pour retrouver la

seconde région régulière qui, d'après le graphique, paraît devoir commencer peu au delà de 1300 tours.

7. Les phénomènes observés dans les tubes présentent un parallélisme parfait avec ceux que nous venons d'exposer.

Soit un tube cylindrique à base circulaire, de rayon R et de longueur indéfinie, traversé par un courant permanent de liquide. En supposant : 1° que les vitesses sont parallèles à l'axe du tube; 2° qu'elles sont nulles au contact de la paroi, on obtient, par l'intégration des équations de *Navier*, la formule

$$q = \frac{\pi R^4 C}{8 l \varepsilon}, \tag{1}$$

dans laquelle q est le débit, c'est-à-dire le volume du liquide qui traverse pendant l'unité de temps chaque section droite du tube; c est la différence de charge exprimée en unités de poids par unité de surface, entre deux sections droites dont la distance est l; ε est le coefficient de viscosité.

L'application de cette formule à un tube de longueur finie exige quelque précaution.

Il serait généralement incorrect de mettre à la place de C la différence de charge C_1 qu'on mesure entre les deux réservoirs réunis par le tube, et à la place de l la longueur totale l_1 de celui-ci. Mais on peut penser qu'entre deux sections, suffisamment éloignées des extrémités, le mouvement est le même que dans un tube indéfini. Soient $l_1 - \lambda$ la distance de ces deux sections, $C_1 - \lambda$ la différence de charge entre elles; nous écrirons la formule (1) sous la forme

$$q = \frac{\pi R^4}{8\varepsilon} \frac{C_1 - \gamma}{l_1 - \lambda}.$$

Prenons deux tubes de même rayon et de longueurs différentes l_1 et l_2, embouchés de la même manière.

Faisons-y couler le même liquide en donnant aux différences de charge C_1 et C_2 des valeurs telles que le débit q des deux tubes soit le même. Retranchons par la pensée, des deux tubes, des longueurs λ égales entre elles et suffisantes pour que, dans les régions moyennes restantes, le mouvement soit le même que dans un tube indéfini. Les corrections γ qu'il faudra retrancher de C_1 et de C_2 pour ob-

tenir les différences de charge entre les sections qui limitent les régions moyennes seront égales entre elles; car elles ne peuvent évidemment dépendre que de R, ε, ρ, q et λ (ρ est la densité du liquide), toutes choses qui sont ici égales pour les deux tubes. Nous aurons donc à la fois

$$q = \frac{\pi R^4}{8\varepsilon}\,\frac{C_1 - \gamma}{l_1 - \lambda} = \frac{\pi R^4}{8\varepsilon}\,\frac{C_2 - \gamma}{l_2 - \lambda},$$

d'où nous tirons

$$(2) \qquad q = \frac{\pi R^4}{8\varepsilon}\,\frac{C_1 - C_2}{l_1 - l_2},$$

formule qui ne contient plus les quantités inconnues γ et λ.

8. Pour donner exactement le même débit aux deux tubes T_1 et T_2, je les ai disposés à la suite l'un de l'autre entre trois larges réservoirs M, N, P (*fig.* 3). L'eau partait d'un très grand vase de Mariotte (en cuivre) A, traversait les réservoirs et les tubes, et sortait par l'orifice B. Le tube du vase de Mariotte communiquait avec un réservoir d'air comprimé C.

Pour mesurer le débit, on recueillait et l'on pesait le liquide sorti en B pendant un temps connu.

Les différences de charge entre les réservoirs M, N et P se mesuraient sur un manomètre H formé de trois tubes de verre communiquant entre eux inférieurement et réunis par des tubes de plomb t, respectivement aux trois réservoirs. La partie inférieure des tubes manométriques contenait du mercure; leur partie supérieure et les tubes de plomb étaient remplis d'eau.

9. Les lignes III et IV de la *fig.* 2 représentent les résultats obtenus avec deux couples de tubes ayant pour rayons respectifs

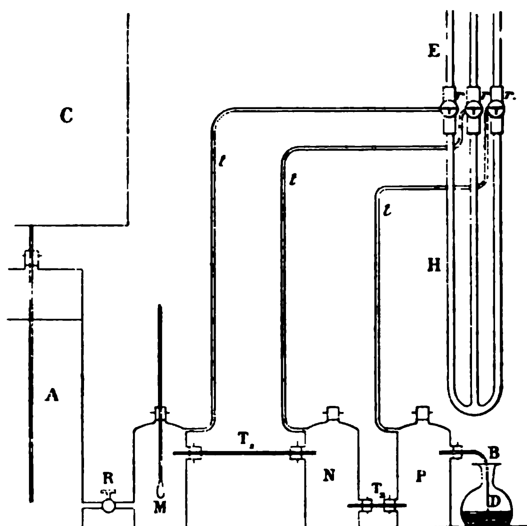
$$0^{\text{cm}},0500 \quad \text{et} \quad 0^{\text{cm}},0906.$$

Leur comparaison avec la ligne I, qui représente les résultats de l'appareil à cylindre, rend évidente la similitude des phénomènes; et l'accord entre deux méthodes expérimentales aussi différentes ne permet pas d'attribuer aux défauts des appareils ou aux erreurs d'observations la discontinuité trouvée, dont l'ordre de grandeur rend, du reste, une pareille explication bien peu vraisemblable.

La valeur du *coefficient de frottement intérieur* ε, tirée des ex-

périences où cette valeur reste constante, concorde d'ailleurs avec celle qu'on déduit des expériences de *Poiseuille*.

Fig. 3.



Nous pouvons donc poser les conclusions suivantes :

1° Le mouvement des fluides peut se faire suivant deux régimes différents;

2° Le premier régime est conforme aux intégrales les plus simples des équations de *Navier;*

3° Le second régime n'est pas conforme à ces intégrales, et quand on lui applique les mêmes formules qu'au premier, on trouve pour le coefficient de viscosité des valeurs qui croissent avec la vitesse du cylindre tournant, ou le débit dans un même tube, suivant une fonction linéaire;

4° Quand on augmente progressivement la vitesse ou le débit, le premier régime se produit seul jusqu'à une certaine limite; le second régime se produit seul au delà d'une autre limite, plus reculée que la première; entre les deux limites l'accroissement de la résistance est très rapide, les expériences de mesure sont difficiles et parfois discordantes.

10. L'observation de la veine jaillissant dans l'air d'un long tube cylindrique horizontal va nous révéler ce qui se passe dans cette région troublée.

Cette veine présente deux aspects bien distincts. Elle est constamment lisse quand le débit est inférieur à une certaine limite q_0, constamment rugueuse quand il est supérieur à une autre limite q_1 plus reculée; et dans ces deux cas son amplitude reste constante pour une charge constante. Mais quand le débit est compris entre q_0 et q_1, la veine éprouve, sous une charge constante, des variations brusques et sans régularité apparente, dans son aspect et dans son amplitude, celle-ci étant toujours plus grande pour la veine lisse que pour la veine rugueuse.

La comparaison de l'observation de la veine avec les expériences décrites plus haut m'a permis de constater que la veine lisse se produit pendant le premier régime, et la veine rugueuse pendant le second. Les soubresauts et les changements d'aspect de la veine nous apprennent qu'entre les deux limites q_0 et q_1 les deux régimes sont possibles et se produisent alternativement.

Le débit q_0, limite inférieure des oscillations de la veine, est indépendant de la longueur du tube ([1]), *et proportionnel à son rayon, le liquide restant le même;* cette loi, qui ressort de mes expériences, avait déjà été énoncée par M. *O. Reynolds,* sous la forme suivante : *La vitesse moyenne pour laquelle les tourbillons commencent est en raison inverse du rayon du tube.*

Le savant anglais a déduit, sur des considérations théoriques peu rigoureuses, une seconde loi relative à l'influence de la nature du liquide; c'est que *la vitesse moyenne pour laquelle les tourbillons commencent dans un même tube est proportionnelle à* $\frac{\varepsilon}{\rho}$. Il ne l'a vérifiée expérimentalement que pour l'eau à diverses températures. Nos expériences sur l'eau et sur l'air, faites avec l'appareil à cylindres, apportent une certaine confirmation à cette loi. En effet,

---

([1]) Mais quand celle-ci devient trop petite, les oscillations ne sont plus observables.

elle se traduit ici par la formule

$$\frac{m}{m'} = \frac{\left(\frac{\varepsilon}{\rho}\right)}{\left(\frac{\varepsilon'}{\rho'}\right)}, \tag{1}$$

m et m' représentant les nombres de tours par minute pour lesquels la discontinuité apparaît avec deux fluides différents.

Or, pour l'eau à 16°, 7, on a

$$\varepsilon' = 0{,}01096, \qquad \rho' = 1, \qquad m' = 56;$$

pour l'air à 20°, et sous la pression de 76^{cm},

$$\varepsilon = 0{,}00018, \qquad \rho = 0{,}0012.$$

La formule (1) donne donc $m = 760$ tours, ce qui s'accorde bien avec nos expériences.

SUR LA RÉSISTANCE ÉLECTRIQUE DES GAZ (1);

Par M. Théodor HOMÉN.

L'objet des recherches que je vais décrire était d'étudier le passage d'un courant électrique continu à travers un gaz et spécialement de chercher à mesurer la résistance électrique de ce gaz.

Quand l'électricité passe à travers un gaz, dans un tube de Geissler par exemple, il se produit sur les électrodes une résistance spéciale au passage de l'électricité de ces électrodes dans le gaz. Gaugain (2) signale le premier cette résistance. Puis elle est étudiée par Hittorf (3) et ensuite par Edlund (4) qui démontre, comme il l'a fait pour l'arc voltaïque, que c'est une force électromotrice qui se présente sur les électrodes pendant le passage de

---

(1) Extrait d'un Mémoire : *Ueber die Electricitätsleitung der Gase*, Pars III (*Acta Societatis Scientiarum Fennicæ*, tome XVII; 1888. *Ann. de Wied.*, t. XXXVIII, p. 172; 1889).

(2) Gaugain, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XLI, p. 152; 1855.

(3) Hittorf, *Ann. de Pogg.*, t. CXXXVI, p. 1 et 197; 1869.

(4) Edlund, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 5e série, t. XXVII, p. 114; 1882.

l'électricité. Dans des expériences faites au laboratoire de M. Edlund à Stockholm, en 1882, j'ai trouvé (¹) que dans un tube d'air raréfié, par lequel passe l'électricité, la résistance totale peut être considérée comme composée de deux termes, dont l'un est proportionnel à la longueur de la colonne d'air, l'autre en est indépendant. Le premier terme est regardé comme la résistance proprement dite de l'air, l'autre comme la résistance au passage sur les électrodes. Ainsi on trouve que la résistance de l'air, indépendante de la section du tube à décharge, varie à peu près proportionnellement à la pression. La résistance au passage, au contraire, croît rapidement aux basses pressions avec la raréfaction de l'air, de sorte qu'à un degré de vide suffisant, il était impossible d'obtenir des décharges avec la bobine de Ruhmkorff employée.

Ces recherches ont été faites avec des courants d'induction, et les résultats des mesures sont indiqués en prenant pour base une unité absolument arbitraire.

Pour pouvoir connaître la nature de cette résistance, par exemple indiquer d'après quelle unité on doit la mesurer, il faut employer des courants galvaniques dont l'intensité est constante. Dès 1883, j'ai fait des expériences avec de tels courants au laboratoire de Physique de l'Université d'Helsingfors. Des expériences de décharge avec des courants galvaniques ont été faites auparavant par Gassiot (²), Varley (³), Hittorf (⁴) et Warren de la Rue associé à Hugo Müller (⁵). Il arriva souvent que la différence de potentiel entre les électrodes ou entre des fils métalliques introduits dans le tube de Geissler, par lequel passait le courant, restait invariable, quoique l'intensité du courant variât. D'après cela, la résistance d'un gaz devrait être considérée comme une force électromotrice contraire et mesurée en volts. Alors, en employant des courants

(¹) HOMÉN, *Luftens elektriska motstand.* Helsingfors; 1883 (*Ann. de Wied.*, t. XXVI, p. 55; 1885).

(²) GASSIOT, *Phil. Trans.*, t. CI, p. 32, 1844; *Ann. de Pogg.*, t. CXIX, p. 131; 1863.

(³) VARLEY, *Proc. Roy. Soc.*, t. XIX, p. 236; 1871.

(⁴) HITTORF, *Ann. de Wied.*, t. VII, p. 553, 1879; t. XX, p. 705, et XXI, p. 90; 1884.

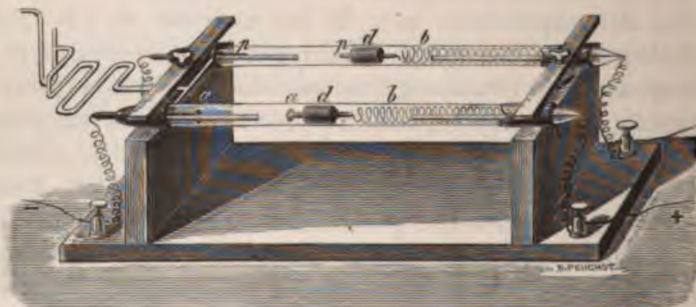
(⁵) WARREN DE LA RUE et H. MULLER, *Phil. Trans.*, t. CLXIX, p. 155, 1878; t. CLXXI, p. 65; 1879.

galvaniques, je me suis proposé de continuer mes recherches décrites et, séparant bien l'une de l'autre la résistance propre du gaz et la résistance aux électrodes, d'étudier d'après quelles unités il faut les mesurer et, si possible, opérer ces mesures.

Comme source d'électricité, je me servais d'une pile au bichromate de potassium de 1456 éléments disposés en 14 piles à immersion dont chacune contenait 104 éléments. Les zincs et les charbons étaient suspendus sur des tubes de verre vernis, horizontaux, installés dans un cadre de bois comme les lames d'une claie. Ce cadre pouvait être élevé ou abaissé de manière que les zincs et les charbons pouvaient rapidement et commodément être plongés dans l'acide ou en être retirés. Il serait trop long de donner ici une description plus détaillée de cette pile. Il faut pourtant ajouter que des précautions étaient prises pour obtenir un isolement aussi complet que possible.

Dans les tubes à décharge, l'une des électrodes était mobile, de façon qu'on pouvait faire varier leur distance sans modifier la pression du gaz (*fig.* 1). Le courant passe par une spirale de fil

Fig. 1.



de cuivre recouvert de soie (*b*) jusqu'aux électrodes. Dans l'un des tubes, les électrodes consistent en plaques d'aluminium *a*, *a* fixées au bout de petites tiges de même matière entourées de minces tubes de verre; dans l'autre, ce sont des fils de platine (*p*, *p*), également entourés de tubes de verre, sauf 2^{mm} au bout. De plus, pour les électrodes mobiles, la tige d'aluminium et le fil de platine traversent des cylindres d'ébonite (*d*, *d*), à la surface desquels est enchâssée une lame de fer doux. Avec un aimant en fer à

cheval, on peut maintenant, du dehors, entraîner les électrodes (la spirale de fil de cuivre étant très élastique) et faire ainsi varier arbitrairement la distance disruptive au-dessous de 20^{cm}.

Avec une pompe à mercure de Bessel-Hagen (1), on pouvait pousser la raréfaction de l'air jusqu'à une pression de $\frac{1}{10000}$ de millimètre de mercure et en même temps mesurer très exactement la pression.

Comme résistances, j'employais divers tubes contenant une solution d'iodure de cadmium ou de l'amylalcool, dans lesquels la résistance montait jusqu'à plusieurs millions d'ohms.

J'ajouterai que, pour éprouver la continuité du courant, un téléphone pouvait être introduit dans le circuit tout près du tube à décharge. Longtemps on a cru qu'il était impossible d'avoir un courant continu à travers un gaz. Cependant Hittorf (2) et Hertz (3) ont prouvé que cela est possible si la résistance dans le circuit n'est pas trop grande. Si, au contraire, la résistance dépasse une certaine limite (dépendant de la pression et d'autres circonstances), la décharge devient disruptive. Cet effet peut être constaté de plusieurs manières : par exemple, si l'on place dans le circuit un téléphone, il commence à résonner au moment où le courant devient disruptif. En même temps, la lumière dans le tube change d'aspect, et de plus, après être restée très constante tant que le courant était constant, elle devient subitement très sensible et varie, par exemple, si l'on meut un conducteur dans le voisinage du tube. Ainsi, je pouvais reconnaître le point où le courant devient discontinu, ce qui pourtant n'avait lieu que pour des résistances de quelques millions d'ohms dans le circuit. Pour des pressions au-dessus de 10^{mm}, quand le courant passait, il était toujours continu.

Nous ne nous occuperons dans la suite que des cas où les courants étaient continus.

J'ai fait des expériences d'après diverses méthodes. Les résultats ont toujours été les mêmes. Nous allons décrire les dernières, qui sont plus exactes que les autres.

---

(1) Bessel-Hagen, *Ann. de Wied.*, t. XII, p. 425; 1881.
(2) Hittorf, *Ann. de Wied.*, t. VII, p. 553, 1879; t. XX, p. 705; 1883.
(3) Hertz, *Ann. de Wied.*, t. XIX, p. 782; 1883.

Il s'agissait de mesurer pendant le passage du courant la différence de potentiel entre les électrodes à diverses distances disruptives et pour diverses intensités du courant. Ces mesures se faisaient avec un voltmètre. Les électrodes, ou plutôt les coupes à mercure où plongent les extrémités extérieures des électrodes, sont réunies par une dérivation d'une résistance de 26 millions d'ohms. En mesurant l'intensité du courant dans cette dérivation dont on connaît la résistance, on calcule la différence de potentiel aux extrémités du circuit, c'est-à-dire aux électrodes du tube à décharge.

Quant à l'intensité du courant qui passe par le tube, elle est égale à l'intensité dans le circuit non ramifié, moins l'intensité dans la dérivation entre les électrodes. Mesurant ces deux intensités avec deux galvanomètres apériodiques, on pouvait ainsi au même moment obtenir et l'intensité du courant dans le tube et la différence de potentiel des électrodes.

Les expériences sont faites à des pressions variant de $0^{mm},09$ à 80^{mm}. Il serait trop long de donner ici les chiffres obtenus; nous nous bornerons à décrire brièvement le caractère général du phénomène et les conséquences qui en résultent. (Pour plus de détails, voir *Acta Soc. Sc. Fenn., l. c.,* ou *Ann. de Wied., l. c.,* où les données des observations sont indiquées et graphiquement représentées.)

Pour des pressions de 20^{mm} et au-dessus, la différence de potentiel entre les électrodes ne varie pas avec l'intensité du courant, mais croît beaucoup avec la distance disruptive.

Pour les pressions entre 20^{mm} et 1^{mm}, cette différence reste encore constante pour les électrodes d'aluminium, mais monte pour les électrodes de platine avec l'intensité du courant. Avec la distance disruptive, elle croît moins qu'aux pressions supérieures.

Pour les pressions au-dessous de 1^{mm}, la différence de potentiel croît pour toutes les électrodes avec l'intensité du courant et davantage pour les petites électrodes en pointes de platine que pour les disques d'aluminium. Avec la distance disruptive, la différence de potentiel ne change que très peu.

On peut immédiatement conclure de ces résultats qu'aux hautes pressions, où la différence de potentiel entre les électrodes croît beaucoup avec la distance disruptive, la résistance propre de l'air a des valeurs considérables, tandis qu'aux basses pressions, c'est

la résistance au passage aux électrodes qui domine. Parlons d'abord de la première.

Soit que la différence de potentiel entre les électrodes croisse ou non avec l'intensité du courant, toujours aux pressions hautes ou basses et entre les différentes électrodes, *l'augmentation de la différence de potentiel avec la distance disruptive reste la même, quelle que soit l'intensité du courant.* Cette augmentation résulte de la résistance de la colonne d'air ajoutée au circuit. Par conséquent, *la résistance de l'air doit être considérée comme une force électromotrice opposée et mesurée d'après la même unité que la force électromotrice.* Ainsi, quand on parle d'une conductibilité électrique des gaz, il faut bien entendre que cette résistance est d'une tout autre nature que celle des conducteurs solides ou liquides et doit être mesurée, non en ohms, mais en volts.

Quant à la grandeur de cette résistance, si l'on peut encore employer le mot *résistance*, elle dépend un peu de la lumière produite dans le tube pendant la marche du courant. Aux pressions au-dessous de 10^{mm}, on a de la lumière positive devant l'anode, de la lumière négative devant la cathode, et, entre ces lumières, un espace noir. Plus la pression est basse, plus la lumière négative est étendue et vive; mais au-dessus de 1^{mm} elle n'a qu'une très petite étendue. Aux pressions faibles, sous 1^{mm}, la lumière positive est stratifiée. Aux pressions supérieures à 10^{mm}, on observe le curieux phénomène qu'il n'y a de lumière que pour des courants relativement forts, mais alors cette lumière positive s'étend jusque près de la cathode. Pour les courants moins forts, les électrodes seulement sont couvertes d'une mince couche lumineuse très faible. On peut encore constater qu'aux pressions au-dessus de quelques millimètres la lumière positive s'allonge un peu, si l'intensité du courant croît, tandis qu'aux pressions plus basses elle se retire et la lumière négative s'étend. Mais si l'on remue l'anode, la lumière positive ne bouge pas. Seulement, il se produit près de l'anode à mesure qu'on l'éloigne une nouvelle lumière, qui s'éteint à mesure qu'on l'approche de la cathode. Si l'anode est trop rapprochée de la cathode, il n'y a pas de lumière positive.

Maintenant, si l'on éloigne l'anode de la cathode, et toujours à des intervalles égaux, la différence de potentiel entre les élec-

trodes croît de quantités plus grandes dans la lumière positive que dans l'espace noir. Mais dans les différentes parties de la lumière positive, comme dans les différentes parties d'espace noir, la différence de potentiel croît avec les mêmes quantités. J'ai fait des expériences où la distance disruptive est augmentée progressivement de 1^{cm} seulement et les choses se sont passées comme je viens de le décrire. Donc, *si dans une colonne d'air par laquelle passe un courant électrique continu la lumière reste la même, la résistance de l'air est proportionnelle à la longueur de la colonne.*

Nous avons dit précédemment que la résistance d'une colonne d'air est indépendante de la section de la colonne. D'après mes observations, j'ai calculé la résistance de l'air, dans l'espace noir et dans la lumière positive, et l'ai indiquée pour une colonne de 1^{cm} de longueur. Aux plus hautes pressions la lumière positive n'est apparue que pour des courants assez forts, de sorte que l'échauffement du gaz commence déjà à être notable et influence les résultats; pour cette cause, les nombres sont mis entre parenthèses.

Résistance d'une colonne d'air de 1^{cm} de longueur.

Pression.	Électrodes d'aluminium. Espace noir.	Électrodes d'aluminium. Lumière positive.	Électrodes de platine. Espace noir.	Électrodes de platine. Lumière positive.
mm	volts	volts	volts	volts
0,090....	4	5	»	(3)
0,125....	6	7	»	12
0,30.....	10	12	»	18
1,73.....	37	50	»	50
6,0.....	60	103	63	114
11,6......	125	140	125	»
20,7......	185	(185)	180	»
40,7......	280	(280)	285	»
80,9......	380	(380)	380	»

Nous voyons d'abord que, sauf pour les pressions les plus basses, les valeurs obtenues pour la résistance de l'air sont les mêmes dans les deux tubes.

Ceci est à remarquer. Jusqu'ici nous avons supposé que toute l'augmentation de la différence de potentiel entre les électrodes, quand la distance disruptive croît, est causée par la résistance de

la colonne d'air qui est ajoutée au circuit, et que la résistance au passage reste constante. En effet, si la résistance au passage variait avec la distance disruptive, il n'est pas probable que les changements de deux quantités aussi différentes que les résistances sur les petites électrodes de platine et sur les disques d'aluminium puissent être égaux, tandis qu'il est très naturel que la résistance de l'air soit la même dans les deux tubes. On est donc autorisé à faire la supposition que c'est seulement la résistance de l'air qui croît avec la distance disruptive.

Il est vrai qu'aux plus basses pressions les valeurs obtenues pour la résistance de l'air sont différentes dans les deux tubes; mais ici ces différences, comme les valeurs mêmes, sont très minimes en comparaison des grandes valeurs de la résistance au passage qui montent à 1000 volts et plus, de telle sorte que ceci est plutôt une preuve évidente de ce que la résistance au passage ne varie pas avec la distance entre les électrodes (si cette distance ne devient pas toute petite, auquel cas la résistance au passage croît parfois un peu). Ainsi on doit supposer que les nombres trouvés indiquent réellement la résistance de l'air aux pressions données, excepté pour les plus basses; on doit préférer à celles-ci les valeurs trouvées avec le tube à électrodes d'aluminium, parce que, avec les électrodes de platine, la résistance au passage est si considérable et s'élève si rapidement avec l'intensité du courant que les mesures de la faible résistance du gaz ne sont pas assez nettes.

On voit que *la résistance est plus grande dans la lumière positive que dans l'espace noir, ce qui a lieu surtout aux pressions de* $1^{mm},73$ *et de* 6^{mm}. Si la lumière n'est pas une radiation des électrodes, mais se produit dans le gaz même au passage de l'électricité, ce qui arrive probablement avec la lumière positive, on peut aussi s'attendre à ce que la résistance dans le gaz croisse un peu quand la lumière apparaît. Le travail consommé pour la production de la lumière augmente le travail accompli par le courant qui passe par le gaz. Qu'aux pressions les plus basses, la résistance dans la lumière positive ne surpasse que très peu celle de l'espace noir, cela montre peut-être que la lumière se produit là très facilement. Quant aux pressions plus hautes, au contraire, où la résistance n'est pas plus grande quand on a de la lumière positive que si le courant passe sans lumière, ceci dépend sans

doute de ce que la lumière ne se produit que pour des courants relativement forts, où l'échauffement considérable du gaz amoindrit la résistance. Il est possible aussi que le courant de la décharge s'écoule par une voie plus étroite en présence de la lumière qu'en son absence, et que ceci augmente l'échauffement dans la voie lumineuse.

Quant à la lumière négative, d'après les recherches de Hittorf, Crookes et Goldstein, on doit la considérer comme une radiation de l'électrode négative. Schuster (1) et Arrhenius (2), comme auparavant Hittorf (3), ont trouvé que, sous l'influence de cette radiation, les parties phosphorescentes du gaz peuvent devenir des conducteurs, même pour des forces électromotrices assez petites.

Je ne pouvais, au cours de mes essais, étudier assez exactement la résistance dans la lumière négative; car ce n'est que pour des pressions inférieures à 1^{mm} que cette lumière a une plus grande étendue, et pour ces pressions, la résistance du gaz est généralement trop petite en comparaison de la résistance au passage pour pouvoir être bien mesurée. De plus, la résistance au passage sur l'électrode positive peut être un peu modifiée, si celle-ci est introduite dans la lumière négative.

Dans des expériences de contrôle, où j'introduisais les deux tubes à la fois, au bout l'un de l'autre, dans le circuit et où je variais les distances disruptives dans les deux tubes, de façon que la somme de celles-ci dans chaque série d'expériences restât constante, il semblait pourtant que la résistance dans la lumière négative fût un peu moindre que dans l'espace noir et dans la lumière positive.

Comme pour la radiation de la cathode, il est possible, d'après des recherches de Hertz (4), qu'un rayonnement de la lumière ultraviolette, d'un arc voltaïque par exemple, puisse diminuer la résistance électrique d'un gaz. Cependant, il entrait davantage dans mon programme d'étudier la résistance électrique des gaz dans le cas ordinaire, sans qu'ils fussent atteints d'un rayonnement quelconque

(1) SCHUSTER, *Proc. Roy. Soc.*, t. XLII, p. 371; 1887.
(2) ARRHENIUS, *Ann. de Wied.*, t. XXXII, p. 545; 1887.
(3) HITTORF, *Ann. de Wied.*, t. VII, p. 614; 1879.
(4) HERTZ, *Ann. de Wied.*, t. XXXI, p. 983; 1887.

de lumière. A cet égard, on doit considérer la résistance dans les parties obscures de la voie disruptive comme moins influencée par des circonstances étrangères et représentant de plus près la résistance normale du gaz.

Reste encore l'influence de l'échauffement du gaz pendant le passage du courant. Dans mes expériences, sans doute parce que l'échauffement était faible, cette influence a été très minime aux pressions inférieures à $11^{mm},6$. Pour les courants employés, la résistance ne diminue pas sensiblement quand l'intensité du courant croît. Pour des pressions supérieures, la résistance de l'air diminue un peu quand l'intensité du courant grandit. Mais cette diminution de la résistance peut dépendre de la dilatation de l'air qui accompagne l'échauffement, de sorte que, bien qu'un échauffement très fort puisse réduire la résistance à une valeur très faible, comme déjà M. Becquerel (¹) l'a démontré, l'échauffement par des courants faibles ne semble pas avoir beaucoup d'influence sur la résistance des gaz.

Quant aux variations de la résistance de l'air sous l'effet de la pression, nous voyons finalement que *la résistance de l'air croît avec la pression, mais un peu moins qu'en proportion de celle-ci.*

A cette question se rattache celle de la conductibilité du vide, c'est-à-dire de savoir si la résistance d'un gaz diminue constamment avec la pression. D'après mes résultats, on ne peut conclure autre chose si ce n'est qu'ils ne sont pas opposés, ou mieux, que, dans leurs limites, ils concordent avec l'opinion d'Edlund et de divers autres physiciens que le vide en lui-même est un bon conducteur.

Pour cette question également, on doit bien observer les variations avec la pression de la résistance au passage sur les électrodes.

Si, par extrapolation, on calcule à l'aide des observations faites à diverses distances disruptives la valeur de la différence de potentiel entre les électrodes pour une distance nulle, la quantité obtenue donnera la valeur de la résistance au passage sur les électrodes. Nous avons fait cette opération graphiquement à l'aide des courbes tracées pour les observations directes. Ces courbes

(¹) Becquerel, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3ᵉ série, t. XXXIX, p. 355; 1853.

montrent comment, aux distances disruptives données, la différence de potentiel entre les électrodes varie avec l'intensité du courant. Si l'on représente la résistance au passage r_0 comme une fonction de l'intensité i du courant

$$r_0 = a + bi + ci^2 + \ldots,$$

où a, b, c, ... sont des constantes dépendant de la qualité des électrodes et du gaz, et si r_0 est donné en volts et i en ampères, a indiquera aussi des volts et b des ohms. Les autres coefficients auraient d'autres dimensions que les unités électriques connues. Cependant, pour des pressions au-dessus de 1^{mm}, les courbes s'approchent assez d'être rectilignes pour qu'on puisse considérer la résistance au passage comme une fonction linéaire de l'intensité du courant

$$r_0 = a + bi.$$

A 0^{mm},30 de pression, au contraire, et au-dessous, les courbes forment un arc léger. Mais soit que l'échauffement des électrodes amoindrisse la résistance au passage, ou que d'autres circonstances déterminent cette courbure, on peut en tout cas représenter approximativement la résistance au passage, ou, plus strictement, la différence de potentiel causée par cette résistance, par une fonction linéaire de l'intensité du courant. Maintenant, si l'on veut exprimer la résistance au passage par des quantités constantes, on peut la considérer comme la somme d'un nombre de volts et d'un nombre d'ohms. Voici les résultats :

Résistance au passage sur les électrodes.

Pression.	Électrodes d'aluminium.	Électrodes de platine.
mm		
0,090....	1150 volts + 2200000 ohms	» »
0,125....	800 » + 1500000 »	1380 volts + 1700000 ohms
0,30.....	540 » + 92000 »	650 » + 6300000 »
1,73.....	360 » + 0 »	380 » + 860000 »
6,0......	270 » + 0 »	260 » + 370000 »
11,6......	280 » + 0 »	265 » + 136000 »
20,7......	310 » + 0 »	370 » + 0 »
40,7......	320 » + 0 »	420 » + 0 »
80,9......	350 » + 0 »	430 » + 0 »

Pour les pressions à partir de 20^{mm}, *les choses se passent également sur les deux couples d'électrodes, c'est-à-dire que toute la résistance au passage peut être mesurée en volts, ce qui d'ailleurs, sur les électrodes d'aluminium, a lieu déjà à* $1^{mm},73$ *de pression. De plus, les valeurs de ces résistances ne sont guère différentes.*

Une inégalité entre elles peut donc être constatée aussi à ces hautes pressions. A toutes les pressions, mais surtout au-dessus de 10^{mm}, il faut d'abord, pour produire la décharge, une différence de potentiel entre les électrodes beaucoup plus grande que la différence de potentiel durant le passage même du courant ; et cet effet est plus marqué dans le tube avec des électrodes d'aluminium que dans celui où se trouvent les pointes de platine. Plusieurs choses qui, durant le passage de l'électricité, n'ont plus d'influence paraissent ainsi en avoir beaucoup sur la production d'une décharge ; ce qui explique peut-être pourquoi dans les expériences d'électricité statique, où la question est de produire une décharge, la forme et la qualité des électrodes ont beaucoup d'influence.

Aux pressions au-dessous de $11^{mm},6$ *la résistance au passage est très variée sur les différentes électrodes, beaucoup plus grande sur les petites pointes de platine que sur les disques d'aluminium.* C'est surtout la partie mesurée en ohms qui diffère.

D'ailleurs, *aux basses pressions,* sur les deux couples d'électrodes, *la résistance au passage croît très vite avec la raréfaction du gaz.* Le terme mesuré en volts, peu différent pour les deux genres d'électrodes, passe par un minimum à une pression entre 6^{mm} et 11^{mm}. Si la pression s'élève, il croît lentement ; mais si elle s'abaisse, il commence à croître assez vite, de sorte qu'à une pression de $0^{mm},05$ le courant de la pile employée ne passe plus par les tubes. C'est probablement cet accroissement de la résistance au passage sur les électrodes, et non la résistance propre du gaz, qui fait que, même avec les machines électriques puissantes, il est impossible de produire une décharge à travers un gaz fortement raréfié. Ainsi c'est peut-être la résistance aux électrodes qui a fait naître l'opinion que le vide parfait est un isolateur.

— —

SUR LES MESURES DES ÉLÉMENTS DE LA POLARISATION ELLIPTIQUE;

PAR M. G. MESLIN.

Pour connaître les éléments de la polarisation elliptique, on doit mesurer deux quantités : le retard de deux vibrations et le rapport de leurs amplitudes.

La première méthode employée (de Senarmont) consiste à interposer un mica d'un quart d'onde qui rende la polarisation rectiligne, ce qu'on constate en éteignant le champ à l'aide d'un nicol dont on note la position. On doit donc réaliser l'extinction absolue du champ en manœuvrant à la fois le mica et le nicol, et, par suite de ce double tâtonnement, on a, pour ainsi dire, une infinité d'essais successifs à faire ; de plus, lorsqu'on a obtenu un champ très peu éclairé, on ne sait si l'on doit, pour l'éteindre encore, agir sur le mica, ou sur l'analyseur, ou sur les deux, et d'ailleurs, par cette double action, on réalise un second état qu'on peut difficilement comparer au précédent, puisqu'il ne l'a pas suivi d'une façon continue et que ces deux états ont été produits à des intervalles de temps qui peuvent être assez distants, ce qui enlève toute précision à cette estimation photométrique.

On obvie à ces inconvénients en employant le compensateur de Babinet. Il se produit une frange à l'endroit où la polarisation rectiligne est rétablie ; l'appareil a introduit une différence de marche égale et contraire à celle qui existait, et, comme il est gradué de façon à faire connaître ce retard, la première quantité est donc ainsi déterminée ; on tourne ensuite l'analyseur de façon à rendre cette frange aussi noire que possible, et l'on connaît alors le rapport des amplitudes.

Mais ici ces deux mesures sont indépendantes l'une de l'autre, car on peut remarquer que la position de la frange est indépendante de celle du nicol, et c'est grâce à cette propriété que M. Cornu a pu employer ce procédé pour étudier la polarisation elliptique des radiations invisibles ; au lieu d'observer à l'œil nu, on obtenait un cliché photographique sur lequel la position de la frange indiquait le retard.

Cette mesure est susceptible d'une grande précision ; car, au lieu d'être basée sur une estimation d'éclairement, elle repose sur une

évaluation de position ; on amène la frange entre deux fils et si, habituellement, on la rend noire, c'est pour mieux la distinguer sur le fond éclairé du champ ; c'est ainsi que j'ai pu, dans un travail antérieur ([1]), en me servant d'un compensateur dont l'angle était environ de 4°, mesurer des retards avec une approximation de $\frac{1}{1000}$ de demi-longueur d'onde.

Mais cette méthode est loin d'être précise lorsqu'il s'agit de mesurer le rapport des amplitudes; car il est difficile, à cause de la petite largeur de la frange, d'estimer à quel moment elle est le plus noire : les résultats peuvent différer de plusieurs degrés.

Enfin, en troisième lieu, on peut songer à employer le compensateur de Bravais, où l'on a à juger de l'extinction d'un champ présentant une certaine étendue ; on doit agir à la fois pour faire varier l'épaisseur de la lame et l'azimut de l'analyseur de manière à réaliser cette extinction; les inconvénients indiqués plus haut pour ce double tâtonnement existent donc encore ici, tandis que si le retard était exactement compensé, on pourrait déterminer avec beaucoup de précision l'azimut correspondant à l'extinction absolue.

En résumé, le compensateur de Babinet est préférable pour mesurer les retards; celui de Bravais peut, dans certaines conditions, être supérieur pour faire connaître le rapport des amplitudes.

J'ai songé à employer la méthode suivante, qui utilise ces deux compensateurs, chacun d'eux pour la mesure pour laquelle il présente un avantage :

J'installe d'abord le compensateur de Babinet et j'amène la frange entre les deux fils par un déplacement convenable d'un des quartz, le nicol ayant été mis *approximativement* dans l'orientation qui rend cette frange aussi noire que possible ; on connaît ainsi le retard δ; on enlève le compensateur de Babinet, on lui substitue le compensateur à teintes plates installé de façon à détruire le retard δ; pour cela, on déplacera le repère, à partir du zéro, d'un nombre n de divisions donné par

$$\frac{n}{N} = \frac{\delta}{\frac{\lambda}{2}},$$

([1]) *Sur la polarisation elliptique des rayons réfléchis et transmis par les lames métalliques minces.*

N étant le déplacement nécessaire pour produire, à l'aide de ce compensateur, un retard $\frac{\lambda}{2}$. On aura ainsi rendu la polarisation rectiligne, et l'on aura un champ uniforme éclairé qu'on amènera à l'extinction sans toucher au compensateur, en agissant seulement sur le nicol.

Lorsque la lumière est légèrement convergente, si la compensation a été exactement établie, on verra apparaître une croix noire dont les branches sont les asymptotes de Muller; le centre du champ, où se trouve le point de croisement, présente un aspect assez uniforme pour qu'on puisse bien juger du moment de l'extinction. J'ai vérifié que cette méthode était beaucoup plus précise pour la mesure du rapport des amplitudes.

ANGELO BATTELLI. — Sol fenomeno Peltier a diverse temperature e sulle sue relazioni col fenomeno Thomson (Sur le phénomène Peltier à diverses températures, et ses relations avec le phénomène Thomson); *Il nuovo Cimento*. 3[e] série, t. XXVII, p. 111; 1889.

Il y a grand intérêt à mesurer directement l'effet Peltier à diverses températures, pour contrôler les résultats indiqués par la théorie des phénomènes thermo-électriques. L'auteur a étudié antérieurement l'effet Thomson et a montré que, pour presque tous les métaux, la chaleur spécifique σ était proportionnelle à la température absolue. Si l'on a, pour deux métaux,

$$\sigma_1 = \beta_1 T, \qquad \sigma_2 = \beta_2 T,$$

la force électromotrice d'un couple thermo-électrique de ces deux métaux est donnée par la formule d'Avenarius

$$E = A(T_1 - T_2)\left(T_0 - \frac{T_1 + T_2}{2}\right),$$

et le phénomène Peltier est exprimé par

$$C = \frac{A}{J}(T_0 - T)T,$$

la constante A ayant pour valeur

$$A = (\beta_1 - \beta_2)J.$$

Les expériences faites jusqu'ici en vue d'étudier le phénomène Peltier n'ont guère dépassé 100°. M. Battelli les a reprises en allant jusque vers 300°. La méthode consiste à prendre deux tubes de 30^{cm} de long, contenant du mercure jusqu'à une hauteur de 3^{cm}; le couple à étudier présente deux soudures, dont chacune plonge dans le mercure de l'un des tubes ; en faisant passer dans le circuit métallique le courant d'un Bunsen, on échauffera l'une des soudures et l'on refroidira l'autre; on a eu soin de recouvrir les fils qui plongent dans le mercure d'un vernis isolant. La différence des températures des deux tubes est mesurée par un second couple fer-maillechort, soigneusement étudié à l'avance, et dont les soudures, recouvertes aussi de vernis isolant, plongent dans le mercure des deux tubes : ce circuit secondaire est fermé sur un galvanomètre Thomson. Les deux tubes passent à frottement dur dans deux trous pratiqués dans un bouchon de liège qui sert de couvercle à une étuve à température constante. On obtient cette étuve au moyen d'un cylindre de fer de 5^{cm} de diamètre, qui occupe la partie centrale d'un autre cylindre de 18^{cm}, et l'espace annulaire est rempli d'un liquide maintenu à l'ébullition, ce qui fournit une température bien déterminée.

Les tubes à mercure sont ainsi de véritables calorimètres; on déterminera l'équivalent en eau de l'un d'entre eux, en y faisant brusquement tomber un fil de platine chauffé à une température connue dans une étuve analogue à celle qui sert dans le calorimètre de Regnault. Les équivalents en eau des deux tubes étaient très sensiblement égaux, et compris toujours entre 2^{gr} et 3^{gr}.

On a constaté qu'avec le couple fer-maillechort employé la déviation galvanométrique était très bien représentée par une formule

$$\delta = a(t_1 - t_2)\left(\tau - \frac{t_1 + t_2}{2}\right),$$

où a et τ sont des coefficients numériques. On en tire, en observant que $\frac{t_1 + t_2}{2}$ diffère toujours très peu de la température t de l'étuve,

$$t_1 - t_2 = \frac{\delta}{a(\tau - t)}.$$

La chaleur dégagée dans une soudure est la somme algébrique

de l'effet Peltier et de la chaleur de Joule; on en élimine celle-ci en renversant le sens du courant. La quantité de chaleur dégagée dans l'unité de temps, et rapportée à l'unité de l'intensité de courant, est

$$c + \frac{1}{J}\,ir$$

pour l'un des calorimètres,

$$-c + \frac{1}{J}\,ir'$$

pour l'autre, et la différence, que mesure le galvanomètre (les équivalents en eau étant les mêmes), est

$$Q = 2c + \frac{1}{J}\,i(r - r').$$

Changeons le sens du courant, l'expérience nous donne

$$Q' = -2c + \frac{1}{J}\,i'(r - r');$$

d'où

$$c = \frac{Q - Q'}{4} - \frac{1}{J}\,\frac{(r - r')(i - i')}{4}.$$

Si le courant était le même dans les deux cas, on aurait simplement

$$c = \frac{Q - Q'}{4}.$$

On calculera $r - r'$, qui est toujours très petit, par l'équation

$$\frac{1}{J}(r - r') = \frac{Q + Q'}{i + i'}.$$

M. Battelli a étudié, par cette méthode, sept couples, et, pour chacun d'eux, il a déduit de ses expériences les valeurs de A et de T_0 qui entrent dans la formule (2). Il compare ces valeurs avec celles qui sont déduites de l'étude de la force électromotrice du même couple et qui vérifie la formule (1). L'accord est généralement satisfaisant.

On peut résumer ses mesures dans le Tableau suivant :

Couple étudié.	Intervalle de température dans lequel il l'a étudié.	Valeurs de A et de T_0 déduites du phénomène Peltier: A.	du phénomène Peltier: T_0 (temp. absolue).	de la force électromotrice: A.	de la force électromotrice: T_0.
		C.G.S.			
Bismuth-plomb...	2°,25 à 202°	−2,168	−533,5	−2,126	−536,4
Fer-maillechort...	3,13 à 251	−1,223	+1904,14	−1,235	+1892,2
Fer-cuivre.......	2,85 à 275	−4,732	552,66	−4,831	+547,1
Fer-aluminium...	3,10 à 347	−3,641	574,80	−3,861	+570,0
Zinc-étain.......	2,80 à 204	+2,411	163,15	+2,423	+167,3
Plomb-cadmium..	2,20 à 204	−1,362	51,1	−1,452	+64,6
Bismuth-zinc....	2,40 à 205	−6,811	−99,85	−6,896	−90,80

Pour le couple fer-maillechort, M. Battelli réfute en passant une assertion de Gore, qui avait déclaré qu'on avait toujours échauffement à la soudure, quel que fût le sens du courant. La chaleur de Joule lui avait masqué le refroidissement dans l'un des cas. Il est aisé de montrer le changement de sens de la variation de la température par une expérience directe. On soude en croix deux barreaux, l'un de fer, l'autre de maillechort, tous deux recouverts de noir de fumée. Une des extrémités du fer et une du maillechort sont reliées aux deux bornes d'une pile, les deux autres à un galvanomètre. On ferme cinq minutes le circuit de la pile, en laissant ouvert celui du galvanomètre, puis on ouvre le circuit de la pile, et l'on ferme une minute le second circuit sur le galvanomètre. Suivant le sens dans lequel a passé le courant de la pile, on a une déviation dans un sens ou dans l'autre, ce qui correspond à une élévation ou à un abaissement de température, l'abaissement étant toujours inférieur en valeur absolue à l'élévation produite par la même intensité de courant.

On peut déduire la valeur de la constante A, pour un couple donné, de l'étude du phénomène Thomson pour les deux métaux qui le constituent. En effet

$$\frac{d\frac{c}{T}}{dT} + \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{T} = 0$$

et, comme $\frac{d\frac{c}{T}}{dT} = -\frac{A}{J}$,

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{T} = \frac{A}{J}.$$

On trouve ainsi, pour le couple plomb-cadmium, le nombre

$$A = -1,527,$$

tandis que l'étude du phénomène Peltier avait donné

$$A = -1,452.$$

L'accord est satisfaisant eu égard aux difficultés que présente la mesure directe de l'effet Thomson. Pour le couple bismuth-plomb, au contraire, la discordance est énorme; on a — 1,660, au lieu de — 2,168; mais on sait que la mesure de l'effet Thomson, dans le cas du bismuth, présente des difficultés toutes particulières.

Les résultats obtenus sont, dans leur ensemble, suffisamment concordants. Une remarque est à faire au sujet de la constante T_0 qui entre dans les formules; elle peut prendre des valeurs négatives, elle ne saurait donc représenter toujours une température absolue, réelle. En faut-il conclure qu'il n'existe pas de point neutre pour les couples correspondants, ou que la formule parabolique est insuffisante pour représenter la variation de la force électromotrice? Ce que l'on peut dire, c'est que la formule parabolique, dont la nécessité n'est pas, d'ailleurs, une conséquence de la théorie, représente bien le phénomène dans l'intervalle de température étudié, mais que, en attribuant aux coefficients une signification qui impliquerait que la formule reste stable entre des limites beaucoup plus étendues, on ferait une extrapolation illégitime.

BERNARD BRUNHES.

R. THRELFALL et A. POLLOCK. — On the Clark cell as a source of small constant current (La pile de Clark considérée comme source de faibles courants): *Phil. Mag.*, 5e série, t. XXVIII, p. 353; 1889.

R. THRELFALL. — On the application of the Clark cell to the construction of a standard galvanometre (Application de la pile de Clark à la construction d'un galvanomètre étalon); *Ibid.*, p. 416.

Les auteurs prouvent que l'on peut employer la pile de Clark comme source de courants constants dont l'intensité ne dépasse pas un millième d'ampère, avec une erreur relative de 1 pour 100, tout au plus, résultant de la polarisation de la pile et des variations de sa résistance intérieure.

Il en résulte qu'on peut employer la pile de Clark directement pour étalonner un galvanomètre. E. Bouty.

R. THRELFALL. — The measurement of high specific resistances (Mesure des grandes résistances spécifiques); *Phil. Mag.*, 5ᵉ série, t. XXVIII, p. 452; 1889.

R. THRELFALL. — On measurement of the resistance of imperfectly purified sulphur (Mesures de la résistance du soufre imparfaitement purifié); *Ibid.*, p. 469; 1889.

M. Threlfall dispose la substance dont il veut mesurer la résistance spécifique sous la forme d'un disque large et mince compris entre deux plaques métalliques; il mesure, à l'aide d'un galvanomètre sensible étalonné avec des éléments Latimer-Clark, l'intensité du courant auquel livre passage le disque étudié, quand il est introduit dans le circuit du galvanomètre avec un certain nombre de Latimer-Clark.

Le galvanomètre employé par M. Threlfall manifestait, par un écart de 5 divisions de l'échelle, un courant de 10^{-11} ampères. L'auteur estime qu'on peut aller plus loin et obtenir un galvanomètre sensible à 10^{-13} ampères avec une durée d'oscillation de quarante secondes environ.

Les nombres qu'il publie relativement à la résistance du soufre n'offrent d'autre intérêt que d'établir que la résistance apparente dépend de la durée du passage du courant. Les résistances spécifiques mesurées sont de l'ordre de grandeur de 10^{15} ohms.

E. Bouty.

H. TOMLINSON. — The effect of repeated heating and cooling on the electrical resistance of iron (Effet d'échauffements et de refroidissements répétés sur la résistance électrique du fer); *Phil. Mag.*, 5ᵉ série, t. XXIX, 1889.

Plusieurs propriétés physiques du fil de fer sont profondément modifiées par des échauffements répétés; de 0° à 100°, par exemple, le coefficient de frottement interne est considérablement diminué.

En ce qui concerne la résistance électrique, M. Tomlinson trouve que la résistance à 100° d'un fil de fer bien recuit diminue sensiblement par des échauffements répétés (de 2 pour 100 environ

pour dix alternatives, de 17° à 100°); au contraire, le coefficient de variation avec la température reste à peu près invariable.

E. Bouty.

CH.-H. LEES. — On the law of cooling, and its bearing on certain equations in the analytical theory of heat (Sur la loi du refroidissement et son influence sur certaines équations de la théorie analytique de la chaleur); *Phil. Mag.*, 5ᵉ série, t. XXVIII, p. 429; 1889.

D'expériences faites sur le refroidissement, dans l'air, d'une barre métallique préalablement portée à la température de 100°, M. Lees conclut que la loi de Newton ne saurait être appliquée correctement dans un intervalle aussi grand. La vitesse du refroidissement se montre très sensiblement proportionnelle à la puissance 1,26 de l'excès v de température.

Les expériences faites avec des barres, en vue de calculer le coefficient de conductibilité interne, doivent donc être calculées en joignant à l'équation bien connue de continuité la condition

$$k\frac{dv}{dn} + hv^n = 0,$$

relative aux surfaces en contact avec l'atmosphère extérieure. Le coefficient n doit être déterminé par des expériences spéciales, analogues à celles de M. Lees, et d'après l'intervalle de température dans lequel se trouveront compris les excès.

E. Bouty.

THE AMERICAN JOURNAL OF SCIENCE;

T. XXXVII, 1889.

E.-L. NICHOLS et W.-S. FRANKLIN. — Expérience relative à la question de la direction et de la vitesse du courant électrique, p. 103-109.

Les auteurs ont repris les expériences de Fœppl (¹) sur ce sujet. La sensibilité de leur appareil est suffisante pour qu'on

---

(¹) Fœppl, *Wied. Ann.*, t. XXVII, p. 400; *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. VI, p. 540.

puisse apprécier une variation d'intensité de 16.10^{-6} ampères. Comme un courant de plus d'un ampère a donné la même déviation, la bobine étant au repos ou animée d'une vitesse de rotation de 400 tours par seconde, on déduit des dimensions de cette bobine (24^{cm} de tour) que la vitesse du courant, si elle existe, dépasse $554\,680\,000^{cm}$ par seconde.

Pour rendre l'appareil plus sensible encore, on a fait passer dans la bobine mobile le courant alternatif d'une dynamo à 40000 renversements par minute; on n'a aucun effet appréciable sur l'aiguille, et tout se passe comme si la bobine était au repos. L'intensité moyenne du courant étant alors $4^{amp},26$, et l'appareil étant sensible à 43.10^{-8} ampères, l'absence d'effet montre que la vitesse du courant doit dépasser 9×10^{10} ampères par seconde (1).

JOHN TROWBRIDGE et W.-C. SABINE. — De l'emploi de la vapeur en analyse spectrale, p. 114-116.

Si l'on fait éclater l'étincelle d'induction entre deux bornes métalliques, le spectroscope dénote, dans la lumière de l'étincelle, les raies du métal employé. On accroît beaucoup l'intensité de cette lumière en faisant éclater l'étincelle dans un jet de vapeur d'eau. L'étincelle change alors de couleur; elle présente, en effet, les raies de l'hydrogène, mais les raies propres au métal augmentent beaucoup d'éclat : l'effet est dû peut-être à un accroissement de conductibilité de l'espace situé entre les bornes.

Il faut avoir soin d'introduire un condensateur de capacité notable, quatre bouteilles de Leyde, ou plus, dans le circuit secondaire.

---

(1) Il ne semble pas non plus que le mouvement d'un électrolyte modifie en quoi que ce soit l'intensité du courant qui le traverse. Des expériences faites il y a quelque temps sur cette question m'ont donné un résultat absolument négatif; il convient d'ajouter que les vitesses d'écoulement d'un liquide obtenues dans les conditions ordinaires ne sont pas comparables aux vitesses obtenues dans les expériences sur les conducteurs métalliques, et qu'il y aurait lieu de reprendre les expériences avec des vitesses beaucoup plus grandes.

J. WILLARD et GIBBS. — Comparaison de la théorie électromagnétique de la lumière et de la théorie de Sir William Thomson, d'un éther *quasi-instable*, p. 129-144.

Sir William Thomson (1) et M. Glazebrook (2) ont exposé, dans le *Philosophical Magazine*, une théorie mécanique de la lumière qui conduit, en définitive, aux mêmes conclusions que la théorie de M. Sarrau. Elle consiste à admettre que la vitesse de propagation des mouvements longitudinaux est nulle, ou du moins extrêmement petite par rapport à celle des mouvements transversaux. On a pour ces deux vitesses

$$V_l = \sqrt{\frac{A}{\rho}}, \qquad V_t = \sqrt{\frac{B}{\rho}},$$

A et B étant deux coefficients définissant l'élasticité du milieu, supposé isotrope. Le coefficient de compressibilité est $\frac{1}{A - \frac{4}{3}B}$. Or on peut se débarrasser de l'onde longitudinale en supposant A extrêmement grand (éther très peu compressible), ou en le supposant très petit par rapport à B. Green a fait aux théories de ce second groupe l'objection suivante : si l'on suppose $\frac{A}{B} < \frac{4}{3}$, la compressibilité du milieu est négative, et l'équilibre est instable. C'est à cette objection qu'a voulu répondre Sir W. Thomson. Il montre qu'il y a stabilité, si l'on suppose que l'éther est limité de toutes parts par un vase à parois résistantes, ou si l'on suppose qu'il s'étend à l'infini dans tous les sens; la stabilité exige alors simplement que A soit positif, ou au moins égal à o. M. Glazebrook, en appliquant ces hypothèses à la double réfraction, arrive à une surface d'onde qui, dans le cas limite où A = o, se confond avec l'onde de Fresnel, et, dans ce cas, la vibration est celle de M. Sarrau.

---

(1) Sir W. Thomson, *On the reflexion and refraction of light* (*Phil. Mag.*, 5e série, t. XXVI, p. 414, et Note sur le précédent article, même volume, p. 500).

(2) R.-L. Glazebrook, *On the application of Sir William Thomson's theory of a contractile ether to double refraction, dispersion metallic reflexion and other optical problems* (même Volume, p. 521).

M. Gibbs, qui a déjà comparé la théorie élastique de Fresnel à la théorie électromagnétiqne de la lumière (¹), en supposant que dans cette dernière c'est le déplacement électrique qui constitue la vibration lumineuse, compare cette même théorie électrique à la nouvelle théorie élastique de Sir W. Thomson. Il note une correspondance intéressante entre les deux; il l'exprime en disant que les équations représentatives sont les mêmes pour les deux, sauf que les symboles qui représentent le déplacement dans l'une représentent la force dans l'autre, et inversement. Cela revient à dire que la vibration lumineuse de M. Sarrau n'est autre chose que le potentiel vecteur de la théorie électromagnétique; et inversement, la réaction élastique dans la théorie de M. Sarrau coïncide avec le déplacement électrique. Dans les divers problèmes qui se rencontrent, les deux théories conduisent aux mêmes équations; seule, l'interprétation physique diffère.

M. W. Gibbs indique, au cours de sa discussion, un moyen qui serait peut-être propre à décider entre les théories du genre de celle de Fresnel et du genre de celle de M. Sarrau. En réalité, aucune des deux ne doit être l'expression rigoureuse de la vérité : la vitesse V_l ne doit être ni nulle, ni infinie; elle doit seulement être ou extrêmement petite, ou extrêmement grande. Si elle est très petite (Sir W. Thomson et Glazebrook), la surface d'onde dans un cristal différera légèrement de ce qu'elle serait par une vitesse rigoureusement nulle; d'après M. Gibbs, étant données les valeurs des indices principaux d'un cristal, les valeurs des indices intermédiaires seront alors plus petites que celles qui sont calculées d'après la loi de Fresnel; ces valeurs intermédiaires, qui sont exactement les mêmes dans la théorie de Fresnel et dans celle de M. Sarrau, seraient, au contraire, plus grandes que les valeurs calculées si, au lieu de supposer V_l infini, on le supposait rès grand, mais fini. M. Gibbs déclare, d'ailleurs, que les expériences du professeur Hastings sur le spath d'Islande ne lui semblent pas encourageantes pour ceux qui seraient tentés de chercher dans cette voie la solution de la question.

(¹) W. Gibbs, *American Journal*, t. XXXV, p. 467; *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. VIII, p. 147.

Il semble, en effet, que, tant qu'on s'en tiendra aux phénomènes élémentaires, tels que la propagation de la lumière monochromatique dans un milieu homogène, on ne pourra pas décider entre ces théories, et qu'il faudra recourir, comme M. Carvallo [1], aux phénomènes, tels que la dispersion.

(*A suivre.*) BERNARD BRUNHES.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXX; juillet 1890

A.-A. MICHELSON. — *Application de la méthode des interférences aux mesures astronomiques*, p. 1.

G. BROWN. — *Sur l'électrisation de l'effluve, d'après ses réactions chimiques et voltaïques*, p. 21.

LORD RAYLEIGH. — *Application du treuil différentiel d'Huygens à l'illustration de l'induction voltaïque*, p. 30.

J. SWEETMAN AMES. — *Relations entre les lignes de différents spectres, et en particulier du cadmiun et du zinc, avec une nouvelle détermination des longueurs d'onde correspondantes*, p. 33.

J. SWEETMAN AMES. — *Sur quelques spectres gazeux, hydrogène, azote*, p. 48.

W.-E. AYRTON, T. MATTER et W.-E. SUMPNER. — *Galvanomètres*, p. 58.

E.-P. CALVERWELL. — *Note sur la théorie cinétique des gaz de Boltzmann et l'adresse de Sir W. Thomson à l'Association britannique*, p. 95.

R. THRELFALL. — *Constantes électriques de fils de quartz*, p. 99.

---

[1] CARVALLO, *Influence du terme de dispersion de Briot sur les lois de la double réfraction*, p. 67-69.

SUR LA CHALEUR DE VAPORISATION DES GAZ LIQUÉFIÉS;

PAR M. E. MATHIAS.

La chaleur de vaporisation des gaz liquéfiés a été l'objet d'un très petit nombre de travaux; Favre et Silbermann (¹), Regnault (²), puis de nouveau Favre (³), M. J. Chappuis (⁴), s'en sont tour à tour occupés. Mais, jusqu'ici, les mesures étaient restées isolées et ne s'appliquaient guère qu'à une seule température : celle qui correspond soit à la température d'ébullition sous la pression atmosphérique, soit à la température de fusion de la glace, soit à la température sensiblement constante des salles calorimétriques ordinaires.

Mon but, en reprenant cette étude, a été, au contraire, d'étudier la variation de la chaleur de vaporisation jusqu'au point critique, et de voir si, conformément à la théorie, cette quantité s'annule à cette température.

A l'exemple de Regnault, j'ai employé le calorimètre *à eau;* malheureusement, cet instrument a l'inconvénient de faire varier pendant l'expérience la température de l'eau, et, par suite, celle de la vaporisation du gaz liquéfié. Or la chaleur de vaporisation est une fonction de la température d'autant plus rapidement décroissante que l'on est plus près de la température critique. Il faut donc s'arranger pour que la température ne change pas ou change très peu. J'ai été nécessairement conduit à employer *une méthode calorimétrique à température constante telle que je puisse, d'une expérience à une autre, faire changer la température.*

A cet effet, le gaz liquéfié étant contenu dans un récipient métallique plongé dans l'eau du calorimètre, je compense, à chaque instant, le refroidissement du calorimètre provenant de la vapori-

---

(¹) FAVRE et SILBERMANN, *Ann. de Ch. et de Phys.*, 3ᵉ série, t. XXXVII, p. 470; 1853.

(²) REGNAULT, *Ann. de Ch. et de Phys.*, 4ᵉ série, t. XXIV, p. 375, 1871; et *Machines à feu*, t. III, p. 925; 1870.

(³) FAVRE, *Ann. de Ch. et de Phys.*, 5ᵉ série, t. I, p. 209; 1874.

(⁴) J. CHAPPUIS, *Ann. de Ch. et de Phys.*, 6ᵉ série, t. XV, p. 498; 1888.

sation du liquide au moyen d'une source de chaleur très exactement connue, et qui est la chaleur développée par la dilution, dans l'eau du calorimètre, d'un poids connu d'acide sulfurique concentré.

Comme on le voit, c'est une *méthode de zéro* [1], et le thermomètre ne sert que comme thermoscope; de plus, la mesure des quantités de chaleur est ramenée à une mesure de poids, qui est la plus exacte de toutes. Enfin, comme la vaporisation s'effectue à la température ambiante de la salle d'expériences et sous la pression de la vaporisation, les corrections sont théoriquement toutes éliminées.

Dans l'exposé des expériences, je décrirai :

1° La mesure de la chaleur de dilution de l'acide employé;

2° L'expérience de vaporisation proprement dite;

3° Les résultats obtenus avec l'acide sulfureux, l'acide carbonique et le protoxyde d'azote;

4° Quelques conséquences directes relatives à la chaleur spécifique de vapeur saturée.

MESURE DE LA CHALEUR DE DILUTION DE L'ACIDE SULFURIQUE EMPLOYÉ.

Je remplis d'un poids connu d'acide une ampoule de verre, d'un poids également connu, que je ferme au chalumeau; puis je la brise dans le calorimètre à eau de M. Berthelot et j'observe l'élévation de la température.

L'acide dont je me suis servi dans les expériences définitives a une formule voisine de $SO^3,HO + \frac{1}{2}HO$; j'ai fait avec lui *dix* expériences en variant les poids d'acide π depuis $5^{gr},601$ jusqu'à $18^{gr},738$. J'ai rejeté comme absolument mauvaise l'expérience II, et j'ai représenté très exactement les neuf expériences acceptables par la formule hyperbolique suivante, dont les deux con-

[1] C'est M. le Dr d'Arsonval qui a le premier décrit et fait fonctionner une semblable méthode, dans le but d'étudier la chaleur dégagée à chaque instant par les êtres vivants (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXXXIX, p. [illegible]; 1879; et Rapport de M. Marey, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XCIV, p. 318; 188[illegible]).

stantes ont été calculées par la méthode des moindres carrés :

$$Q = \frac{34466,626\pi}{228,2 + \pi}.$$

10^{kg} de cet acide étaient renfermés dans neuf flacons de verre de 1^{lit}, bouchés à l'émeri et placés dans une pièce obscure sous une cloche à bords rodés reposant sur un plan de verre; l'air de la cloche était desséché par de la chaux vive. Je ne me servais des flacons que jusqu'à la moitié, de façon que la petite quantité de vapeur d'eau absorbée pendant les manipulations fût répartie sur une grande masse d'acide et n'altérât pas la chaleur de dilution. Après deux ans, la formule précédente représentait encore au millième la chaleur de dilution de l'acide employé, comme M. P. Petit, chargé de cours à la Faculté des Sciences de Nancy, a bien voulu le vérifier sur les deux flacons d'acide sulfurique qui m'avaient servi (1).

On voit, par là, la commodité de cette nouvelle méthode calorimétrique qui pourra, dans bien des cas, je l'espère, être appliquée en Physique.

MESURE DE LA CHALEUR DE VAPORISATION D'UN GAZ LIQUÉFIÉ.

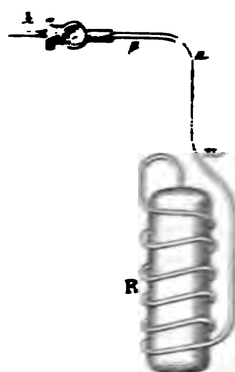
Description de l'appareil. — Le réservoir à gaz liquéfié est essentiellement un récipient cylindrique de cuivre R (*fig.* 1), fermé en bas, et communiquant à la partie supérieure avec un long serpentin de petit diamètre enroulé autour de lui; ce serpentin a un développement de 1^m environ. Le volume intérieur du réservoir et du serpentin est d'environ 60^{cc}. L'ensemble est plongé dans un calorimètre Berthelot, et est *doré extérieurement* pour

(1) M. Ch. Fabre a employé, le premier, la dissolution de l'acide sulfurique dans l'eau, pour introduire une quantité connue de chaleur dans un calorimètre (*Ann. de Ch. et de Phys.*, 6e série, t. X, p. 475). Plus récemment, MM. Berthelot et Recoura s'en sont également servis pour déterminer la valeur en eau de la bombe calorimétrique (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CIV, p. 876). Mais ces précédents intéressants ne constituent pas une méthode calorimétrique distincte, telle que la méthode de compensation exposée ci-dessus.

empêcher l'attaque de l'acide. Le réservoir peut résister à une pression de plus de 100atm.

Le serpentin est soudé à l'étain à un robinet à pointeau A en nickel, qui communique, à l'aide d'un raccord et d'un tube de cuivre avec un robinet à pointeau B de grandes dimensions

Fig. 1.



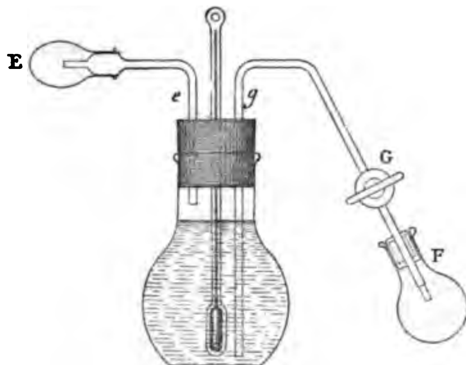
(*fig.* 1). Le tube de jonction est interrompu en son milieu par un étranglement précédé d'un raccord en laiton dont la troisième branche se rend à un manomètre métallique sensible H. Au sortir du robinet B, le gaz s'échappe au dehors en passant à travers un barboteur à glycérine Z, qui permet de se rendre compte de la régularité de la vaporisation. L'isolement thermique du récipient R est réalisé au moyen d'un raccord en *celluloïd*, matière plus isolante que le bois (¹).

L'appareil comprend, en outre, un flacon de verre (*fig.* 2) rempli de l'acide sulfurique précédemment étudié, et fermé hermétiquement par un bouchon de caoutchouc à trois trous, laissant passer respectivement un thermomètre au $\frac{1}{5}$ de degré, un tube de verre coudé E*e*, et un second tube G*g*, deux fois recourbé et portant un robinet de verre; les deux tubes sont fermés à l'exté-

(¹) Les raccords en celluloïd, ainsi que le réservoir R, le robinet B et le manomètre, ont été construits avec beaucoup de soin par M. Ducretet, que je remercie de sa complaisance.

rieur par des bouchons de verre rodé E et F en forme de ballons (¹).

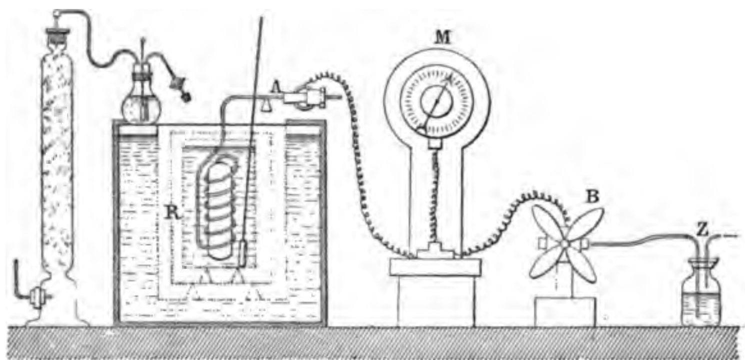
Fig. 2.



Avant l'expérience de vaporisation, il faut procéder au remplissage du réservoir R.

Appareil de remplissage. — La bouteille à gaz liquéfié est reliée au récipient R par un tube desséchant rempli de ponce sul-

Fig. 3.



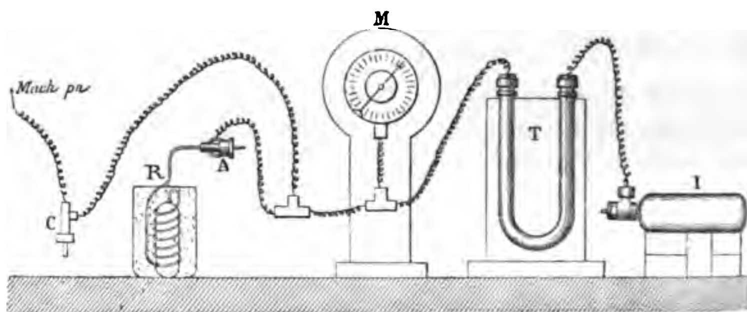
furique qui communique avec une machine pneumatique à mercure

(¹) Ce flacon renferme ordinairement de 155^{gr} à 165^{gr} d'acide sulfurique, et son mode de fermeture est si parfait qu'il n'absorbe, en général, que 1^{mgr} de vapeur d'eau par jour. Dans les pesées, j'annihile les effets du pouvoir hygrométrique du verre au moyen d'un flacon taré identique placé dans l'autre plateau de la balance.

et un manomètre métallique. Les raccords sont tels que l'appareil tient indifféremment le vide ou la pression. Au commencement, je fais le vide sur l'ensemble des tubes, y compris le tube desséchant; puis je pratique deux *lavages* avec le gaz, et fais de nouveau le vide pour chasser l'air complètement. A ce moment, j'entoure le récipient R d'un mélange de glace et de sel, et je fais arriver le gaz dont la pression est accusée, à chaque instant, par le manomètre. A cause des fortes pressions développées par l'acide carbonique et le protoxyde d'azote liquides, l'appareil est tout entier métallique ([1]).

Expérience de vaporisation. — Le récipient R, soigneusement desséché et pesé, est installé sur le calorimètre (*fig.* 4) pendant

Fig. 4.



plusieurs heures pour qu'il prenne bien la température de la salle d'expérience ([2]). Je fais de même pour le flacon à acide, taré à l'avance, qui est simplement posé sur le feutre de l'enceinte calorimétrique, où il est maintenu par un fil de fer. Puis je verse dans le calorimètre 1000gr d'eau distillée et j'y plonge un thermomètre

([1]) Pour éviter l'attaque du tube desséchant T, en cuivre, par l'acide sulfurique, il avait été *doré intérieurement* par amalgamation.

Dans le cas de l'acide sulfureux, j'employais un appareil de remplissage beaucoup plus simple.

([2]) Celle-ci étant bien close, la variation *diurne* de la température oscille en général entre 1° et 1°,5; mais comme la salle est située au *troisième étage*, la variation *annuelle* est très grande et oscille entre + 2°,5 et un maximum d'environ 22° ou 23°.

calorimétrique de Baudin qui me sert en même temps d'agitateur. Après quelques minutes, j'observe le refroidissement initial; puis je commence l'expérience en ouvrant *très lentement* le robinet A, le robinet B étant fermé. Au bout de trois ou quatre minutes, le manomètre s'arrête et indique la pression p de la vapeur saturée à la température t° de l'expérience.

Pendant tout le temps de la vaporisation du liquide, je fais couler goutte à goutte dans le calorimètre l'acide sulfurique du flacon de verre taré, en ayant soin de mélanger les couches d'eau avec le thermomètre calorimétrique. Je puis ainsi, avec quelques précautions, maintenir la température constante à quelques centièmes de degré près en plus ou en moins de la température initiale.

J'ouvre alors lentement le robinet B et je règle l'écoulement du gaz de façon qu'il se fasse sous une pression $p - \varepsilon$ constante; la diminution de pression ε est aussi petite que l'on veut, et, en la faisant varier, on fait varier le débit. La détente est ainsi réduite au minimum. A la fin de l'expérience (durée de l'écoulement quinze minutes environ), je ferme brusquement le robinet B; la pression remonte rapidement, non à la valeur p primitive, mais à une valeur $p - \varepsilon'$ un peu inférieure, et qui est la pression de la vapeur saturée à la température t' de l'intérieur du récipient R, laquelle est un peu plus basse que la température constante du calorimètre (1); puis, l'appareil se réchauffant, la pression reprend sa valeur initiale p (2).

Après l'arrêt de l'écoulement par la fermeture du robinet B, je verse dans le calorimètre un petit excès d'acide sulfurique, de manière que la température soit de $0^{\circ},05$ environ supérieure à la température initiale t°. Le calorimètre prend alors son équilibre de

---

(1) La connaissance de ε' permet de calculer l'abaissement $t - t'$ de la température intérieure, connaissant par les Tables de Regnault la variation de pression par degré; $t - t'$ n'a généralement pas dépassé $0^{\circ},3$.

(2) Soient P′ la perte de poids du récipient R et P le poids vrai du liquide vaporisé, on a

$$P = P' \frac{\delta}{\delta - \delta'},$$

δ et δ' étant les densités du liquide et de la vapeur saturée à t°.

température, et j'observe le refroidissement final pendant un temps plus ou moins long.

L'expérience est alors terminée. Je ferme le récipient A, je défais le raccord et je lave le récipient à l'eau distillée, puis à l'alcool, après quoi je le porte sous la balance. Je note de même la diminution de poids du flacon à acide, et j'ai tout ce qu'il faut pour calculer λ_t (¹).

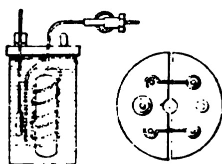
Expériences de vaporisation au-dessus de la température ambiante. — Ce qui précède se rapporte aux expériences faites dans les limites annuelles de la température de la salle de recherches ($+2°,5$ à $+22°$). Pour opérer entre $+22°$ et $+35°$, par exemple, la méthode est modifiée de la manière suivante :

Au moyen d'un système convenable de lampes à gaz munies de régulateurs, je porte la salle d'expériences un peu au-dessus de la température $t°$ *où je veux opérer*; et je maintiens la température sensiblement constante. Je remplis alors d'eau à la température $t° + 2$ environ l'enceinte du calorimètre Berthelot; enfin le calorimètre est rempli de 100gr d'eau à $t°$ et fermé par un couvercle (²)

(¹) J'admets comme température de l'expérience la température *initiale*. Or, si la vaporisation commence à $t°$, elle finit à $t' < t$; elle s'effectue donc à la température moyenne $\frac{t+t'}{2}$, inférieure de 0°,15 ou 0°,2 à la température initiale. Alors le coefficient $\frac{\delta}{\delta - \delta'}$ diminue un peu; par suite, la chaleur de vaporisation augmente, ce qui doit arriver, puisque la température est plus basse. Il se produit, dans la réalité, une compensation comme le calcul direct le montre. Il est donc plus simple, dans les limites compatibles avec la précision des expériences, de faire le calcul avec la température initiale.

(²) Ce couvercle, comme le montre la *fig.* 5, est formé de deux parties rattachées

Fig. 5.



par deux crochets; il est en laiton doré comme le calorimètre, et il a été, comme lui, construit avec beaucoup de soin par M. Golaz.

laissant passer le tube vertical du réservoir à gaz liquéfié. Un thermomètre sensible donne la température de l'eau du calorimètre et du réservoir à gaz. Il s'établit alors, entre l'air de la salle, l'enceinte calorimétrique et le calorimètre, un équilibre tel que, si tout est bien réglé, la température du calorimètre varie avec une extrême lenteur. Avec un peu d'habitude on peut, à moins de $0^{\circ},05$, amener et maintenir l'eau du calorimètre à t°.

Dans ces conditions, j'enlève le couvercle du calorimètre et je procède à l'expérience comme à la température ordinaire, à cela près que les vitesses de refroidissement sont un peu plus grandes. Le seul inconvénient de cette méthode (¹) est d'obliger l'opérateur à demeurer à la température t° de l'expérience.

Au voisinage du point critique, le coefficient $\frac{\delta}{\delta - \delta'}$, qui sert à calculer le poids vrai P de liquide vaporisé, prend des valeurs très grandes, et le poids P′ du gaz qui *sort* doit être de plus en plus restreint pour éviter un trop grand débit et par suite la détente. Il peut suffire alors de faire écouler le gaz *dans le manomètre métallique* qui indique la pression, le robinet B étant fermé et devenu inutile.

Pour éviter toute détente, je me suis généralement astreint à ne vaporiser, dans les expériences définitives, que des poids de liquide compris entre un quart et un demi-gramme par minute. Je développe ainsi de faibles quantités de chaleur, et le refroidissement intérieur, qu'il est difficile de mesurer dans le cas de fortes pressions, devient négligeable.

Remarques. — I. Avec quelque soin que l'on prépare l'échantillon de gaz liquéfié sur lequel on détermine la chaleur de vaporisation, il n'est jamais rigoureusement pur : *il faut donc l'analyser.*

Soient

a la proportion pour 100 de gaz étranger, en poids;
λ la chaleur de vaporisation trouvée avec le gaz impur;
λ' la chaleur de vaporisation véritable,

(¹) M. Berthelot en a indiqué le principe dans sa *Mécanique chimique*, t. I, p. 268; elle a d'ailleurs été appliquée, sous une forme très voisine de celle que je lui ai donnée, par M. A. Pérot pour la mesure de la chaleur de vaporisation de l'éther (voir *Ann. de Ch. et de Phys.*, 6ᵉ série, t. XIII, p. 180; 1888).

on a, en négligeant la chaleur de dissolution du gaz étranger dans le gaz liquéfié devant la chaleur de vaporisation de celui-ci,

$$\lambda' = \lambda \frac{100}{100 - a}.$$

II. On peut se demander quel est l'ordre de précision de mes expériences. Elles comprennent trois séries de mesures : des pesées, des observations calorimétriques et des analyses de gaz. Or l'exactitude des pesées est très grande, et l'incertitude de la correction provenant des analyses est de l'ordre du millième ou moindre.

Tout le soin de l'expérimentateur doit donc se porter sur la partie calorimétrique (lectures de thermomètres, correction de refroidissement). La discussion des expériences montre que, dans le cas des expériences faites à la température ambiante, la somme des deux erreurs calorimétriques maxima est de 1,5 pour 100 environ, et, en fait, les plus mauvaises expériences ne se sont jamais écartées de plus de 2 pour 100 de la moyenne.

A cause de l'importance prépondérante de la correction de refroidissement, les expériences faites au-dessus de la température ordinaire sont exactes à quelques centièmes près.

RÉSULTATS.

Mes expériences ont porté sur l'acide sulfureux, l'acide carbonique et le protoxyde d'azote liquide. Étudions-les séparément.

Acide sulfureux.

L'acide sulfureux liquide provenait de l'usine Pictet, de Paris, qui le livre en siphon ; ce corps, obtenu par le procédé Melsens, c'est-à-dire par l'action réductrice du soufre sur l'acide sulfurique à 400°, ne contient que très peu d'impuretés (moins de $\frac{1}{400}$ d'air en poids).

Voici les résultats obtenus à la température ordinaire avec deux échantillons de gaz différents.

t°.		Liquide vaporisé.	Durée de l'évaporation.	Chaleur développée par l'acide.	Correction du refroidissement.	λ observé.		λ calculé.
o		gr	m	Cal	Cal	Cal		Cal
5,74		30,992	22	2855,2	10,8	89,38		89,67
9,44		11,936	20	1061,8	32,1	88,12		88,24
10,225		25,960	25,5	2228,6	16,5	87,16		
10,50	10,50	33,798	21	2948,3	27,4	87,43	87,32	87,84
10,445		20,318	23	1857,8	11,0	87,48		
12,23 (1)		32,437	25	2878,8	16,0	87,30		87,19
19,95		15,119	13	1390,1	21,1	94,48		84,21

On voit que la chaleur de vaporisation décroît lorsque la température s'élève. Il est intéressant de comparer les nombres fournis par l'expérience à ceux que donne la formule de Clapeyron

$$\lambda = \frac{T}{E}(u' - u)\frac{dp}{dt}.$$

Ces nombres ont été publiés dans un travail antérieur (2) en collaboration avec M. Cailletet; je les ai représentés en calculant par la méthode des moindres carrés une formule à trois termes, en me servant de treize chaleurs de vaporisation de 0° à 60°. On trouve ainsi

$$\lambda = 91^{\text{Cal}},87 - 0,384\,t - 0,000340\,t^2.$$

De 0° à 40°, le terme en t^2 est de l'ordre des erreurs possibles de l'expérience; on peut donc, dans ces limites de température, représenter la chaleur de vaporisation de l'acide sulfureux par la formule linéaire

$$\lambda = 91^{\text{Cal}},87 - 0,384\,t.$$

Pour $t = 0$, on trouve

$$\lambda = 91^{\text{Cal}},87,$$

nombre presque identique à la valeur $91^{\text{Cal}},7$ trouvée par M. J. Chappuis. Cette même formule représente aussi très bien les

(1) Expérience avec forte détente; douteuse. L'expérience suivante est aussi entachée de détente.

(2) Cailletet et Mathias, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CIV, p. 1563, et *Journ. de Phys.*, 2e série, t. VI, p. 414.

nombres que j'ai trouvés expérimentalement, comme le montre la dernière colonne du Tableau de la page 459 (1).

Acide carbonique.

L'acide carbonique sur lequel j'ai expérimenté a été préparé et liquéfié par moi. Le gaz était produit par un *appareil continu* de H. Sainte-Claire Deville, de grandes dimensions, par la réaction de l'acide chlorhydrique du commerce étendu de son volume d'eau sur des fragments de marbre blanc très pur et très propre. Le gaz était comprimé dans les bouteilles de fonte ordinaires par une pompe de liquéfaction dont les pistons n'avaient reçu que la quantité de vaseline juste nécessaire pour la bonne marche de l'appareil; de cette façon, le gaz liquéfié ne renfermait pas de corps gras.

La pureté de l'acide carbonique liquide ainsi obtenu était prouvée par l'analyse. Mes expériences ont porté sur *trois* échantillons de liquides différents; l'analyse, faite par la potasse solide, en présence d'une très faible quantité d'eau, a montré que ces trois liquides vaporisés contenaient respectivement

0.71, 2.15 et 0.60,

pour 100 d'air en volume. Tous les résultats obtenus pour la chaleur de vaporisation de l'acide carbonique sont contenus dans le Tableau suivant, auquel j'ai joint le nombre trouvé à 0° par M. J. Chappuis et les trois nombres de Regnault (2). Les expériences faites au-dessus de la température ordinaire sont celles dont la température est supérieure à 22°,04.

(1) M. J. Bertrand a démontré théoriquement que la chaleur de vaporisation est une fonction linéaire et décroissante de la température lorsqu'on peut : 1° négliger le volume spécifique du liquide devant celui de la vapeur saturée; 2° appliquer à la vapeur saturée la formule $pv = RT$, avec un coefficient R différent de celui des gaz parfaits (*Thermodynamique*, p. 76).

Ces deux hypothèses sont réalisées lorsqu'on est suffisamment loin du point critique, ce qui est le cas présent, puisque le point critique de l'acide sulfureux est au voisinage de 156°; la chaleur de vaporisation doit donc être une fonction linéaire et décroissante de la température.

(2) Les nombres donnés par Regnault doivent subir une correction, car Regnault ne connaissait qu'approximativement la densité de CO^2 liquide (d'après

Enfin j'ai distingué par un, deux ou trois astérisques les échantillons de liquides caractérisés par les proportions d'air citées plus haut.

t°.		Liquide vaporisé.	Durée de la vaporisation (1).	Chaleur développée par l'acide.	Correction du refroidissement	λ observé.		λ calculé.
						Cal		Cal
0°		(Nombre de M. Chappuis)				56,25		56,75
		gr	m	Cal	Cal			
* 6,65		16,428	25	827,8	12,7	50,76		51,05
* 6,95		14,496	23,5	766,9	21,2	51,36		50,77
* 7,25		16,860	25	847,2	32,1	50,26		50,47
* 8,25	8,35	9,784	28	522,2	42,4	48,75	45,33	49,42 (2)
* 8,30		10,173	20	501,6	21,3	49,15		
* 8,50		15,093	15	742,2	21,3	50,86		
* 12,35		28,458	17	1260,2	16,0	44,97		45,23
** 13,69		11,614	25	492,4	14,9	42,02		43,80
15,627		(Nombre de Regnault)................				40,36		41,35
** 16,28	16,45	13,915	30	591,8	33,9	39,04	89,92	40,30
** 16,63		11,379	16	492,5	28,6	41,67		
16,751		(Nombre de Regnault)................				41,03		39,90
17,375		(Nombre de Regnault)................				39,90		38,80
** 22,04		10,860	26,5	370,25	46,1	31,80		32,00
** 26,23		9,326	28	334,0	91,4	22,50		22,80
** 28,13		14,609	29	478,55	127,2	19,35		18,34
*** 29,85		10,402	14	187,6	66,25	14,40		11,64 (3)
*** 30,59		18,203	24	163,05	120,0	7,26		7,01
*** 30,82		7,515	20	111,7	94,6	3,72		4,61

Les nombres de la dernière colonne de ce Tableau ont été calculés par la formule

$$\lambda^2 = 118{,}485(31 - t) - 0{,}4707(31 - t)^2,$$

Thilorier) et pas du tout la densité de la vapeur saturée. Ce physicien ne connaissait donc pas exactement le poids d'acide carbonique qui existait à l'état liquide dans son appareil. *J'ai refait le calcul complet des trois expériences*, me servant pour les densités de l'acide carbonique sous ces deux états des formules connues. Ce sont les nombres ainsi recalculés que j'ai introduits dans le Tableau précédent.

(1) C'est le nombre de minutes qui s'écoulent entre l'ouverture du robinet A et le moment où, le robinet B étant de nouveau *seul* fermé, la pression a repris sensiblement sa valeur initiale.

(2) L'expérience à 8°,50 étant entachée de détente et moins bonne que les deux qui la précèdent et qui ont été faites *avec le même liquide*, je l'ai comptée avec un *poids* moitié des deux autres. J'ai fait de même pour l'expérience à 16°,63.

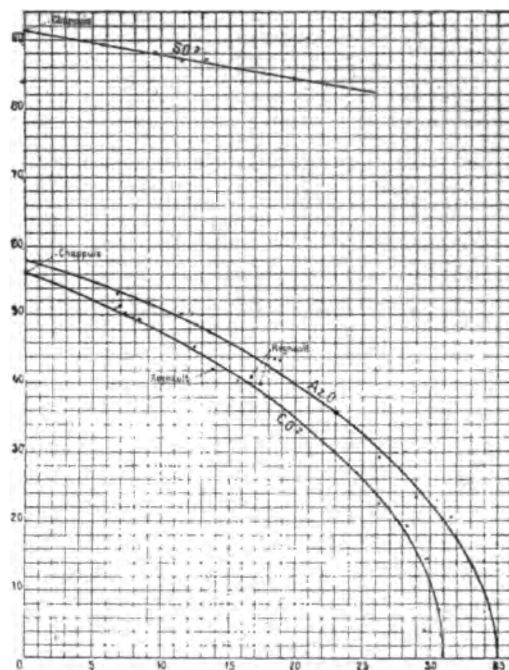
(3) Expérience fortement entachée de détente.

proposée par MM. Cailletet et Mathias (¹) pour représenter les nombres fournis par la formule de Clapeyron quand on y remplace u, u' et $\frac{dp}{dt}$ soit par les données existantes, soit par celles des formules de M. Sarrau.

L'accord des nombres trouvés et calculés comme je viens de le dire est *une vérification très satisfaisante de la formule de Clapeyron.*

Si l'on construit la courbe (*fig.* 6) qui a pour abscisses les tem-

Fig. 6.



pératures et pour ordonnées les nombres expérimentaux, on voit, indépendamment de toute formule empirique, que :

La tangente à la courbe au point critique est perpendiculaire à l'axe des abscisses.

(¹) CAILLETET et MATHIAS, *Journ. de Phys.*, 2ᵉ série, t. V, p. 562; 1885.

Il semble que l'on est en droit d'en conclure que :

Au point critique, la chaleur latente λ *est rigoureusement nulle, et par suite, à la même température, l'égalité* $u = u'$ *est aussi parfaitement rigoureuse* (1).

Protoxyde d'azote.

Comme pour l'acide sulfureux, je n'ai pas cru devoir préparer le protoxyde d'azote sur lequel j'ai expérimenté, l'objet de mon travail étant surtout l'étude de l'acide carbonique (2).

L'étude de ce corps a porté sur deux échantillons de gaz différents dont l'étude eudiométrique a été faite, à l'École Normale, à l'aide de l'eudiomètre de M. Schlœsing, par M. Sorel, à qui j'adresse mes plus chauds remerciements. Le premier échantillon, très pur, contenait seulement 1,5 pour 100 d'air en volume. Le second échantillon, très impur, contenait encore, *après l'achèvement de toutes les expériences,* 6 pour 100 d'azote en volume; cette forte proportion de gaz étranger n'est qu'un minimum, car la quantité d'azote dissoute va en diminuant au fur et à mesure que la bouteille se vide. Toutefois, la forte correction à laquelle on est conduit rend les résultats douteux et leur ôte toute valeur *quantitative,* pour ne leur laisser qu'une valeur *qualitative.*

Tous les résultats obtenus sont consignés dans le Tableau suivant; les expériences faites à la température ordinaire, avec le pre-

(1) On pourrait objecter à cette conclusion que, dans le calcul de la chaleur de vaporisation expérimentale, le poids *vrai* du liquide vaporisé étant donné par

$$P = P' \frac{\delta}{\delta - \delta'},$$

et par suite λ par

$$\lambda = \frac{Q}{P} = \frac{Q}{P'} \frac{\delta - \delta'}{\delta},$$

il n'est pas étonnant que λ tende vers zéro au point critique, puisque $\delta - \delta'$ tend vers zéro d'après les nombres admis. Il suffit, pour écarter cette objection, de remarquer que les valeurs expérimentales de λ tendent beaucoup plus rapidement vers zéro que celles de $\delta - \delta'$.

(2) Le protoxyde d'azote liquide a été préparé par M. Duflos, pharmacien à Paris, par la décomposition pyrogénée de l'azotate d'ammoniaque *pur* et bien cristallisé.

mier échantillon, sont marquées d'un astérisque; les autres, faites à température plus élevée et avec le gaz impur, sont marquées de deux astérisques.

t°.	Liquide vaporisé.	Durée de la vaporisation.	Chaleur développée par l'acide.	Correction du refroidissement.	λ observé.	λ calculé.
o	gr	m	Cal	Cal	Cal	Cal
* 5,27	10,365	20	535,7	19,6	54,45	56,5
* 6,70	9,225	20	547,1	31,8	52,8	55,6
* 9,00	7,594	15	409,3	0	51,7	53,9
* 10,00	19,756	20	979,9	46,0	52,3	53,2
* 11,15	13,074	20	656,4	12,7	50,0	52,3
* 12,09	11,364	20	580,7	31,0	50,0	51,5
* 12,50	7,424	22	403,1	22,6	48,5	51,15
* 13,25	5,703	17	314,7	38,2	47,8	50,5
* 18,50	26,453	18	1161,3	53,2	43,65	44,76
* 18,90	29,100	17	1249,1	35,1	43,55	44,36
** 22,86	5,285	16	269,6	17,7	35,5	40,0
** 26,20	4,771	17	166,7	18,0	29,6	35,3
** 28,98	4,972	17	170,9	62,9	23,6	30,4
** 31,47	8,097	15	209,9	124,9	20,9	24,9
** 34,94	5,285	15	227,0	201,4	0	10

On voit que la chaleur de vaporisation décroît constamment lorsque la température s'élève. Quelque mauvaises que soient les dernières expériences, elles mettent hors de doute la rapide variation de la chaleur de vaporisation au voisinage du point critique.

L'expérience faite à 35° est particulièrement instructive; elle montre que la forte proportion d'azote contenue dans le protoxyde a dû abaisser sensiblement son point critique, et qu'au voisinage de ce point la chaleur de vaporisation a des valeurs extrêmement faibles.

Les nombres de la dernière colonne du Tableau précédent ont été calculés par la formule

$$\lambda^2 = 131,75(36,4 - t) - 0,928(36,4 - t)^2,$$

donnée antérieurement pour représenter les nombres fournis par la formule de Clapeyron [1].

---

(1) CAILLETET et MATHIAS, *Journ. de Phys.*, 2e série, t. V, p. 563; 1886. Si l'on fait abstraction des cinq dernières expériences, on observe pour les dix premières une différence systématique entre les nombres *calculés* et *observés*.

Elle s'explique aisément. Dans la détermination des densités de vapeur saturée

CHALEUR SPÉCIFIQUE DES VAPEURS SATURÉES.

Les résultats précédents permettent quelques considérations générales sur la *chaleur spécifique des vapeurs saturées* dans les deux cas extrêmes : 1° où l'on est au voisinage immédiat du point critique; 2° où l'on est *loin* du point critique, le volume spécifique du liquide étant négligeable devant celui de la vapeur saturée.

Premier cas. — L'étude expérimentale de l'acide carbonique et du protoxyde d'azote montre que la tangente à la courbe $\lambda = f(t)$ tend à devenir parallèle à l'axe des ordonnées au point critique, c'est-à-dire que $\frac{d\lambda}{dt}$ est négatif et croît indéfiniment en valeur absolue.

Soient donc

m' la chaleur spécifique de la vapeur saturée,
m la chaleur spécifique du liquide,
T la température absolue;

on a

$$m' = m + \frac{d\lambda}{dt} - \frac{\lambda}{T}.$$

Au point critique, $m' = -\infty$. En généralisant, on peut dire :

Au voisinage de ce point, la chaleur spécifique de la vapeur saturée est toujours négative; toutes les vapeurs se comportent comme la vapeur d'eau, c'est-à-dire se liquéfient partiellement par l'effet d'une détente adiabatique.

Or, dans tous les cas connus (eau, sulfure de carbone, acétone, éther, benzine), la chaleur spécifique de vapeur saturée est *croissante* avec la température. Au voisinage du point critique, elle est,

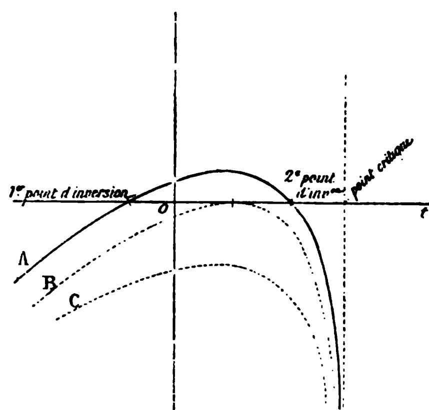
du protoxyde d'azote, l'analyse des gaz employés n'a pas été faite; on a donc, à cause de l'azote qui existe toujours dans le protoxyde d'azote, trouvé des densités de vapeur saturée *trop faibles*, et, par suite, calculé par la formule de Clapeyron des chaleurs de vaporisation *trop grandes*. La conclusion qui ressort de l'inspection du Tableau précédent est que le protoxyde d'azote dont M. Cailletet et moi nous sommes servis pour nos expériences entre $+4°,0$ et $+33°,9$ contenait de 3 à 4 pour 100 de gaz étranger en poids.

au contraire, *toujours décroissante;* elle passe donc par un maximum. D'où cette proposition :

S'il y a un point d'inversion de la chaleur spécifique de vapeur saturée, celle-ci passant du négatif au positif, il y en a un second au voisinage du point critique, le passage ayant lieu du positif au négatif lorsque la température croît (¹).

La courbe ci-contre justifie suffisamment cet énoncé (*fig.* 7).

Fig. 7.



Il est possible qu'il n'existe pour certains corps qu'un seul point d'inversion; alors, c'est forcément le *second*. L'absence de tout renseignement sur la valeur et la variation de la chaleur spécifique des liquides au voisinage du point critique fait qu'il n'est pas actuellement possible de dire s'il existe des corps qui n'ont pas de point d'inversion (courbe C), ou qui ont un point d'inversion double (courbe B), ou qui n'ont que l'un des deux points.

Second cas. — C'est celui de la plupart des liquides étudiés par Regnault à la température ordinaire, et de l'acide sulfureux au voisinage de 0°. Pour ces corps, M. J. Bertrand a démontré,

(¹) Dans un travail encore inédit, M. P. Duhem est arrivé en même temps que moi, et par une voie entièrement théorique, aux mêmes propositions sur la chaleur spécifique de la vapeur saturée au voisinage du point critique; ces propositions nous sont donc communes.

comme nous l'avons vu, que la chaleur de vaporisation λ est une fonction linéaire et décroissante de la température. On a

$$\lambda = a - bT,$$

d'où

$$m' = m + \frac{d\lambda}{dt} - \frac{\lambda}{T} = m - \frac{a}{T}.$$

La chaleur spécifique de vapeur saturée est croissante avec la température, toujours moindre que celle du liquide, et la différence varie en sens inverse de la température absolue.

On peut encore dire :

A une même température, l'expression $\frac{m - m'}{a}$ *a la même valeur pour les différents corps, et est égale à l'inverse de la température absolue.*

Par différentiation, l'équation ci-dessus donne

$$dm' = dm + \frac{a}{T^2}\,dt.$$

On reconnaît facilement que le terme $\frac{a}{T^2}dt$ est prépondérant dans le second membre; si donc on néglige dm devant dm', on peut, avec une approximation moyenne, dire :

A une même température, la variation par degré de la chaleur spécifique de vapeur saturée est proportionnelle pour chaque corps à un nombre fixe, et en raison inverse du carré de la température absolue.

On voit également que dm' diminue assez rapidement lorsque la température s'élève, ce qui fait prévoir un *maximum* de la chaleur spécifique de vapeur saturée; c'est la conséquence à laquelle a déjà conduit l'étude de m' au voisinage du point critique.

SUR LES COURANTS ACTINO-ÉLECTRIQUES DANS L'AIR RARÉFIÉ;

PAR M. A. STOLETOW.

Dès le commencement de mes études actino-électriques, j'avais fait, il y a deux ans, quelques expériences préliminaires sur les décharges de mon *condensateur à réseau* dans les gaz raréfiés ([1]).

L'appareil que j'ai construit à cet effet est une boîte cylindrique en verre verni (46^{mm} de hauteur et 87^{mm} de diamètre extérieur); elle est fermée d'un côté par une plaque de quartz (diamètre, 69^{mm}; épaisseur, 5^{mm}), de l'autre par une pièce de métal, dans laquelle tourne une vis micrométrique ($0^{mm},36$ au pas) à tambour divisé. Un disque en laiton argenté se trouve à l'intérieur de la boîte; poussé par la vis, il se meut en restant parallèle à lui-même et à la surface du quartz, et constitue l'armature négative du condensateur. La surface intérieure du quartz est argentée et rayée à la manière d'un réseau de diffraction (dix traits par millimètre) : c'est l'armature positive.

Occupé pour longtemps à étudier les détails du phénomène dans l'air à pression ordinaire, ce n'est que tout récemment que j'ai pu reprendre l'étude de l'air raréfié sec. La boîte était reliée à une trompe de Sprengel, modifiée par mon préparateur M. Oussaguine, de manière à fonctionner très vite avec peu de mercure ([2]), et munie d'une jauge de Mac Leod. A cause des soudures et de la vis dans la boîte, la raréfaction ne pouvait être poussée que jusqu'à $0^{mm},005$, quelquefois jusqu'à $0^{mm},002$ ($0^{atm},0000027$). Pour éliminer l'influence des changements continuels de l'arc voltaïque, une autre boîte de même genre (disque et toile en platine, à distance invariable de 3^{mm}, dans l'air sec à 1^{mm} de pression, chargés par une pile de 60 à 100 clarks) était montée à côté du condensateur principal et servait de *contrôle simultané* ([3]). Deux

([1]) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CVII, p. 91; 1888.

([2]) Une description de cet appareil va être publiée dans le *Journal de la Société Physico-Chimique russe.*

([3]) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CVIII, p. 1241; 1889.

galvanomètres, de même période et de même amortissement, étaient reliés à ces deux condensateurs, de manière à présenter deux circuits actino-électriques, éclairés par le même faisceau de rayons, et l'on réduisait les élongations du galvanomètre principal d'après les indications simultanées du galvanomètre de contrôle.

En variant les conditions du condensateur principal (force électromotrice E, distance des armatures l, pression de l'air p), j'arrive aux résultats suivants :

1. Lorsqu'on diminue la pression sans changer autre chose, le courant actino-électrique i croît, d'abord très lentement, puis de plus en plus vite, atteint son maximum à une pression déterminée (que je nommerai *pression critique*), et diminue ensuite, pour s'approcher d'une limite finie [1]. La courbe $i = \varphi(p)$, qui donne l'intensité du courant en fonction de la pression, change de forme, quand on fait varier E ou l, et il y a des cas où elle semble perdre son maximum (*voir* plus bas).

2. On sait que, dans l'air à pression ordinaire, l'intensité du courant croît en général plus lentement que la force électromotrice; en augmentant cette dernière, on s'approche peu à peu d'une sorte de saturation [2]. Ce n'est plus le cas pour des pressions intermédiaires, surtout dans les régions des pressions critiques.

Mais la *saturation* se fait voir de nouveau, et elle devient encore plus rapide et plus marquée quand on passe aux raréfactions considérables; les ordonnées de toutes les courbes $i = \varphi(p)$, que l'on obtient en faisant varier E et l, convergent vers la même limite, à mesure que p tend vers zéro. Un coup d'œil sur le diagramme ci-joint, tracé pour $l = 0^{mm},83$, fera voir ces relations; pour compléter le diagramme, je vais ajouter quelques nombres relatifs à ce cas ($l = 0^{mm},83$).

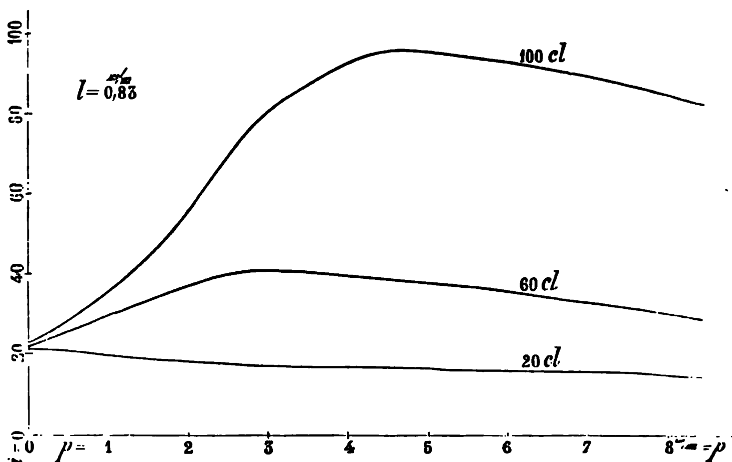
---

(1) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CVII, p. 91; 1888.

(2) *Ibid.*, t. CVI, 1149; 1888, et CVIII, p. 1241; 1889.

E (clark).	i.
1	11,1 14,2
5	15,8 21,7
20	21,5 23,3
60	22,9 23,2
100	23,3 23,2
$p = 0^{mm},02,$	0,02

Fig. 1.



On voit que, pour $p = 0^{mm},002$, i devient pratiquement constant à partir de $E = 20$ clarks; avec 100 clarks on n'obtient pas de différence sensible si l'on pousse la raréfaction de $0^{mm},02$ à $0^{mm},002$ ([1]).

3. Dans une Note antérieure ([2]), j'ai fait voir que, dans l'air à pression ordinaire, le courant est une *fonction de la charge élec-*

([1]) Les valeurs de i sont évaluées en divisions du galvanomètre, l'élongation du galvanomètre-contrôle étant posée égale à 100. Les nombres donnés dans les différentes séries qui suivent ne sont pas directement comparables entre eux : chaque série doit être considérée à part.

([2]) *Comptes rendus des séances de l'Acad. des Sciences*, t. CVIII, p. 1241; 1889.

trique du condensateur, c'est-à-dire $i = f\left(\frac{E}{l}\right)$. Cette loi reste sensiblement exacte tant que la pression est considérable, mais se trouve de plus en plus en défaut à mesure que l'air devient plus raréfié. Par exemple, avec la même valeur de $\frac{E}{l}$, je trouve

p.	165 cl.; 1^{mm},08.	100 cl.; 0^{mm},655.	60 cl.; 0^{mm},393	40 cl.; 0^{mm},728.
750	$i =$ 7,62	7,41	7,39	7,33
246.....	12,64	12,20	11,50	11,45
69.....	18,37	17,99	17,82	16,76
33.....	37,8	26,8	22,6	20,8
7,7...	491	112,7	48,2	32,7
1,0...	64,5	39,9	31,6	28,7

On voit que le rapprochement des armatures ne compense point la diminution de la force électromotrice, bien que la charge soit rendue la même. Les différences entre les nombres qui figurent dans une même ligne horizontale deviennent d'autant plus marquées que l'on s'approche davantage de la pression critique (laquelle est cette fois près de 6^{mm}).

4. Bien que la valeur de la charge, c'est-à-dire $\frac{E}{l}$, ne suffise point à elle seule pour déterminer la courbe $i = \varphi(p)$, elle suffit pour faire connaître la position de l'ordonnée maxima, c'est-à-dire la pression critique p_m. Une loi remarquable et simple relie les deux quantités p_m et $\frac{E}{l}$.

La pression critique est proportionnelle à la charge du condensateur; autrement dit, $\frac{p_m l}{E} = \text{const}$.

J'ai vérifié cette loi entre d'assez larges limites (40 à 165 clarks, 0^{mm},25 à 3^{mm},7), comme le montre la Table suivante :

E (cl.).	$l^{(mm)}$.	$p_m^{(mm)}$.	$\frac{p_m l}{E} \times 10^4$.
165	0,25	25,3	383
165	0,47	13,5	384
65	0,47	5,3	383
100	0,83	4,7	389
65	0,83	3,0	383
60	0,83	2,8	386
65	1,91	1,3	382
65	3,71	0,67	382
40	3,60	0,43	387

Il faut ajouter que l'aspect des courbes $i = \varphi(p)$, obtenues dans les mêmes conditions par rapport à E et l, éprouvait avec le temps des changements assez considérables (sans doute, par suite de la *fatigue* inégale des deux condensateurs) (1); néanmoins, la position du maximum (c'est-à-dire la valeur de p_m) restait bien fixe et pouvait être prédite d'avance d'après la valeur de $\frac{E}{l}$.

5. Toutefois, si la charge est assez petite, la courbe $i = \varphi(p)$, n'a pas de maximum : on ne trouve donc aucune pression critique, et la courbe monte continuellement avec la raréfaction, pour aboutir à la même limite, vers laquelle convergent, en descendant, les courbes à maxima.

Pour faire voir la disposition des courbes $i = \varphi(p)$ dans la région des maxima, je donne un diagramme obtenu pour $l = 0^{mm},83$ et pour E = 100, 60 et 20 clarks; la courbe de 20 clarks n'a pas de maximum.

Pour donner une idée de la fonction $i = \varphi(p)$ dans toute l'échelle des pressions, je donnerai ici une série d'observations faites avec E = 65 clarks et $l = 3^{mm},71$.

$p^{(mm)}$.	i.	$p^{(mm)}$.	i.
754	8,46	0,64	108,2
152	13,6	0,52	102,4
21	26,4	0,275	82,6
8,8	32,2	0,105	65,8
3,3	48,9	0,0147	53,8
2,48	74,7	0,0047	50,7
1,01	105,8	0,0031	49,5

La loi (4), qui détermine la pression critique, paraît démontrer que l'air prend une part directe dans la convection actino-électrique; on concevrait difficilement qu'une relation si simple pût exister, s'il en était autrement. D'autre part, l'existence d'une limite fixe et finie, vers laquelle converge le courant à mesure que p tend vers zéro, suggère l'idée qu'il y a d'autres causes qui contribuent à cette convection. Telles pourraient être d'abord la présence des vapeurs de mercure, et puis cette pulvérisation

(1) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CVIII, p. 1241; 1889.

actinique des armatures, qui est rendue probable par les expériences de MM. Lenard et Wolf.

J'espère compléter ces recherches, en étudiant quelques autres gaz et vapeurs.

SUR LA CONDUCTIBILITÉ DES ÉLECTROLYTES AUX HAUTES TEMPÉRATURES ;

Par M. Lucien POINCARÉ.

Les méthodes que M. Bouty et moi (¹) nous avons employées dans des expériences sur la conductibilité électrique des sels fondus ne s'appliquent pas directement quand on dépasse la température de fusion du verre. Il serait peu commode d'obtenir des tubes de porcelaine analogues aux tubes de verre qui nous avaient servi, de les remplir de sel fondu et de les maintenir à une température de 1000°, par exemple. Dans le cas des chlorures, bromures ou iodures alcalins, on doit, en outre, chercher à supprimer l'influence des variations de niveau dans la masse liquide dues à la grande volatilité de ces corps.

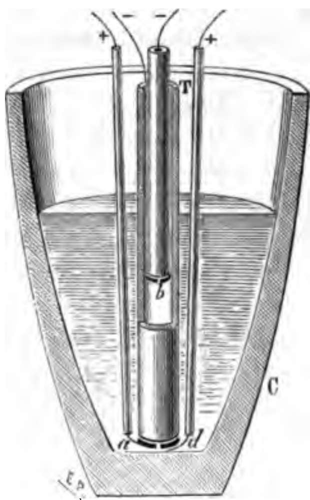
I. *Description de la méthode*. — Pour éliminer ces difficultés, j'ai cherché à réaliser l'idée suivante : prendre au sein même de la masse en fusion une portion déterminée et en mesurer la conductibilité ; cette masse liquide, environnée de toutes parts par un bain de même nature, peut être considérée comme possédant une température sensiblement uniforme; son volume ne dépend pas d'ailleurs du volume total de la masse saline.

A cet effet, un tube de porcelaine de Bayeux T (de 10^{cm} environ de hauteur et de 8^{mm} de diamètre intérieur), ouvert aux deux bouts, plonge dans un creuset rempli de sel fondu jusqu'à une hauteur de 8^{cm} environ (*fig.* 1). Une lame de métal *b* est maintenue dans l'intérieur du tube T à une hauteur de 5^{cm} à 6^{cm} de la base inférieure, où se trouve une seconde lame métallique *a*. Ces deux lames sont attachées à deux fils isolés par un système de tubes en terre réfractaire, qui communiquent aux deux pôles de la pile ;

(¹) *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. VIII, p. 363 et 373.

deux autres fils métalliques également isolés permettent de prendre la différence de potentiel aux deux extrémités de la colonne cylindrique comprise entre les deux lames *a* et *b*. Je me suis assuré, par une étude préalable, que la résistance ainsi constituée est indépendante, dans une très large mesure, du niveau du sel au-dessus de *b*.

Fig. 1.



Le creuset *c*, étant soutenu par des cales isolantes à l'intérieur d'un creuset de fonte C, d'un poids considérable, chauffé dans un four Perrot de très grandes dimensions, la partie utile du sel fondu se trouve à une température bien définie et lentement variable.

Dans toutes mes expériences je me suis servi, avec avantage, comme électrodes principales et parasites, de lames et de fils d'argent ; la polarisation de ces électrodes dans les sels fondus varie d'une façon très régulière avec la température : on la peut, d'ailleurs, le plus souvent supprimer par l'adjonction d'une trace d'un sel d'argent ayant même acide que le sel étudié.

Les corrections de dilatation, d'ailleurs très faibles, ont été faites d'après les nombres le plus généralement admis ; la correction relative à la dérivation électrique à travers l'épaisseur du tube de porcelaine a été calculée d'après des expériences directes. Pour

avoir des valeurs absolues, on a mesuré la conductibilité de l'appareil rempli d'une dissolution d'azotate d'argent préalablement comparée à la dissolution normale de chlorure de potassium.

Au lieu du cylindre vertical T, on peut plonger dans le creuset c deux cylindres concentriques de porcelaine, portant en regard deux armatures métalliques complètement immergées dans le sel fondu, et mesurer la résistance de l'anneau cylindrique compris entre ces armatures ; mais la résistance ainsi constituée est généralement trop faible et la méthode, sauf dans quelques cas particuliers, ne m'a guère servi que de méthode de contrôle.

Pour évaluer les températures, je me suis servi d'un couple thermo-électrique en platine pur, platine rhodié de M. Le Chatelier ; pour la graduation du couple et la conduite des mesures, j'ai suivi exactement les prescriptions de M. Le Chatelier ; j'ai d'ailleurs toujours eu soin de vérifier la graduation au cours de chaque expérience.

II. *Résultat des expériences.* — Pour tous les sels étudiés, la formule

$$c_t = c_\theta[1 + \alpha(t - \theta)] \qquad (1)$$

représente bien le résultat des expériences : la conductibilité croît donc linéairement avec la température. La température θ mise en évidence est la température autour de laquelle les expériences relatives au sel considéré sont les plus nombreuses.

Le Tableau suivant résume les nombres obtenus ; les conductibilités c_θ sont les conductibilités spécifiques, $\frac{1}{c_\theta}$ étant évalué en ohms.

Nature du sel.	Tempé-rature θ.	Conduc-tibilité c_θ.	Coefficient α.	Températures extrêmes des expériences	
				infé-rieure.	supé-rieure.
Azotate de potassium ([1]).	350	0,724	0,0030	335	515
» sodium.......	350	1,302	0,0050	325	380
» d'argent......	350	1,220	0,0027	272	375
» d'ammonium..	200	0,400	0,0073	172	213
Chlorure de potassium...	750	1,788	0,0068	702	800
» sodium......	750	3,400	0,0060	720	780
» calcium.....	750	1,160	0,0046	710	760
» plomb......	600	1,970	0,0020	508	730
Bromure de potassium...	750	1,400	0,0045	710	790
» sodium.....	750	2,850	0,0045	710	800
Iodure de potassium......	650	1,160	0,0040	605	680
» sodium........	650	2,300	0,0040	615	700
Chlorate de potassium ([2]).	355	0,454	»	350	360
» sodium.......	265	0,653	»	260	270

Il est bien vraisemblable que la relation linéaire n'est qu'une relation approchée et que l'équation (1) doit plutôt être regardée comme l'équation de la tangente à la courbe inconnue

$$c_t = f(t) \tag{2}$$

au point θ. Aux températures les plus éloignées de la température θ, les nombres calculés commencent à s'écarter assez notablement des nombres observés : ainsi, pour le chlorure de plomb qui a pu être étudié dans un intervalle de 250°, les écarts sont très sensibles ([3]).

([1]) Les quatre premiers sels ont été étudiés dans les expériences antérieures que j'ai rappelées.

([2]) Pour les deux chlorates facilement décomposables, l'intervalle de température dans lequel les mesures sont possibles n'étant que d'une dizaine de degrés, on ne peut guère étudier avec quelque précision les variations avec la température.

Les mesures se font facilement par la même méthode, mais il faut remplacer les tubes en terre par des tubes en verre, de façon à éviter l'introduction dans la masse fondue d'une bulle d'air, qui provoquerait une décomposition trop rapide.

([3]) Pour ce sel, une formule du second degré représente beaucoup mieux les expériences

$$c_t = 1,56[1 + 0,003(t - 508) + 0,0000007(t - 508)^2].$$

Si l'on prend la densité des sels fondus au voisinage de la température θ ([1]), on constate que le produit de cette densité par le coefficient α est sensiblement le même pour tous les sels étudiés ; il paraît vraisemblable que le produit $\alpha\delta$ doit aussi être constant pour un sel déterminé à toutes les températures ; comme la densité varie en raison inverse du binôme de dilatation, on voit que la courbe inconnue $c_t = f(t)$ serait, dans cette hypothèse, définie par la condition que, α, l'inverse de sa sous-tangente, varie proportionnellement à ce binôme ; mais les coefficients de dilatation des sels étant de l'ordre des $\frac{1}{1000}$, les différences entre la courbe et sa tangente en un point moyen sont trop petites pour être constatées avec certitude.

III. *Conductibilités moléculaires.* — La comparaison des conductibilités spécifiques des différents sels ne donne aucun résultat intéressant. Il y avait lieu de chercher s'il n'en serait pas autrement de la considération des conductibilités moléculaires qui a conduit M. Bouty à une loi remarquable dans le cas des dissolutions étendues.

La conductibilité moléculaire ne demeure pas invariable quand la température change, E étant le poids moléculaire du sel, la conductibilité moléculaire γ_t à t° est

$$\gamma_t = \frac{c_t \times E}{d_t},$$

et, si l'on désigne par β le coefficient de dilatation, on voit que

$$\gamma_t = \gamma_\theta[1 + (\alpha + \beta)(t - \theta)].$$

Comme les coefficients α et β varient avec la nature du sel, on ne peut, pour obtenir des résultats présentant une signification précise, comparer entre elles les conductibilités moléculaires que dans certaines conditions particulières.

1° *Sels de même base.* — Si l'on considère les divers sels de potassium et de sodium qui ont été étudiés ; on remarque que le rapport de la conductibilité moléculaire de deux sels de même

---

([1]) Les densités ont été prises par une méthode analogue à la méthode du flacon.

acide de ces métaux est indépendant de la température, puisque les coefficients α sont les mêmes pour les deux sels de même acide et les coefficients β très peu différents.

On peut calculer ce rapport constant pour tous les sels étudiés, on obtient les résultats suivants :

	Azotates.	Chlorures.	Bromures.	Iodures.	Chlorates.	Moy
	1,516	1,483	1,681	1,762	1,726	1,6
Différence avec la moyenne......	−0,14	−0,18	−0,02	+0,10	+0,07	0,0

Ce rapport n'est pas le même pour tous; mais, si l'on tient compte des nombreuses expériences nécessaires pour le déterminer, on peut conclure que :

Le rapport de la conductibilité moléculaire d'un sel de potassium fondu à la conductibilité moléculaire d'un sel de sodium fondu, rapport indépendant de la température, est indépendant de la nature de l'acide.

2° *Acides analogues.* — L'analogie des acides chlorhydriques, bromhydriques, iodhydriques, permet de penser que l'on doit trouver une relation simple entre les conductibilités moléculaires des sels correspondants.

On constate en effet que :

A égale distance du point de fusion, les conductibilités moléculaires des chlorures, bromures et iodures d'un métal fondu sont les mêmes.

Ainsi, par exemple, pour le sodium :

	Point de fusion f.	Température t.	$t-f$.	Conductibilité moléculaire γ_t.
Chlorure	715	750	35	0,1206
Bromure	700	735	35	0,1240
Iodure	610	635	35	0,1236

IV. *Mélanges des sels. Application à l'étude des réactions chimiques.* — On peut déduire la conductibilité c''_t d'un mélange de deux sels sans action chimique l'un sur l'autre des conductibilités c_t et c_t de chacun d'eux; si p et q représentent les volumes des deux corps mêlés, l'étude des mélanges d'azotate nous a con-

duit précédemment (1) à montrer que la conductibilité du mélange est représentée par la formule

$$c''_t = \frac{pc_t + qc'_t}{p+q};$$

j'ai, dans mes nouvelles recherches, constaté que la même formule s'applique encore au cas des chlorures mêlés.

La généralité de ce résultat permet d'utiliser la mesure de la conductibilité électrique à l'étude des réactions chimiques; M. Bouty et M. Foussereau ont montré quelle heureuse application on peut faire de cette mesure dans le cas des dissolutions; il est particulièrement intéressant d'étendre cette application aux électrolytes fondus. Les autres procédés d'investigation, employés d'ordinaire dans le cas des dissolutions, tombent ici complètement en défaut; on ne conçoit guère, par exemple, la possibilité d'étudier directement avec un calorimètre une réaction se produisant entre deux corps portés à 500°. Je n'ai pas cherché à entrer dans des détails qui seraient du domaine de la Chimie pure; mais j'ai, par quelques exemples simples, cherché à montrer combien l'électromètre pouvait être utile pour de semblables recherches.

Premier exemple. — L'acide borique, qui est très mauvais conducteur à l'état dissous, conduit aussi fort mal l'électricité lorsqu'il est fondu; sa conductibilité est de l'ordre de celle de la porcelaine. Si à l'acide fondu on ajoute un oxyde tel que l'alumine, la conductibilité n'est pas accrue d'une façon appréciable, on peut conclure de là que, conformément aux idées d'Ebelmen, la quantité d'aluminate de bore formée est faible et que l'alumine doit surtout être à l'état de dissolution. Si l'on ajoute au contraire de la soude, on en peut dissoudre une quantité considérable; la conductibilité augmente, à peu près proportionnellement à la quantité ajoutée, et tend vers la valeur minima 0,098 à 750°; la conductibilité du borax fondu, mesurée directement, est de 0,114 à 750°. La transformation de l'acide borique en borax ne s'effectue donc pas complètement dans les conditions de l'expérience; on sait d'ailleurs qu'il existe de nombreux borates de soude.

(1) *Voir* Bouty et Poincaré, et L. Poincaré, *loc. cit.*

Deuxième exemple. — J'ai choisi un exemple où les deux corps en présence ne peuvent exister tous deux à l'état liquide à la même température; la mesure de la conductibilité peut néanmoins fournir des indications très nettes. Si, à de l'azotate de sodium fondu, on ajoute petit à petit du chlorure d'ammonium, on voit se former un solide qui flotte dans la masse liquide; on peut néanmoins empêcher le solide de pénétrer dans la partie du tube T, et constater ainsi que, tant qu'il reste du liquide, sa conductibilité demeure invariable; quand toute la masse s'est solidifiée, on parvient à la fondre en élevant la température à 700°; en mesurant la conductibilité spécifique du liquide restant à 750°, on la trouve exactement égale à 3,40: c'est précisément la conductibilité du chlorure de sodium fondu.

On voit donc que, dans l'expérience, la transformation du nitrate en chlorure de sodium se fait intégralement. M. Joulie, qui a démontré le fait par des analyses chimiques, a proposé cette réaction comme méthode de dosage des nitrates; la mesure de la conductibilité permet d'arriver aisément aux mêmes conclusions.

V. *Résistance de la porcelaine.* — Pour effectuer la correction relative à la déperdition par la porcelaine, j'ai dû mesurer la conductibilité des échantillons dont je me servais; j'ai ainsi mesuré la conductibilité de la porcelaine de Bayeux entre 400° et 900°.

J'ai constaté qu'en prenant des tubes de 3mm d'épaisseur environ et de 6cm de hauteur, on obtient une résistance suffisamment petite pour être appréciée par la méthode électrométrique ordinaire dès 300°.

Dès lors j'ai appliqué cette méthode et j'ai par là même éliminé les erreurs dues à la polarisation, qui interviennent dans tous les autres procédés.

Un tube de porcelaine fermé par un bout est plongé dans un bain d'azotate ou de chlorure fondu, jusqu'à une hauteur qu'on maintient constante; il est rempli de sel fondu. Deux électrodes cylindriques d'argent sont placées à l'intérieur et à l'extérieur du tube, deux fils isolés servent d'électrodes parasites. Sauf quelques corrections faciles à calculer, la conductibilité spécifique c_t est don-

née par la relation

$$c_t = \frac{\log \frac{r_e}{r_i}}{2\pi h \times R_t},$$

R_t étant la résistance du système, h la hauteur, r_e et r_i les rayons extérieurs et intérieurs du tube. Les résultats peuvent se représenter par la formule

$$c_t = 10^{-6}(0,0573\,t + 0,0000125\,t^2 - 16,30):$$

les valeurs absolues ne sauraient être considérées comme très exactes à cause de la difficulté d'avoir un tube cylindrique, mais la résistance d'un échantillon donné se mesure par ce procédé avec une très grande exactitude.

La variation de la conductibilité avec la température est très rapide; dans un intervalle de 10°, il est facile, par la méthode que je viens de décrire, d'obtenir une trentaine de valeurs très régulièrement ascendantes et bien déterminées ; pendant le même temps le couple thermo-électrique donne au contraire une déviation galvanométrique presque constante. On pourrait peut-être utiliser ce fait pour repérer les températures données par cette mesure, concurremment avec un couple : la formule interpolée entre deux températures permettrait même d'obtenir des mesures absolues. Ce procédé est malheureusement un peu compliqué : il pourrait néanmoins rendre quelques services.

MESURE DES RÉSISTANCES POLARISABLES PAR LES COURANTS ALTERNATIFS ET LE TÉLÉPHONE;

PAR M. G. CHAPERON.

Cette méthode de mesure, bien connue et déjà employée en Allemagne par Kohlrausch avec le plus grand succès pour l'étude des résistances liquides, nous a été imposée par les mesures que M. Mercadier et moi avions à faire sur les radiophones au sulfure d'argent (1).

(1) *Voir* ci-dessus, p. 336.

Il ne s'agit ici que de la méthode de mesure qui a été créée au laboratoire de M. Cornu et sous sa direction. C'est une modification de la méthode de Kohlrausch; les appareils sont seulement plus petits et les tensions plus fortes.

J'emploie le pont à fil; les deux bras de mesure sont absolument exempts de capacité et de self-induction. C'est un grand avantage pour l'emploi des courants alternatifs. Le fil est beaucoup plus fin que celui des constructeurs de Paris. On emploie des fils de maillechort de $\frac{1}{100}$ de millimètre, donnant 100 à 150 ohms par mètre, ou du platine iridié de $\frac{1}{50}$ en donnant 500 à 1000.

On a ainsi aux bornes du fil une différence de potentiel qui, malgré cette augmentation, est indépendante des autres résistances. Les deux bras de la résistance à mesurer et de celle de comparaison ont presque toujours 100000 ou 200000 ohms, et ils n'influent guère sur le courant dans le fil i.

Si la touche se déplace sur le fil, par exemple de 1^{mm}, l'intensité et la sensibilité du bruit ne dépendent que de la différence de potentiel aux bornes et de la résistance des circuits à mesurer et de compensation. Il résulte même de cela un moyen assez bon de diminuer les effets de la polarisation. Si l'on vient à doubler, par exemple, les deux résistances des bras, la mesure i diminue de moitié dans ces bras et la charge de polarisation et la force électromotrice secondaire diminuent d'autant; car à 200 et 500 vibrations par seconde, on n'atteint pas la saturation. La force électromotrice est diminuée de moitié et la résistance des circuits du téléphone doublée; le bruit de polarisation est donc réduit au quart et le courant de mesure seulement de moitié, puisque la pile ne change pas.

On peut arriver, pour les liquides étendus, le chlorure de potassium au $\frac{1}{1000}$ avec 100000 ohms environ dans chaque bras, à avoir un bon minimum avec un tube de 3^{mm} et deux hélices de platine platiné.

Cette disposition peut être certainement très utile pour l'étude de certains composés rares et difficiles à préparer de la Chimie organique.

Un artifice particulier nous a rendu de bons services. La résistance du téléphone est de 150 à 200 ohms; elle ne convient pas à des circuits de 100 à 200000 ohms; je me suis servi d'un transfor-

mateur analogue à ceux de Gaulard, qui a été construit par M. de Branville. Le fil inducteur relié à la diagonale du pont a 5000 ohms et l'induit a la résistance du téléphone. On pourrait aller jusqu'à 10000 et 20000 ohms ; à 5000, le minimum de l'eau distillée est déjà très net.

C'est ainsi qu'on peut employer des courants très faibles qui ne donnent presque pas de charge de polarisation et n'échauffent pas les résistances.

Il faut employer des téléphones plutôt réguliers que sensibles. Le téléphone d'Arsonval doit être préféré ; l'Aubry est plus sensible, mais il ne vibre pas toujours au départ, quand le courant est faible.

Pour les radiophones au sulfure d'argent, il faut employer des résistances aussi fortes que pour les liquides. On n'a guère que 20000 ohms et même, pour ceux qui sont bien faits, 4000 ohms ; mais la polarisation est plus forte, parce qu'on ne dispose pas de la dimension des électrodes. Elle est souvent remplacée par une augmentation de résistance causée par les courants continus les plus faibles qui se dissipe lentement. On évite tous ces inconvénients en employant des courants alternatifs très faibles et des bobines de 100 à 200000 ohms.

J'ai dû commencer par entreprendre la construction d'un mégohm. Il a été enroulé et réglé par moi au laboratoire de M. Cornu, avec le concours de M. Corot, chef des travaux. La machine à roue différentielle qui a servi à ce travail a été construite par M. de Branville sur mes données. Le système du fil double, qui donne des résultats détestables, y est abandonné. Il n'existe plus d'ailleurs qu'en France et en Angleterre, et pour des raisons commerciales. Il ne peut donner aucun minimum dès qu'on arrive à 1000 ohms. Dans l'enroulement choisi, toutes les couches successives sont enroulées en sens inverse. La machine différentielle conduit facilement à ce résultat. Il est même plus facilement obtenu que s'il fallait inverser au bout d'un nombre un peu grand de couches.

Il faut inverser chaque couche pour éliminer la self-induction. Quant à la capacité, elle est, comme dans les bobines enroulées dans le même sens, négligeable.

Pour comparer et étudier les bobines et les autres résistances étudiées au courant alterné, le graphite est d'un bon emploi. Nous

avons usé d'une résistance de 6000 ohms, qui s'est montrée très suffisamment constante.

SUR LES BOBINES EN FIL DOUBLE;

PAR M. G. CHAPERON.

Ni le mode d'enroulement décrit dans la Note précédente. ni aucun autre à peu près aussi efficace, n'ont été pratiqués par aucun constructeur depuis ma première publication à cet égard. On pourrait évidemment trouver un assez grand nombre de combinaisons équivalentes; je crois cependant que celle-ci est une des meilleures, surtout pour la self-induction. Le plus important n'était pas qu'on adoptât tel ou tel type nouveau, mais qu'on renonçât au moins en partie au fil double. Non seulement les bobines ainsi faites ne conviennent pas au courant alternatif, mais elles ne peuvent pas davantage servir dans les méthodes de décharge.

L'excellent travail de M. Brylinski (*Annales télégraphiques*) donne sur ce sujet des observations très intéressantes.

Malgré cela, il est probable que les constructeurs de Paris ne se décideront à renoncer au fil double que lorsque les progrès de la Science électrique auront amené de nouvelles formes des appareils de mesure.

On allègue que la méthode des courants alternatifs est détestable, qu'on ne l'emploiera jamais en France; ce n'est cependant pas seulement en Allemagne, mais aussi en Suisse, en Italie qu'on en tire un très bon parti. Elle est détestable quand l'outillage est mauvais. En somme, cette méthode ne demande qu'une détermination; elle a les avantages de toutes les réductions à zéro; nul ne conteste qu'elle donne au moins le $\frac{1}{100}$ pour des mesures où d'autres causes d'erreur sont bien plus graves.

En prenant le chapeau télégraphique des employés de l'État, on est aussi libre que si l'on ne mesurait pas; on peut regarder le thermomètre ou tout autre instrument de mesure au moment précis où l'on place le curseur. S'il faut suivre la variation de la résistance électrique d'un système par une cause quelconque, en

prenant une série de valeurs régulièrement distribuée dans le temps, il n'y a pas d'instruments qui permettent de les rapprocher autant. Ce cas se présente quand on étudie la dissipation des effets produits par l'électrolyse dans un radiophone ou un électrolyte solide.

Je crois qu'en présence de ces faits le meilleur parti que puissent prendre les physiciens qui veulent disposer de ce puissant moyen d'investigation ainsi que des méthodes de décharges est de faire et de régler leurs bobines de résistance, ce qui est beaucoup plus facile et rapide qu'on ne le croit. Le grand mégohm de l'École Polytechnique a été enroulé et réglé en un mois; il a servi depuis aux belles expériences de MM. Pellat et Potier, qui doivent conduire à une détermination nouvelle du v de Maxwell.

ÉQUILIBRES DE SELF-INDUCTION ET DE CAPACITÉS SUR LE PONT A FIL ET A COURANTS ALTERNATIFS;

PAR M. G. CHAPERON.

La méthode très concise qui va nous permettre de traiter ces questions a été employée par M. Vaschy, dans ses Leçons sur les mesures électriques faites à l'École supérieure de Télégraphie. Il ne l'a pas appliquée au pont, il en a tiré une *théorie générale des réseaux traversés par des courants vibratoires*. La méthode élémentaire qu'on trouve dans le deuxième volume de MM. Mascart et Joubert prépare mieux à la discussion; elle y est traitée d'une façon très complète; nous y renverrons aussi, et nous ne pousserons nos calculs que jusqu'à la valeur de l'intensité dans le téléphone ou l'électrodynamomètre. Cette valeur est presque la même que dans le cas des courants continus : le dénominateur ne change pas; au numérateur, on calcule seulement les termes introduits par la self-induction et la capacité, et l'on annule leurs coefficients; alors i est égal à zéro et le système est en équilibre.

Écrivons les équations du pont : ce sont celles de Maxwell; on les obtient aussi simplement en prenant les trois circuits 1, 2, 3,

et employant, sans les écrire, les équations de continuité ; on a

$$(1)\quad \begin{cases} a\alpha - a'\alpha' + gL = 0, \\ b\alpha + b'\alpha' - (g + b + b')L = 0, \\ R\alpha + (R' + a' - b')\alpha' + b'L = 0. \end{cases}$$

$a a' b b' y R$ = résistance.
$\alpha \alpha' \beta \beta' L$ = courants.
E = force électromotrice.

La méthode employée par M. Vaschy et qui dérive de celle usitée dans certains calculs de haute Optique (notamment dans les Leçons de M. Poincaré) consiste à représenter les courants, les potentiels et les forces électromotrices d'induction par des exponentielles imaginaires, fonction du temps : les calculs sont réduits de plus de moitié ; nous poserons donc

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= A e^{i(\omega t+\alpha)} \\ \alpha' &= A' e^{i(\omega t+\alpha')} \\ \beta &= B e^{i(\omega t+\beta)} \\ \beta' &= B' e^{i(\omega t+\beta')} \\ L &= L_0 e^{i(\omega t+\gamma)} \\ E &= E_0 e^{i\omega t} \end{aligned}\right\} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}, \quad i = \sqrt{-1}.$$

Les équations (1) deviennent

$$\begin{gathered} aA e^{i(\omega t+\alpha)} - a'A' e^{i(\omega t+\alpha')} + gL e^{i(\omega t+\gamma)} = 0, \\ bA e^{i(\omega t+\alpha)} - b'A' e^{i(\omega t+\alpha')} - (g + b\, a')L e^{i(\omega t+\gamma)}, \\ RA e^{i(\omega t+\alpha)} - (R + a' + b')A e^{i(\omega t+\alpha')} + b'L e^{i(\omega t+\gamma)} = E_0 e^{i\omega t}, \end{gathered}$$

On peut supprimer $e^{i\omega t}$

$$(2)\quad \begin{cases} aA e^{i\alpha} - a'A' e^{i\alpha'} + gL e^{i\gamma} = 0, \\ bA e^{i\alpha} - b'A' e^{i\alpha'} - (g + b + b')L_0 e^{i\gamma} = 0, \\ RA e^{i\alpha} - (R + a' + b')A e^{i\alpha'} - b'L_0 e^{i\gamma} = 0. \end{cases}$$

On voit que les coefficients des équations (2) sont identiques à ceux de (1). Les variables α sont remplacées par $Ae^{i\alpha}$, et la valeur de $L_0 e^{i\gamma}$ est la même que celle de L. Dans le cas où il n'y a ni capacité, ni self-induction, la condition d'équilibre est donc, comme pour les courants continus, $ab' - ba' = 0$.

Prenons maintenant deux cas simples :

1° *Self-induction.* — Supposons que deux bobines de self-induction LL' soient placées dans les deux bras a, a'. Chacune d'elles ajoute dans les deux premières équations une force électromotrice d'induction

$$-L\frac{d\alpha}{dt}, \quad -L'\frac{d\alpha'}{dt}$$

ou

$$L\omega A e^{i\alpha},$$
$$L'\omega A' e^{i\alpha'}.$$

Le numérateur de la valeur de $Le^{i\gamma}$, dont nous nous occuperons seulement, contient donc en plus les deux termes

$$E(bL'\omega A' e^{i\alpha'} - b' LA' e^{i\alpha});$$

si l'équilibre a lieu pour le courant continu, il suffit que

$$bL' = b'L, \qquad \frac{L}{L'} = \frac{b}{b'} = \frac{a}{a'},$$

formule bien connue, car, lorsque i est nul, $Ae^{i\alpha} = A'e^{i\alpha'}$.

2° *Condensateurs en dérivation.* — Soient deux condensateurs c et c' en dérivation sur les bras a et a', on a

$$(1) \qquad \begin{cases} \alpha - i = c\dfrac{dV}{dt}, \\ ai = V; \end{cases}$$

on pose

$$\alpha = Ae^{i(\omega t+\alpha)},$$
$$i = i_0 e^{i(\omega t+\varphi)},$$
$$V = Ge^{i(\omega t+\psi)};$$

il vient

$$Ae^{i\alpha} - i_0 e^{i\varphi} = cGe^{i\psi},$$
$$aAe^{i\varphi} = Ge^{i\psi},$$

d'où

$$Ge^{i\psi} = V = Ae^{i\alpha}\left(\frac{1+c\omega a}{a}\right), \qquad G'e^{it'} = A'e^{i\alpha}\left(\frac{1+c'\omega a'}{a'}\right);$$

ce sont les termes à ajouter à $Ae^{i\alpha}$ et $Ae^{i\alpha'}$; leur différence doit être nulle. On doit donc avoir $ca = c'a'$; $\frac{c}{c'} = \frac{a'}{a}$; on a les mêmes équations que précédemment

$$a\alpha - a'\alpha' + gL = 0,$$
$$b\alpha - b'\alpha' - (g + b + b')L = 0,$$
$$R\alpha - (R' + a' + b')\alpha' + b'L = 0.$$

Équations entre α, i et v :

$$\alpha - i = L\frac{dV}{dt},$$

$$ai - L\frac{di}{dt} = V;$$

$$\frac{di}{dt} = i\omega e^{i(\omega t+\varphi)},$$

$$\frac{dV}{dt} = G\omega e^{i(\omega t+\psi)},$$

$$\frac{di}{dt} = L\omega, \qquad A e^{i(\omega t+\alpha)} - i_0 e^{i(\omega t+\varphi)} = c G e^{i(\omega t+\psi)}.$$

$$\frac{di}{dt} = i, \qquad a A e^{i(\omega t+\alpha)} - L\omega e^{i(\omega t+\varphi)} = G e^{i(\omega t+\psi)}.$$

$$A e^{i\alpha} - i_0 e^{i\varphi} = c G e^{i\psi},$$

$$a A e^{i\alpha} - L\omega e^{i\varphi} = G e^{i\psi},$$

$$a A e^{i\alpha} + L\omega(c G e^{i\psi} - A e^{i\alpha}) - G e^{i\psi} = 0,$$

$$G e^{i\psi}(c L\omega - 1) = A e^{i\alpha}(L\omega - 1),$$

$$G e^{i\psi} = \frac{L\omega - 1}{cL\omega - 1} A e^{i\alpha}.$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T},$$

$$\alpha = A e^{i(\omega t+\alpha)}, \quad \alpha' = A' e^{i(\omega t+\alpha')},$$

$$i = I_0 e^{i(\omega t+\varphi)},$$

$$V = G e^{i(\omega t+\psi)},$$

$$L = L_0 e^{i(\omega t+\gamma)}.$$

Le terme qui remplace $A e^{i\alpha}$ est ici $A e^{i\alpha} - \frac{L\omega - 1}{c}$,

$$A e^{i\alpha} - A e^{i\alpha}\frac{L\omega - 1}{cL\omega - 1};$$

on aura au numérateur

$$E = (ab' - b'a')A e^{i\alpha} = ab' \cdot A e^{i\alpha}\left(ab' - b\frac{L\omega - 1}{cL\omega - 1}\right);$$

pour que $L_0 e^{i(\omega t+\gamma)}$ soit nul, il faut que le coefficient de $A e^{i\alpha}$ le soit aussi. Or il contient $\omega = \frac{2\pi}{T}$; il ne pourrait s'annuler que pour une valeur de T. Comme les courants alternatifs que l'on emploie sont toujours de plusieurs périodes, cet équilibre ne saurait être réalisé expérimentalement. Les deux autres suffisent d'ailleurs pour faire toutes les mesures.

EXPÉRIENCE.

Ainsi on doit se servir seulement des deux premières méthodes

$$\frac{L}{L'} = \frac{a}{a'} \quad \text{et} \quad \frac{c}{c'} = \frac{a'}{a}. \qquad ca = c'a'.$$

Self-induction. — On établit l'équilibre dans le cas de la self-induction en ajoutant à l'une des bobines des résistances de manière à obtenir le rapport cherché $\frac{L}{L'} = \frac{a}{a'}$; ces résistances doivent être sans self-induction ni capacité; on peut employer celles que nous avons décrites: avec les bobines à fil double, on n'aurait pas trace de minimum. Chaque fois qu'on change la résistance, on déplace la touche sur une moitié du fil, on prend le curseur quand on approche du minimum. On peut équilibrer des bobines très différentes; j'ai équilibré parfaitement une bobine en fil de maillechort, recouvert de soie de 25000 ohms, avec une bobine en cuivre de $1^{mm},5$ ayant $\frac{1}{10}$ ohm. Mais pour faire de bonnes mesures, il faut prendre des bobines ou des séries de bobines différant aussi peu que possible de celles qu'on veut mesurer.

Il ne faut pas employer de bobines contenant du fer doux : elles ne s'équilibrent pas avec les bobines simples; elles s'équilibrent entre elles, mais le minimum reste toujours très mauvais. La loi de variation des courants alternatifs n'est probablement pas la même en présence du fer doux.

Si l'on avait une bobine à self-induction variable, on pourrait opérer plus vite et plus facilement, mais je ne crois pas qu'il en existe de satisfaisante.

Capacité. — Pour la mesure des capacités $ca = ca'$, elle se fait avec la plus grande facilité; nous avons au laboratoire de M. Cornu, à l'École Polytechnique, 2 microfarads d'Elliot divisés en $\frac{1}{1000}$; $\frac{1}{100}$ serait plus que suffisant, mais on ne peut pas se servir de ceux en $\frac{1}{10}$ que livrent tous les constructeurs de Paris : l'exactitude de la méthode est bien supérieure à 10 pour 100.

F. BRAUN. — Ueber electrische Ströme, entstanden durch elastische Deformation (Courants électriques produits par des déformations élastiques); *Wied. Ann.*, t. XXXVII, p. 97; 1889.

Ueber Deformationsströme; insbesondere die Frage, ob dieselben aus magnetischen Eigenschaften erklärbar sind (Sur les courants de déformation; l'explication en est-elle fournie par les propriétés magnétiques?); *Ibid.*, p. 107.

1. Le phénomène décrit par M. Braun n'a été observé par lui que sur des fils formés de métaux magnétiques. Il est beaucoup plus net avec le nickel qu'avec tout autre corps.

Une spirale en fil de nickel produit un courant dans un certain sens quand on l'étire de façon à écarter les spires les unes des autres; si l'on rapproche de nouveau les spires, on obtient un courant de sens contraire. Ces courants sont proportionnels à la déformation qui les produit; leur sens est déterminé par le sens de l'enroulement et par le sens dans lequel le fil a traversé la filière; tout effet disparaît quand on recuit le fil : il reparaît quand on l'a de nouveau passé à la filière. Si l'on aimante longitudinalement un fil de nickel, on accroît ou on diminue l'effet, suivant le sens de l'aimantation.

Un échauffement ou un refroidissement rapide de la spirale produisent des effets analogues.

M. Braun compare les phénomènes qu'il a observés aux phénomènes pyro-électriques. Il observe, en effet, que la réciprocité qui caractérise ceux-ci se retrouve aussi dans ceux-là. Un courant qu'on lance à travers une spirale de nickel produit, suivant sa direction, un rapprochement ou un écartement appréciable des spires : le courant contractant a le sens du courant développé par la dilatation et inversement.

La traction ou la compression des spirales produit de très légères variations de leur résistance. D'après l'auteur, il est donc vraisemblable que la résistance d'un fil de nickel varie aussi suivant le sens du courant qui le traverse; mais cet effet, très faible, n'a pu être manifesté par l'expérience.

Enfin M. Braun a constaté que, tandis qu'on passe le nickel à la filière, il se produit dans le fil un courant très intense, dans le sens des courants qui seront produits ultérieurement si l'on enroule le fil en spirale dextrogyre et que l'on étire la spirale.

2. Pour expliquer l'ensemble des phénomènes observés, on peut songer à invoquer des effets thermo-électriques, l'induction terrestre, la self-induction du fil résultant de son aimantation, laquelle peut être longitudinale ou circulaire. Aucune de ces explications ne se trouve suffisante. En particulier, si l'aimantation circulaire jouait un rôle prépondérant, les effets observés devraient être plus considérables avec le fer qu'avec le nickel, ce qui n'est pas. De plus, on ne retrouve pas dans un fil de fer, aimanté circulairement par le passage d'un courant intense, l'ensemble de toutes les propriétés reconnues par M. Braun sur les fils de nickel.

M. Braun conclut à l'existence d'une nouvelle propriété du nickel et probablement de tous les métaux magnétiques. Rappelons que M. Krouchkoll ([1]) a prouvé que les métaux sont capables de développer de l'électricité par leur extension, et qu'il a rapproché ce phénomène des actions électrocapillaires.

E. Bouty.

Knut ANGSTROM. — **Beiträge zur Kenntniss der Absorption der Wärmestrahlen durch die verschiedenen Bestandtheile der Atmosphäre (Contribution à la connaissance de l'absorption des rayons calorifiques par les divers composants de l'atmosphère)**; *Wied. Ann.*, t. XXXIX, p. 267; 1890.

Deux tubes de verre de 152^{cm} de longueur et de $4^{cm},1$ de diamètre, fermés aux extrémités par des plaques de sel gemme et garnis à l'intérieur de tubes de laiton noirci, sont placés alternativement sur le parcours des radiations d'une lampe d'Argand reçues par un bolomètre. L'un des tubes contient le gaz à examiner, l'autre est vide. Dans une recherche préliminaire, l'auteur examine le spectre complet et la radiation après son passage à travers une cuve d'eau, et des couches de magnésie de $0^{mm},1$ et $0^{mm},2$ d'épaisseur.

La radiation de la lampe présente un maximum près de $\lambda = 1^{\mu},8$, et descend rapidement des deux côtés. L'eau absorbe complète-

---

([1]) Krouchkoll, *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. XVII, p. 162; 1889, et *Journal de Physique*, 2e série, t. VIII, p. 472.

ment les radiations obscures au delà de 2^{μ} environ. La magnésie, au contraire, laisse passer entièrement les radiations peu réfrangibles (13^{μ} et au delà) et absorbe au-dessus de $0^{\mu},8$. Les divers spectres partiellement absorbés sont ensuite examinés après leur passage à travers l'acide carbonique et la vapeur d'eau.

La pression de l'acide carbonique variant entre 0 et $771^{mm},5$, l'absorption augmente d'abord très rapidement, puis tend vers une limite (0,1 environ de la radiation de la lampe, 0,2 de celle qui a traversé la magnésie). L'auteur en conclut que l'absorption est limitée à une région peu étendue du spectre, et qu'elle est bientôt complète; le reste du spectre passe librement. La comparaison des quantités absolues, absorbées dans chacune des radiations, donne le rapport des ordonnées de l'intensité pour la région absorbée dans les trois radiations examinées; ce rapport peut servir à définir la région. L'examen détaillé du phénomène confirme cette manière de voir, et révèle deux bandes d'absorption ayant leurs maxima vers $\lambda = 2^{\mu},60$ et $\lambda = 4^{\mu},36$. C'est précisément la position des bandes X et Y de Langley; il est donc certain qu'elles sont dues à l'absorption de la radiation solaire par l'acide carbonique de l'atmosphère.

L'air pur ne donne pas d'absorption sensible, tandis que, pour de la vapeur d'eau sous la pression de 10^{mm}, elle atteint 0,03 de la radiation qui a traversé la magnésie. Une quantité égale de matière traversée sous forme d'eau absorbe environ sept fois plus. Le spectre d'absorption de la vapeur d'eau est beaucoup plus étalé que celui de l'acide carbonique. CH.-E. GUILLAUME.

KNUT ANGSTROM. — Beobachtungen über die Strahlung der Sonne (Observations sur la radiation solaire); *Wied. Ann.*, t. XXXIX, p. 294.

Deux plaques de cuivre noirci renferment les deux soudures d'un couple fermé sur un galvanomètre. La plaque A est exposée à la radiation solaire, l'autre B est masquée par un écran. Lorsque la différence de température a atteint une valeur déterminée δ, on découvre B et recouvre A; après un temps t, la différence δ a changé de signe. Si la surface des plaques est parfaitement ab-

sorbante, la quantité de chaleur reçue par unité du temps est

$$Q = \frac{2W\delta}{t},$$

W désignant la valeur en eau des plaques; le dispositif peut servir à des mesures absolues.

Pour l'enregistrement, l'auteur emploie le même principe. Les plaques sont remplacées par des boules creuses réunies par un tube de verre horizontal contenant un index de mercure. Cet index se rapproche de la boule protégée, et, en un point donné, ferme un contact électrique; le courant déclenche un mouvement d'horlogerie, le tube qui réunit les boules tourne de 180° autour d'un axe vertical, et échange leurs positions. Le poids moteur tombe de $0^{mm},5$ à chaque demi-tour, et marque son passage sur un cylindre tournant. La radiation est proportionnelle au nombre des inversions et, par conséquent, à la tangente à la courbe tracée.

M. Knut Ångström a fait quelques observations sur la côte de Suède. La radiation à diverses heures du jour ne peut pas être représentée par l'équation ordinaire $i = Ap^d$ ($A, p =$ const. $d =$ épaisseur de la couche traversée), parce que l'absorption est sélective; l'auteur emploie la forme

$$i = A_1 p_1^d + A_2 p_2^d;$$

le second terme seul correspond à la forte absorption de l'acide carbonique. Les expériences de M. Langley ayant montré que, pour $d = 3$ (hauteur de l'atmosphère au zénith $= 1$) l'absorption par l'acide carbonique est complète, le premier terme se déduit des portions de la courbe obtenues le matin et le soir. Les observations sont très bien rendues si l'on admet

$$A_1 = 1,56, \quad p_1 = 0,786,$$
$$A_2 = 2,45, \quad p_2 = 0,134.$$

Pour $d = 0$ (hors de l'atmosphère), $i = 4$, tandis qu'on aurait 1,8 d'après Pouillet, 2,5 d'après M. Violle et 3 d'après M. Langley. M. Ångström est disposé à admettre que la vraie valeur est encore supérieure à 4, parce qu'une partie de la radiation est complètement absorbée, et ne figure pas dans la formule d'extrapolation.

Ch.-E. Guillaume.

J. VON KOWALSKI. — **Elasticität und Festigkeit des Glases bei höheren Temperaturen** (**Élasticité et résistance du verre à la rupture, à des températures élevées**); *Wied. Ann.*, t. XXXIX, p. 155; 1890.

L'auteur a déterminé la flexion et la torsion de diverses tiges de verre à des températures comprises entre 9° et 200° dans les premières expériences, 10° et 100° dans les autres. L'élasticité diminue lorsque la température monte; le coefficient de variation est égal à 0,00106 pour la flexion, à 0,00151 pour la torsion; le coefficient de Poisson augmente par conséquent lorsque la température s'élève; dans les mêmes conditions, la charge de rupture diminue, la déformation à la rupture augmente.

M. von Kowalski n'indique pas la composition du verre employé; en comparant ses résultats à ceux que M. Amagat a obtenus pour le verre dur et le cristal français, il est légitime de supposer que le verre de M. von Kowalski était très mou.

CH.-ED. GUILLAUME.

ED. SARASIN et L. DE LA RIVE. — **Sur la résonance multiple des ondulations électriques de M. Hertz se propageant le long des fils inducteurs** (*Archives de Genève*, t. XXIII, p. 113; 1889).

Nouvelles recherches sur les ondulations électriques hertziennes; *ibid.*, p. 557.

En répétant avec le plus grand soin et en variant les expériences de M. Hertz, MM. Ed. Sarasin et L. de la Rive ont mis au jour des faits qui devront conduire à une discussion serrée et approfondie des phénomènes, beaucoup moins simples qu'il ne le semblait au premier abord.

La charge de l'oscillateur est produite par une grande bobine de Ruhmkorff de $\frac{23}{23}$ centimètre, avec interrupteur à mercure; l'oscillateur ou primaire se compose de deux fils de 60^{cm}, terminés à leurs extrémités voisines par des boules creuses de laiton de 4^{cm} de diamètre, à l'extérieur, par des sphères creuses de zinc de 30^{cm}. Le résonateur est formé d'un cercle de cuivre monté sur un cadre en bois, et muni, dans l'interruption, d'une vis servant de micromètre à étincelles.

Les premiers résultats se rapportent à l'étude du champ compris entre deux fils horizontaux tendus parallèlement en avant du pri-

maire. Le résonateur est placé verticalement entre les fils, dans un plan perpendiculaire à leur direction. Lorsqu'on le déplace le long des fils, on constate que les étincelles d'induction mesurées au micromètre augmentent et diminuent à intervalles réguliers; on est donc conduit à admettre que l'espace compris entre les fils contient des ondes fixes d'induction électrique, avec ventres et nœuds équidistants. Lorsqu'on emploie divers résonateurs, l'internœud varie, et des mesures très précises conduisent les auteurs à la conclusion que *l'internœud révélé par un résonateur circulaire est sensiblement proportionnel à son diamètre,* quel que soit, du reste, l'oscillateur employé. Les auteurs ont vérifié ce fait pour des résonateurs de $0^m,26$ à 1^m de diamètre.

On peut en conclure que *le système ondulatoire produit par un excitateur doit contenir toutes les longueurs d'onde possibles entre certaines limites, chaque résonateur choisissant dans cet ensemble complexe, pour en montrer les ondes stationnaires, l'ondulation dont la période correspond à la sienne propre.*

On constate exactement les mêmes phénomènes lorsque les fils, au lieu d'être tendus en avant du primaire, sont mis en communication avec les fils qui le relient à la bobine.

En dernier lieu, les auteurs ont étudié les interférences des ondes qui se produisent en l'absence de tout fil conducteur, en avant d'une paroi métallique.

Dans ce cas, il est avantageux de placer le résonateur dans un plan perpendiculaire à celui du miroir. Le centre du résonateur restant au même point les étincelles sont plus fortes lorsque l'interruption est tournée vers un nœud que dans le cas contraire. Lorsque le centre est sur un ventre ou sur un nœud, l'intensité est la même dans les deux positions symétriques du résonateur.

La résonance multiple est encore bien caractérisée, quoique plus limitée que dans le premier cas. L'internœud, pour un même résonateur, est exactement le même.

Si donc on admet qu'un résonateur donné corresponde toujours à la même période des ondes électriques, il en résulte que la vitesse de propagation des ondes dans un fil et dans l'air est sensiblement la même. CH.-ED. GUILLAUME.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, tome XX; août 1890.

A. Crova. — *Sur l'analyse de la lumière diffusée par le ciel*, p. 480.

Wiedemann's Annalen.

N° 7, 1890.

O. Lehmann. — *Sur des cristaux liquides*, p. 401.

G. Gross. — *Sur la diffusion des gaz*, p. 424.

K. Wirtz. — *Application du calorimètre à vapeur à la mesure de chaleurs de vaporisation*, p. 438.

A. Gockel. — *Sur le lieu de la variation de la force électromotrice des éléments de pile avec la température*, p. 450.

A. Heydweiller. — *Sur le passage de l'électricité à travers les gaz. 2. Différence de potentiel correspondant à la décharge*, p. 464.

K. Wesendonck. — *Quelques observations sur la décharge par aigrettes*, p. 481.

O.-E. Meyer. — *Magnétomètre de montagne*, p. 489.

H. Passavant. — *Sur une reproduction de l'unité mercurielle de Siemens*, p. 505.

J. Edler. — *Recherches sur la relation entre le rayonnement de la chaleur ou son absorption par des lames de mica et la température*, p. 531.

SUR L'AIMANTATION TRANSVERSALE DES CONDUCTEURS MAGNÉTIQUES (1);

PAR M. PAUL JANET.

INTRODUCTION.

Lorsqu'un système de courants électriques circule dans des conducteurs à trois dimensions, ces courants créent à l'extérieur des conducteurs un champ magnétique : c'est là le phénomène fondamental de l'électromagnétisme.

Ce champ magnétique jouit exactement des mêmes propriétés que s'il était dû à un système d'aimants fixes convenablement distribués : en particulier, et cette propriété résume toutes les autres, la force en chaque point dérive d'un potentiel; ses composantes sont respectivement égales aux dérivées partielles, changées de signe, d'une même fonction des coordonnées.

Il en est tout autrement à l'intérieur des conducteurs : là aussi règne un champ magnétique; en chaque point la force magnétique est bien définie en grandeur et en direction; mais ici il est impossible de trouver une distribution d'aimants fixes équivalente aux courants; en d'autres termes, la force en chaque point ne dérive plus d'un potentiel; en effet, en appelant α, β, γ les composantes de la force magnétique, u, v, w celles du courant, on a (2)

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned} 4\pi u &= \frac{\partial\beta}{\partial z} - \frac{\partial\gamma}{\partial y},\\ 4\pi v &= \frac{\partial\gamma}{\partial x} - \frac{\partial\alpha}{\partial z},\\ 4\pi w &= \frac{\partial\alpha}{\partial y} - \frac{\partial\beta}{\partial x},\end{aligned}\right.$$

(1) Ce travail est le résumé d'un Mémoire plus étendu que l'on trouvera dans les *Annales de l'enseignement supérieur de Grenoble*, t. II, p. 1; 1890. *Voir* aussi *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CV, CVI, CVIII, CX.

(2) Il est à remarquer que Maxwell donne les équations (1) avec un changement de signe dans le second membre : cela provient de ce qu'il adopte un système de coordonnées *à droite* [*voir* MAXWELL (trad. franç.), t. I, p. 26], tandis que nous conservons le sens *à gauche* généralement usité en France.

ce qui montre que l'expression

$$\alpha\,dx + \beta\,dy + \gamma\,dz$$

n'est pas une différentielle exacte à l'intérieur des conducteurs. Nous désignerons, pour abréger, ces champs magnétiques de seconde espèce sous le nom de *champs magnétiques non conservatifs*.

C'est l'aimantation des corps magnétiques sous l'influence de ces champs non conservatifs que nous nous proposons d'étudier; en d'autres termes, c'est l'aimantation produite par des courants circulant en tout ou en partie dans la substance à aimanter. Nous la désignerons sous le nom d'*aimantation transversale,* rappelant ainsi que, dans un cas particulier important, celui d'un cylindre parcouru par un courant dans le sens de sa longueur, l'aimantation produite est normale au courant, c'est-à-dire *transversale*. Nous diviserons ce travail en deux Parties : la première théorique, la seconde expérimentale.

PREMIÈRE PARTIE.

I. *Théorèmes généraux.* — On sait de quel secours est le théorème de la conservation du flux d'induction dans l'étude de l'aimantation induite de première espèce. Nous chercherons donc, en premier lieu, si ce théorème s'applique aux régions intérieures aux conducteurs magnétiques. En ces points, l'induction magnétique totale peut être considérée comme la somme (géométrique) de l'induction due aux aimants (permanents ou non) et de la force électromagnétique (α, β, γ) due uniquement aux courants.

Or on sait que le flux de la première se conserve dans tout l'espace; je dis de plus que le flux de la seconde se conserve dans tout l'espace, y compris l'intérieur des conducteurs; en effet on a en tout point

$$(2)\qquad \left\{\begin{aligned} \alpha &= \frac{\partial G}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial y},\\ \beta &= \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial z},\\ \gamma &= \frac{\partial F}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial x},\end{aligned}\right.$$

F, G, H étant les composantes du potentiel vecteur

$$(3) \quad \begin{cases} F = \iiint \frac{u}{r}\, dx\, dy\, dz, \\ G = \iiint \frac{v}{r}\, dx\, dy\, dz, \\ H = \iiint \frac{w}{r}\, dx\, dy\, dz. \end{cases}$$

Il en résulte :

1° Que les composantes α, β, γ satisfont dans tout l'espace à l'équation

$$\frac{\partial\alpha}{\partial x} + \frac{\partial\beta}{\partial y} + \frac{\partial\gamma}{\partial z} = 0$$

(*équation solénoïdale générale*).

2° F, G, H pouvant être considérés comme les potentiels scalaires de matières fictives ayant respectivement pour densités u, v, w, leurs dérivées partielles sont continues dans tout l'espace; α, β, γ sont donc aussi continus, et par suite la composante de la force électromagnétique normale à la surface des conducteurs; on a donc, en désignant par F_n et F'_n les valeurs de cette composante de part et d'autre de cette surface

$$F_n = F'_n$$

(*équation solénoïdale à la surface*).

Les *deux* conditions solénoïdales étant satisfaites, le flux du vecteur α, β, γ se conserve dans tout l'espace.

La démonstration précédente tombe en défaut dans le cas (d'ailleurs idéal) d'une nappe de courant; mais le théorème subsiste, car : 1° la condition solénoïdale générale est satisfaite dans tout l'espace; 2° la composante normale F_n est encore continue ([1]).

Le flux des deux vecteurs dont la somme compose l'induction magnétique totale se conservant dans tout l'espace, il en est de même de cette dernière. Nous arrivons ainsi à ce théorème :

Le flux d'induction se conserve dans tout l'espace, y compris les conducteurs, magnétiques ou non, parcourus par des courants quelconques.

([1]) MAXWELL, *Traité d'Électricité*, t. II, p. 325.

Sous cette forme, le théorème de la conservation du flux d'induction nous apparaît comme le plus général de l'électromagnétisme.

II. *Équations générales de l'aimantation transversale induite.* — Nous pouvons, comme dans le cas de l'aimantation induite de première espèce, aborder le problème par deux voies différentes : ou bien chercher une fonction satisfaisant à certaines équations aux dérivées partielles avec certaines conditions limites, ou bien chercher une fonction satisfaisant à une certaine équation intégrale (équation dans laquelle la fonction inconnue figure sous un signe d'intégration).

Dans ce qui suivra, nous supposerons, à moins de mention contraire, le coefficient d'aimantation k constant. Soient A, B, C les composantes de l'intensité d'aimantation en un point; Ω le potentiel du magnétisme induit; on a, en adoptant la théorie de l'aimantation induite de Thomson,

$$A = k\left(\alpha - \frac{\partial\Omega}{\partial x}\right),$$

$$B = k\left(\beta - \frac{\partial\Omega}{\partial y}\right),$$

$$C = k\left(\gamma - \frac{\partial\Omega}{\partial z}\right),$$

α, β, γ, composantes du champ non conservatif donné, sont des fonctions connues; la seule fonction inconnue est Ω.

Première méthode. — Appliquons le théorème de la conservation du flux d'induction. Les composantes de l'induction sont, en appelant μ le coefficient de perméabilité,

$$\mu\left(\alpha - \frac{\partial\Omega}{\partial x}\right),$$

$$\mu\left(\beta - \frac{\partial\Omega}{\partial y}\right),$$

$$\mu\left(\gamma - \frac{\partial\Omega}{\partial z}\right).$$

1° *Condition solénoïdale générale*

$$\mu\frac{\partial}{\partial x}\left(\alpha - \frac{\partial\Omega}{\partial x}\right) + \mu\frac{\partial}{\partial y}\left(\beta - \frac{\partial\Omega}{\partial y}\right) + \mu\frac{\partial}{\partial z}\left(\gamma - \frac{\partial\Omega}{\partial z}\right) = 0,$$

ce qui se réduit à

$$(4) \qquad \Delta\Omega = 0,$$

aussi bien à l'intérieur qu'à l'extérieur de la substance magnétique.

2° *Condition solénoïdale à la surface.* — Soient F_n, F_{n_1} les composantes de la force non conservative donnée suivant les demi-normales intérieure et extérieure, on a, en supposant, pour plus de généralité, que le milieu extérieur a un coefficient d'induction μ_1,

$$(5) \qquad \mu\left(F_n - \frac{d\Omega}{dn}\right) + \mu_1\left(F_{n_1} - \frac{d\Omega}{dn_1}\right) = 0.$$

L'équation aux dérivées partielles (4) et l'équation limite (5) déterminent la fonction Ω.

La seule différence avec les équations de l'aimantation induite de première espèce est que les fonctions F_n, F_{n_1} ne sont pas ici des dérivées exactes d'un potentiel inducteur.

Deuxième méthode : *Lemme. — Le magnétisme transversal induit est purement superficiel.*

Cela résulte immédiatement de l'équation (4). C'est la généralisation du théorème bien connu dans le cas de l'aimantation induite de première espèce ([1]).

La densité superficielle σ est égale, comme on sait, à la projection, changée de signe, sur la normale intérieure de l'intensité d'aimantation

$$\sigma = -k\left(F_n - \frac{d\Omega}{dn}\right).$$

On a donc

$$(6) \qquad \Omega = \int \frac{\sigma}{r} dS = k\int \frac{1}{r}\frac{d\Omega}{dn} ds - k\int \frac{1}{r} F_n dS.$$

Cette équation, où la fonction inconnue Ω figure sous un signe d'intégration, détermine cette fonction.

De ces deux méthodes, c'est peut-être la seconde qui offre le

---

([1]) Au contraire, l'aimantation transversale induite n'est jamais lamellaire simple, comme l'aimantation de première espèce.

plus d'avantages au point de vue pratique; car il suffit de transformer légèrement l'équation (6) pour la ramener à la forme d'une équation d'aimantation induite de première espèce. Remarquons que la fonction

$$V = -k\int \frac{1}{r} F_n \, dS$$

est le potentiel d'une certaine couche superficielle fictive et satisfait, à l'intérieur du corps, à $\Delta V = 0$. Posons

$$(7) \qquad \Omega - V = \Omega'.$$

L'équation (6) devient

$$(8) \qquad \Omega' = k\int \frac{1}{r}\frac{d\Omega'}{dn}\,ds + k\int \frac{1}{r}\frac{dV}{dn}\,dS.$$

Or nous sommes maintenant en possession, pour trouver la fonction Ω', d'une méthode très ingénieuse indiquée par Beer [1], précisée et rendue rigoureuse par C. Neumann [2], et qui nous donne Ω' sous la forme d'une série toujours convergente. On en déduit immédiatement Ω par l'équation (7).

Laissant de côté ces considérations générales, j'examinerai seulement un cas particulier important, où l'on connaît immédiatement une solution de l'équation (6). C'est celui où F_n est nul en tous les points de la surface du corps magnétique. Alors $\Omega = 0$, et il n'y a pas de magnétisme superficiel libre; tous les filets solénoïdaux sont fermés sur eux-mêmes. Pour cela, il faut et il suffit que la surface du corps puisse être considérée comme engendrée par le mouvement continu d'une ligne de force. Par exemple, dans le cas d'un cylindre de révolution parcouru par un courant homogène dans le sens de sa longueur, tout corps magnétique de révolution autour de l'axe sera sans action extérieure apparente; il en sera encore ainsi évidemment lorsque le cylindre entier sera formé d'une substance magnétique.

Si nous avons affaire à un cylindre elliptique, les lignes de forces sont des ellipses semblables, ayant mêmes directions d'axes que le

---

(1) BEER, *Einleitung in die Elektrostatik, die Lehre vom Magnetismus und die Elektrodynamik*, p. 155. Braunschweig, 1865.

(2) C. NEUMANN, *Untersuchungen über das logaritmische und newton'sche Potential*, p. 248. Leipzig, 1877.

cylindre, et dont l'équation est

$$bx^2 + az^2 = \text{const.}$$

Toute surface engendrée par ces ellipses jouira encore des mêmes propriétés, mais ici on voit que le cylindre lui-même ne fait pas partie de ces surfaces; nous sommes donc amenés dès maintenant, par ce raisonnement très simple, à prévoir que le cylindre elliptique aimanté transversalement, présentera une densité superficielle apparente (*voir* plus bas).

La mise en équation de l'aimantation transversale induite dans le cas d'un coefficient d'aimantation variable avec la force magnétisante se ferait de même, soit en exprimant le théorème de la conservation du flux d'induction (*première méthode*), soit en formant directement l'équation intégrale qui définit la fonction Ω (*seconde méthode*). Mais les équations auxquelles on parvient sont beaucoup plus compliquées, et il n'existe pas, à ma connaissance, de méthodes générales pour les résoudre.

III. *Application aux cylindres en général.* — Imaginons un cylindre homogène indéfini, de section quelconque, entièrement formé d'un métal magnétique et cherchons ce que deviennent, dans ce cas facilement réalisable, les équations générales.

La première chose à faire est de chercher la composante normale F_n de la force électromagnétique. Prenons l'axe des z parallèle aux génératrices, et dans le sens du courant, les composantes du potentiel vecteur deviennent

$$\begin{aligned} F &= 0, \\ G &= 0, \\ H &= \iiint \frac{w}{r}\, dx\, dy\, dz. \end{aligned}$$

Il en résulte que le potentiel vecteur est parallèle à l'axe du cylindre et égal en grandeur au potentiel scalaire d'une matière fictive, de densité w, agissant suivant la loi de Newton. Les composantes de la force électromagnétique deviennent alors

$$\begin{aligned} \alpha &= -\frac{\partial H}{\partial y}, \\ \beta &= \frac{\partial H}{\partial x}, \\ \gamma &= 0. \end{aligned}$$

On voit que cette force est dans le plan de section droite; elle est égale et perpendiculaire à celle qui serait exercée sur l'unité de masse matérielle par le cylindre, si ce cylindre était formé d'une matière homogène, de densité w, agissant suivant la loi de Newton. On est donc ramené en tout cas à calculer l'action attractive d'un cylindre matériel.

Supposons donc F_n connu. Nous avons à calculer l'intégrale

$$J = \int \frac{1}{r} F_n \, dS.$$

Par une transformation facile, cette intégrale superficielle se ramène à l'intégrale linéaire

$$(9) \qquad J = -2 \int \log r \, F_n \, ds,$$

ds désignant un élément d'arc de la section droite.

L'intégrale J étant connue, on calculera Ω soit par la méthode de C. Neumann, soit par toute autre.

Il sera bon, pour avoir une idée complète de la distribution magnétique, de déterminer les lignes d'aimantation qui, évidemment, seront planes et situées dans des plans de section droite. Soit Ψ la fonction conjuguée de Ω, définie par l'équation

$$d\Psi = \frac{\partial \Omega}{\partial y} dx - \frac{\partial \Omega}{\partial x} dy,$$

et que, par suite, on obtient par une simple quadrature; l'équation des lignes d'aimantation est

$$(10) \qquad H = \Psi + C,$$

C étant une constante arbitraire.

IV. *Application au cylindre elliptique.* — Soit un cylindre elliptique dont la section droite ait pour équation

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Suivant la marche indiquée plus haut, nous calculerons d'abord la force newtonienne, en considérant le cylindre elliptique comme la limite d'un ellipsoïde. On trouve facilement

$$X = -\frac{4\pi b x}{a+b}, \qquad Y = -\frac{4\pi a y}{a+b}.$$

Il en résulte, pour les composantes de la force électromagnétique,

$$\alpha = \frac{4\pi a y}{a+b}, \qquad \beta = -\frac{4\pi b x}{a+b},$$

et ces formules sont valables aussi bien à l'intérieur qu'à la surface du cylindre.

L'intégrale J [formule (9)] devient

$$J = -8\pi ab\frac{a-b}{a+b}\int_0^{2\pi}\log r \sin\theta\cos\theta\, d\theta,$$

r étant la distance du point $x_0\,y_0$ intérieur à l'ellipse de section droite au point de cette ellipse dont l'anomalie est θ. L'intégrale peut s'effectuer (*voir* le Mémoire original), et l'on trouve

$$J = \frac{16\pi^2(a-b)ab}{(a+b)^3}xy.$$

La fonction Ω satisfaisant à l'équation (6) est alors

$$\Omega = -\frac{1}{a+b}\,\frac{16\pi^2(a-b)abk}{(a^2+b^2)(1+4\pi k)+2ab}xy.$$

Tel est, en un point intérieur, le potentiel du magnétisme transversal induit dans un cylindre elliptique à coefficient d'aimantation constant. Il en résulte, pour les composantes de l'intensité d'aimantation,

$$A = \frac{4\pi ka[a(1+4\pi k)+b]}{(a^2+b^2)(1+4\pi k)+2ab},$$

$$B = -\frac{4\pi kb[b(1+4\pi k)+a]}{(a^2+b^2)(1+4\pi k)+2ab}.$$

Il en résulte, pour la densité superficielle,

$$\sigma = -\frac{4\pi kabc^2}{(a^2+b^2)(1+4\pi k)+2ab}\,\frac{\sin\theta\cos\theta}{\sqrt{a^2\sin^2\theta+b^2\cos^2\theta}}.$$

La discussion de cette expression conduit au théorème suivant :

Théorème. — *La densité superficielle du magnétisme libre en un point de la surface d'un cylindre elliptique aimanté transversalement est égale à la densité qu'aurait en ce point une couche d'électricité négative en équilibre multipliée par le produit des coordonnées de ce point.*

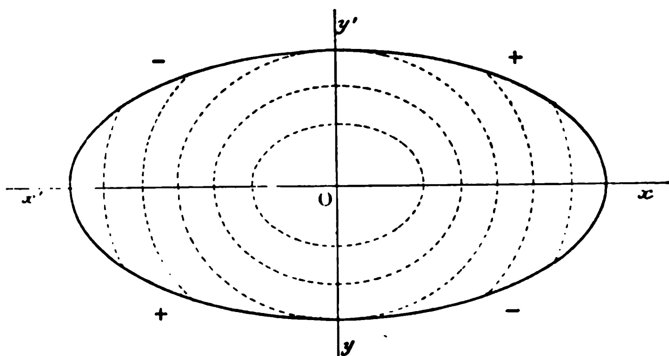
Il en résulte que la densité est nulle aux quatre sommets de l'ellipse; elle est négative dans l'angle xOy et son opposé; positive dans l'angle $x'Oy$ et son opposé. Ainsi le cylindre est partagé en quatre régions alternativement positives et négatives séparées aux sommets par des lignes neutres de densité nulle. L'observateur d'Ampère placé dans l'axe du cylindre et regardant dans la direction du grand axe d'une section droite voit en face et à gauche les régions centrales.

L'équation des lignes d'aimantation s'obtient en appliquant l'équation (10). On trouve

$$\frac{x^2}{\dfrac{C}{b[b(1+4\pi k)+a]}}+\frac{y^2}{\dfrac{C}{a[a(1+4\pi k)+b]}}=1,$$

C étant une constante arbitraire. Ce sont des ellipses moins aplaties que la section droite du cylindre; pour de petites valeurs de C les

Fig. 1.



ellipses d'aimantation sont entièrement comprises à l'intérieur de cette section droite. Pour une valeur de C facile à déterminer, l'ellipse d'aimantation devient tangente à l'ellipse de section droite aux deux extrémités du petit axe. Pour des valeurs plus grandes de C les ellipses d'aimantation coupent l'ellipse de section droite, et les filets solénoïdaux correspondants ne sont pas fermés. C'est aux extrémités libres de ces filets solénoïdaux qu'est due la couche superficielle étudiée plus haut. La *fig.* 1 représente cette disposition.

V. *Application au tube cylindrique à sections elliptiques homofocales.* — Une marche semblable à la précédente, quoique un peu plus compliquée, permet de résoudre ce problème. Je me borne à indiquer le résultat; le potentiel Ω du magnétisme transversal induit est

$$\Omega = \nu_1 xy + \nu_2 \varphi(x, y),$$

$\varphi(x, y)$ étant une fonction définie par les équations

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{c^2 S}{\sqrt{P^2 + Q^2}} - 2S + 2y,$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial y} = -\frac{c^2 R}{\sqrt{P^2 + Q^2}} - 2R + 2x,$$

dans lesquelles

$$P = x^2 - y^2 - c^2,$$

$$Q = 2xy,$$

$$\sqrt{P + Qi} = R + Si;$$

ν_1 et ν_2 sont deux constantes définies par les équations

$$\nu_1 + \frac{4\pi k}{(a+b)^2}[\nu_1(a^2 + b^2) + 2\nu_2(a-b)^2] + k\mu_1 = 0,$$

$$\nu_2 + \frac{4\pi k a' b'}{c^4}[\nu_1(a'^2 + b'^2) + 2\nu_2(a' - b')^2] - k\mu_2 = 0,$$

a, b, a', b' sont les demi-axes des deux ellipses homofocales; μ_1 et μ_2 ont les valeurs suivantes :

$$\mu_1 = \frac{16\pi^2(a-b)(ab - a'b')}{(a+b)^3},$$

$$\mu_2 = \frac{16\pi^2 a' b'(ab' - ba')(a'^2 + b'^2)}{c^4(a+b)(a'+b')}.$$

(*A suivre.*)

REMARQUE SUR LA QUANTITÉ DE CHALEUR DÉGAGÉE PAR LES COURANTS PARCOURANT UN SYSTÈME DE CONDUCTEURS;

PAR M. A. PEROT.

En calculant pour l'*ensemble* d'un système de courants la variation de l'énergie électrocinétique ε, pendant le temps dt, on trouve que cette variation est représentée par

$$\sum \frac{d\varepsilon}{dt} dt = \sum i \frac{d}{dt} \frac{d\varepsilon}{di} dt - \sum \frac{d\varepsilon}{dx} dx,$$

où i représente le courant parcourant un conducteur, et x l'une des variables géométriques qui définissent la forme et la position de ces conducteurs.

Cette variation comprend deux parties distinctes : l'une,

$$\sum i \frac{d}{dt} \frac{d\varepsilon}{di} dt,$$

correspond à de l'énergie dépensée dans les circuits par les sources alimentant les courants; l'autre,

$$\sum \frac{d\varepsilon}{dx} dx,$$

représente du travail mécanique proprement dit.

Pour satisfaire au principe de la conservation de l'énergie, il faut supposer introduite dans chaque circuit une force électromotrice e, telle que

$$(a) \qquad \sum i \frac{d}{dt} \frac{d\varepsilon}{di} dt = \sum ie\, dt,$$

et appliquées aux conducteurs des forces mécaniques X, telles que

$$\sum \frac{d\varepsilon}{dx} dx = \sum X\, dx.$$

La relation (a) ne suffit pas pour définir la force e; l'expérience montre que, au circuit 1, il faut considérer comme appliquée la force électromotrice $\frac{d}{dt} \frac{d\varepsilon}{di_1}$ que je désignerai par n_1, au circuit 2 la force n_2. Comme je viens de le dire, le système de solutions n_1, n_2, ..., n'est pas le seul qui satisfasse au principe de la conserva-

tion de l'énergie, il y en a une infinité d'autres; mais ce système jouit de la propriété particulière suivante :

La quantité de chaleur dégagée dans l'ensemble des conducteurs par l'effet Joule est maxima.

En effet, soient E_1, R_1 la force électromotrice de la source et la résistance du circuit 1, e_1 la force électromotrice d'induction; on peut écrire

$$i_1 = \frac{E_1 - e_1}{R_1},$$

et, par suite, la relation (a) devient

$$(b) \qquad \sum \frac{E - e}{R} \left(\frac{d}{dt} \frac{d\varepsilon}{di} - e \right) = 0.$$

La quantité totale de chaleur dégagée dans tous les circuits est

$$Q = \sum R i^2 = \sum \frac{(E - e)^2}{R}.$$

En vertu de (b), elle peut s'écrire

$$Q = \sum \frac{(E - e)^2}{R} - \frac{2(E - e)\left(\frac{d}{dt} \frac{d\varepsilon}{di} - e \right)}{R},$$

ou

$$Q = \sum \frac{\left(E - \frac{d}{dt} \frac{d\varepsilon}{di} \right)^2}{R} - \sum \frac{\left(\frac{d}{dt} \frac{d\varepsilon}{di} - e \right)^2}{R}.$$

Elle sera maxima si

$$(c) \qquad \sum \frac{\left(\frac{d}{dt} \frac{d\varepsilon}{di} - e \right)^2}{R} = 0,$$

ou si

$$e_1 = \frac{d}{dt} \frac{d\varepsilon}{di_1} = n_1,$$

$$e_2 = \frac{d}{dt} \frac{d\varepsilon}{di_2} = n_2,$$

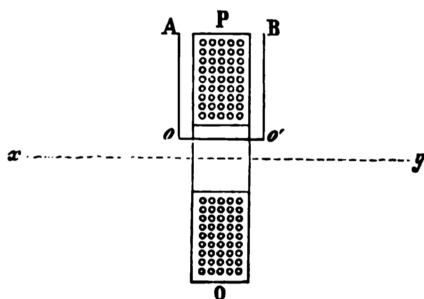
et ces solutions sont les seules qui satisfassent à la relation (c).

SUR UN NOUVEAU GALVANOMÈTRE, POUVANT SERVIR D'AMPÈREMÈTRE OU DE VOLTMÈTRE;

PAR M. L. HULIN.

Imaginons une bobine dont la section est PQ. Un équipage de fer doux AOO'B ayant la forme d'un rectangle incomplet est mobile autour de l'axe OO', excentrique à la bobine. Lorsqu'un courant circule dans l'appareil, le fer doux s'aimante et, par raison de symétrie, l'équipage tend à se placer dans le plan qui contient l'axe de rotation OO' et l'axe XY de la bobine.

Fig. 1.



On oppose à ce déplacement une force antagoniste convenable (ressort, contrepoids). Des modifications faciles à imaginer permettent d'approprier cet appareil à des usages variés.

Un ampèremètre de ce genre, où la bobine PQ est remplacée par une simple barre de cuivre recourbée en cercle, sert journellement, à l'usine électro-métallurgique de Froges, à la mesure de courants dont l'intensité atteint 6000 ampères.

DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE DES ÉLÉMENTS PRINCIPAUX D'UNE LENTILLE DIVERGENTE;

PAR M. C.-A. MEBIUS (1).

On a proposé un assez grand nombre de méthodes pour déterminer expérimentalement la distance focale principale et la position des plans principaux d'une lentille. Nous pouvons citer celles de Silbermann (2), Moser (3), Merz (4), Webb (5), Valérius (6), Donders (7), Meyerstein (8), Hoppe (9), Cornu (10), Kerber (11), Pscheidl (12), Hasselberg (13). Quelques-unes de ces méthodes ne se rapportent qu'aux lentilles infiniment minces; la plupart sont exclusivement ou de préférence applicables aux lentilles convergentes.

La méthode de M. Cornu se distingue par sa grande simplicité et sa grande rigueur. Celle que je vais exposer s'en rapproche assez pour n'en être qu'une modification. Je dois d'abord rappeler en quelques mots la méthode de M. Cornu.

Sur le milieu des surfaces de la lentille, on trace avec de l'encre de Chine des petits traits H et K (*fig.* 1), et on la place de façon que son axe soit parallèle à une règle divisée. Le long de celle-ci glisse un microscope M, dont l'axe optique est parallèle à celui de la lentille, et avec lequel on peut viser les traits. On fait tomber sur la lentille des rayons parallèles à son axe, et cela de la ma-

---

(1) Note présentée à l'Académie royale des Sciences de Suède le 12 février 1890.

(2) SILBERMANN.

(3) MOSER, *Pogg. Ann.*, Bd. 63, p. 39; 1844.

(4) MERZ, *Pogg. Ann.*, Bd. 64, p. 321; 1845.

(5) WEBB, *Fortschritte der Physik*, Bd. XIII; 1859.

(6) VALÉRIUS, *Fortschritte der Physik*, Bd. XIX; 1865.

(7) DONDERS, *Fortschritte der Physik*, Bd. XXI; 1868.

(8) MEYERSTEIN, *Carl's Rep.*, XIV, 363. — *Wied. Ann.*, Bd. I, p. 315; 1877.

(9) HOPPE, *Pogg. Ann.*, Bd. 160, p. 169; 1876.

(10) CORNU, *Journal de Physique*, 1re série, t. VI, p. 276, 308; 1877.

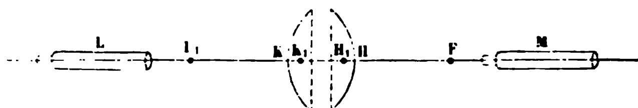
(11) KERBER, *Z. S. für Inst. Akad.*, I, p. 67.

(12) PSCHEIDL, *Sitzungsberichte der Wiener Akad.*, 94, p. 66; 1886. — *Beiblätter*, II; 1887.

(13) HASSELBERG, *Bulletin de l'Académie des Sciences de Saint-Pétersbourg*, 32, p. 412; 1888. — *Beiblätter*, 12; 1888.

nière suivante : on braque une lunette L munie d'un réticule sur un objet infiniment distant, de manière qu'il n'y ait point de parallaxe. Le réticule se trouve alors dans le plan focal de l'objectif. La lunette L est placée de façon à avoir son axe parallèle à celui de la lentille et son objectif tourné vers la lentille (*fig.* 1).

Fig. 1.



Si l'on éclaire l'oculaire, le réticule émet des rayons qui, par la réfraction dans l'objectif, émergent parallèlement à l'axe de la lentille. Si la lentille est convergente, le réticule donne une image réelle au foyer F. Avec le microscope on vise successivement le foyer F, le trait H et l'image K_1 du trait opposé K. Le déplacement du microscope indique les distances $FH = d$ et $HK_1 = e$. Ensuite on retourne la lentille; le réticule donne alors une image sur l'autre foyer F_1 et l'on détermine par le déplacement du microscope les distances $F_1K = d_1$ et $KH_1 = e_1$, où H_1 désigne l'image du trait H. D'après la formule de Newton, on a alors

$$f^2 = d_1(d_1 + e_1) = d(d + e);$$

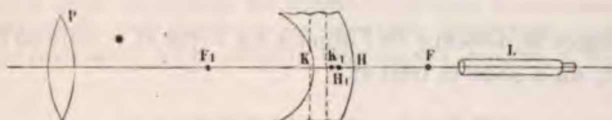
d'où l'on déduit la valeur de la distance focale principale f.

Si la lentille est divergente, il ne se produit pas d'image du réticule sur le côté de la lentille tourné vers le microscope. Le réticule donne, au contraire, une image virtuelle au foyer F_1. Si, dans ce cas, la distance focale principale est assez petite, on peut, avec le microscope, viser cette image virtuelle, et la méthode est applicable comme pour les lentilles convergentes. En général, il faudra cependant, dans ce cas, prendre l'agrandissement du microscope plus faible que pour une lentille convergente, et par cela la précision est diminuée. Si la distance focale principale de la lentille est telle, que la distance F_1H du foyer à la surface antérieure de la lentille soit plus grande que la distance où il faut placer l'objet pour bien le voir au microscope, la méthode est visiblement inapplicable. Pour mesurer aussi en ce cas avec préci-

sion la distance focale principale de la lentille, j'ai fait les arrangements suivants.

Le long d'une règle divisée glissent une lunette, un microscope, la lentille divergente à étudier, une lentille convergente auxiliaire et un objet lumineux. Pour ce dernier on peut prendre par exemple une règle graduée en verre, éclairée par une flamme de gaz. Tous les axes optiques sont parallèles à la règle divisée et coïncident. Les instruments sont solidement fixés aux petits chariots, qu'on peut à volonté enlever de la règle. La lentille auxiliaire P (*fig.* 2) est placée de manière que l'objet lumineux donne

Fig. 2.



une image réelle en F; on peut toujours faire suffisamment grande la distance PF. La lentille divergente KH est placée entre P et F, et on la déplace jusqu'à ce que les rayons émergents soient parallèles. Le foyer de la lentille divergente se trouve alors aussi en F. On s'assure que cette condition est bien remplie au moyen de la lunette L, après avoir enlevé le microscope. La lunette est munie d'un réticule et vise sans parallaxe à l'infini. Lorsque la lentille est bien installée, on voit dans la lunette une image nette de l'objet, et il n'y a pas de parallaxe. Après avoir enlevé la lunette, on place le microscope sur la règle graduée. La lentille à étudier est munie de deux faibles marques à l'encre de Chine, l'une K au côté postérieur (vers la lentille auxiliaire), et une autre H au côté antérieur. On note les positions du microscope lorsqu'on voit distinctement l'image K_1 de K et la marque H. Le déplacement du microscope donne la distance $K_1 H = e$. On enlève alors la lentille à étudier et l'on amène le plan de visée du microscope au point F_1, où se trouve l'image réelle. Alors on voit dans le microscope une image distincte de l'objet lumineux. La différence des lectures du chariot dans les deux dernières positions donne la longueur $HF = d$, c'est-à-dire la distance entre la surface de la lentille et le foyer.

Après avoir retourné la lentille, on recommence les mêmes opérations. Le trait H est maintenant en face de la lentille auxiliaire, et trois lectures consécutives donnent les longueurs $H_1 K = e_1$ et $KF_1 = d_1$. (Si la lentille auxiliaire et l'objet sont restés fixes, on connaît déjà la troisième lecture.)

Si l'on mesure en outre l'épaisseur de la lentille, on est en état de calculer les éléments principaux de celle-ci.

La précision de la mesure est considérablement augmentée si le microscope est muni d'un réticule ou d'un micromètre oculaire. L'absence de parallaxe assure un bon ajustage.

D'après la formule de Newton

$$xy = f^2,$$

où x désigne la distance de l'objet à un foyer et y celle de l'image à l'autre, on a pour le trait H

$$x = d_1 + t \qquad \text{et} \qquad y = d + t - e_1;$$

et pour le trait K

$$x = d + t \qquad \text{et} \qquad y = d_1 + t - e;$$

donc

$$f^2 = (d_1 + t)(d + t - e_1)$$

et

$$f^2 = (d + t)(d_1 + t - e).$$

Les distances des plans principaux à la surface de la lentille devant laquelle se trouve le foyer correspondant sont

$$p = f - d \qquad \text{et} \qquad q = f - d_1.$$

Les plans principaux se trouvent à la distance

$$r = 2f - (d + t + d_1)$$

l'un de l'autre.

Je cite un exemple numérique. Des mesures furent prises sur une lentille convexe-concave, orientée comme le montre la *fig.* 2, et donnèrent les résultats suivants :

$$d = 272^{mm},7, \qquad e = 1^{mm},1,$$
$$d_1 = 274^{mm},0, \qquad e_1 = 1^{mm},1,$$
$$t = 1^{mm},7.$$

On en déduit

$$f^2 = 274^{mm},4,\ 274^{mm},6 \qquad \text{et} \qquad f^2 = 275^{mm},7,\ 273^{mm},3$$

et, par suite, les deux valeurs

$$f = 274^{mm},50 \qquad \text{et} \qquad f = 274^{mm},50;$$

enfin

$$p = 1^{mm},8, \qquad q = 0^{mm},5, \qquad r = 0^{mm},6.$$

L'un des plans principaux se trouve donc en dehors de la lentille et à $0^{mm},1$ de la surface concave; l'autre est situé dans l'intérieur de la lentille et à $0^{mm},5$ de cette même surface.

W. DONLE. — **Ein einfaches Verfahren zur Bestimmung von Dielectricitätsconstanten unter Anwendung des Bellati-Giltay'schen Electrodynamometers (Procédé simple pour déterminer les constantes diélectriques au moyen de l'électrodynamomètre Bellati-Giltay)**; *Wiedemann's Annalen*, t. XL, p. 307; 1890.

L'appareil employé est un condensateur dont un des plateaux est réuni à une bobine d'induction, l'autre est relié à la terre et le courant de décharge de ce dernier traverse un électrodynamomètre de Giltay ([1]), beaucoup plus sensible que l'appareil ordinaire; on intercale entre les plateaux les substances à essayer et l'on mesure les déviations.

Grâce à des précautions minutieuses indiquées par l'auteur et nécessitées par la sensibilité de l'instrument, les résultats sont bien concordants; on trouve :

Verre à glaces. I	6,883	
Verre à glaces. II	7,686	
Paraffine	2,309	
Gomme laque	3,672	
Éther	3,431	$t = 14°,8$.
Benzine	1,948	$t = 16,2$.
Alcool	24,29	$t = 15,2$.

Ces nombres diffèrent peu de ceux trouvés antérieurement par les autres méthodes. C. DAGUENET.

([1]) GILTAY, *Wiedemann's Annalen*, t. XXV, p. 325.

L. SOHNCKE. — Die schienliche Dicke eines auf Wasser sich ausbreitenden Œltropfens (Épaisseur limite d'une goutte d'huile étalée à la surface de l'eau); *Wiedemann's Annalen*, t. XL, p. 345; 1890.

Une très petite goutte d'huile déposée à la surface de l'eau s'étale d'abord rapidement, puis se sépare bientôt en petits disques si la capsule est suffisamment grande; si la capsule est trop petite, la couche d'huile s'étend jusqu'aux parois et reste continue; enfin, pour une grandeur déterminée, la rupture a lieu lorsque l'huile est arrivée au voisinage des parois; elle est moins rapide que dans le premier cas et par suite le phénomène est plus facile à observer. La teinte est uniforme, la rupture se fait simultanément en tous les points, l'épaisseur est donc constante; il suffit de déterminer le poids et le diamètre pour en déduire l'épaisseur.

On obtient le poids en suspendant sous le plateau d'une balance sensible un fil très fin d'aluminium plongé dans l'huile et le pesant avant et après le contact avec l'eau. Dans une seconde série d'expériences, on mesurait avec un microscope à réticule la hauteur de la goutte suspendue à l'extrémité du fil; mais les nombres ainsi trouvés sont plus petits que les précédents et ont été laissés de côté, parce qu'une nouvelle quantité d'huile coule le long du fil après le contact.

La mesure du diamètre de la tache d'huile se fait au moyen d'une règle graduée placée au fond de la capsule; cette mesure est difficile par suite de la rapidité du phénomène; elle peut donner lieu à une erreur de 10 pour 100 sur la surface. L'expérience dure trop peu de temps pour que l'eau dissolve une quantité sensible d'huile.

On trouve pour l'huile d'olive

$$e = 111,5 \pm 7,04 \text{ millionièmes de millimètre,}$$

pour l'huile de navette

$$e = 93,6 \pm 6,82;$$

le rayon d'action moléculaire doit être égal à la moitié de e ou plus grand; on a donc, dans le premier cas,

$$\rho \geqq 55,70,$$

dans le deuxième cas

$$\rho \gtrless 46,8;$$

ces nombres sont du même ordre de grandeur que ceux trouvés par Plateau pour les liquides glycériques. C. Daguenet.

G. MAYER. — Ueber die electromotorischen Kräfte zwischen Glas und Amalgamen (Forces électromotrices entre le verre et les amalgames); *Wiedemann's Annalen*, t. XL, p. 244; 1890.

L'auteur mesure vers 200° à 250° les forces électromotrices de contact des divers amalgames et du verre par la méthode de compensation, au moyen de l'électromètre capillaire. Il emploie des tubes à essais, la plupart en verre de Thuringe plus conducteur que les autres aux températures élevées, et quelques-uns en verre de Bohême ou en cristal.

Dans une série d'expériences préalables, il constate que les faces intérieures et extérieures du tube ne se comportent pas en général de la même façon; si en effet on met du mercure dans le tube et qu'on plonge celui-ci dans du mercure contenu dans un tube plus large, on observe un courant qui marche de l'intérieur vers l'extérieur. Lorsqu'on élève la température, la force électromotrice diminue et souvent change de signe. Ce résultat s'explique en remarquant que l'action de la chaleur, quand on ferme le tube, enlève de l'alcali à la surface extérieure : cette surface attire moins que l'autre l'humidité atmosphérique; on a donc une série de contacts

Hg | verre | dissolution alcaline | Hg.

L'élévation de température ramène la dissolution à l'état de sel solide et modifie les contacts; il peut résulter de ce fait une erreur de $0^{\text{volt}},1$.

Pour éviter l'oxydation des amalgames, on introduit dans un tube du mercure et un poids connu de métal, puis on fait le vide, on porte le mercure à l'ébullition et on ferme à la lampe; ce tube contient une électrode de graphite réunie par la partie supérieure à un fil de platine soudé dans le verre. Ce tube plonge dans du

mercure contenu dans un tube plus large et le tout est chauffé dans une étuve.

L'amalgame de sodium est préparé par électrolyse du verre ([1]). On se sert pour cela de deux tubes préparés comme plus haut, soudés l'un dans l'autre et contenant du mercure. Ces tubes plongent dans un troisième plus large contenant un amalgame de sodium et une électrode de graphite; on fait passer un fort courant entre l'amalgame et le mercure le plus voisin, et celui-ci se charge d'une proportion de plus en plus forte de sodium. M. Meyer a étudié par cette méthode des amalgames de Mg, Na, Zn, Sn, Pd, Cd, Ag dans des tubes de nature diverse.

	Verre de Thuringe.		Cristal.		Verre de Bohême.	
	Pour 100.	E.	Pour 100.	E.	Pour 100.	E.
Mg..	0,34	1,660	»	1,490	0,25	1,712
Na..	0,27	1,540	»	»	»	»
Zn..	0,62	1,055	0,89	1,198	0,83	1,154
Sn..	1,53	1,029	0,63	0,903	1,05	1,045
Cd..	0,99	0,836	0,75	0,836	1,15	0,309
Pb..	1,55	0,759	0,73	0,788	1,43	0,808
Ag..	0,46	0,546	0,47	0,626	0,58	0,490

L'ordre des métaux est le même quelle que soit la nature du verre. Pour l'amalgame de sodium à diverses températures, on a la relation

$$E = E_{200} + at;$$

$a < 0$ pour une faible concentration, puis il devient positif pour une concentration plus grande.

D'après la théorie de Helmholtz, le développement d'électricité par frottement peut être expliqué par la théorie du contact; il était intéressant de voir si les métaux se rangent dans le même ordre dans les deux cas. M. Meyer a étudié seulement les amalgames de Zn, Pb, Ag; les autres sont trop oxydables. Il frotte avec ces amalgames des portions de même longueur coupées dans un même tube; puis il les place horizontalement au-dessus d'un électroscope à feuilles d'or amené d'avance à une déviation déterminée et il mesure à quelle hauteur il faut placer ces tubes

([1]) WARBURG, *Journal de Physique*, 2e série, t. III, p. 452.

pour ramener les feuilles au zéro. Dans les conditions ordinaires, les résultats sont assez discordants; mais ils deviennent réguliers si l'on prend la précaution de chauffer les tubes avant de les frotter. Les métaux se rangent dans l'ordre Zn, Pb, Ag; l'identité entre le frottement et le contact se trouve ainsi confirmée. C. DAGUENET.

C. CATTANEO. — Sulla dilatazione termica di alcune amalgame allo stato liquido (Sur la dilatation thermique de quelques amalgames à l'état liquide); *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino*, t. XXV, p. 492; 1889-90.

Ces recherches, entreprises dans le même ordre d'idées que celles de G. Vicentini et D. Omodei [1], ont eu pour objet :

1° D'étudier certains amalgames pour voir si, dans le cas d'une liquéfaction parfaite, se vérifie encore la loi approchée d'après laquelle les métaux conserveraient leurs coefficients de dilatation respectifs, et si, d'autre part, leur formation était accompagnée d'une variation de volume appréciable;

2° De faire ensuite l'étude de divers amalgames de zinc, en vue de calculer la densité et le coefficient de dilatation de ce métal à l'état liquide.

De ses expériences l'auteur croit pouvoir tirer les conclusions suivantes :

1° Lorsque la quantité d'étain, de plomb ou de zinc entrant dans la composition d'un amalgame est petite, la dilatation de l'amalgame n'est pas égale à la somme des dilatations des métaux qui le forment.

Lorsqu'au contraire l'amalgame est sec, la comparaison des coefficients de dilatation calculés à ceux que donne l'expérience, montre qu'on peut, avec une assez grande approximation, considérer les métaux comme conservant respectivement leurs coefficients de dilatation.

---

[1] *Atti R. Accad. Torino*, t. XXII, 1886-87; XXIII, 1887. — *Rend. R. Acc. Lincei*, t. III, 2e semestre 1887; t. IV, 1er et 2e semestre 1888.

2° Les amalgames en question ont manifesté une contraction. Cette contraction toutefois est faible dans le cas des amalgames très concentrés.

3° Les valeurs trouvées pour les densités de l'étain, du plomb et du zinc à l'état liquide à leurs températures de fusion respectives et pour leurs coefficients de dilatation à ce même état, sont très suffisamment concordantes avec celles qui ont été données par Vicentini et Omodei; d'où l'on peut conclure que, de même que celle des alliages, l'étude de la dilatation thermique des amalgames, à condition toutefois que les amalgames soient très concentrés, peut servir à déterminer indirectement, avec une approximation suffisante, la densité et le coefficient de dilatation d'un métal à l'état liquide.

J. Pionchon.

THE AMERICAN JOURNAL OF SCIENCE 1889.

T. XXXVII (suite).

E. MERRITT. — Quelques déterminations de l'énergie lumineuse des lampes à incandescence, p. 167.

Il s'agit d'exprimer en watts l'énergie lumineuse d'une lampe d'un nombre donné de bougies. On comparera la lampe étudiée à l'unité usuelle par les méthodes photométriques, et l'on mesurera d'autre part, en valeur absolue, la fraction de l'énergie électrique qui se transforme en radiation lumineuse. Deux procédés sont employés pour cela.

On peut recourir au calorimètre : la lampe est placée au milieu d'un vase de verre plein d'eau; un courant d'eau y circule avec une vitesse constante : on note la température de l'eau à l'entrée et à la sortie; il est aisé d'en déduire la quantité d'énergie qui s'est transformée en chaleur obscure, et a servi à échauffer l'eau du calorimètre. En y ajoutant la chaleur perdue par rayonnement (cette correction est toujours faible), on a la fraction à retrancher de l'énergie totale pour avoir l'énergie lumineuse.

On admet, en raisonnant ainsi, que toute la chaleur obscure a été absorbée par l'eau (cela n'est pas toujours vrai, surtout pour une

source à température élevée) : on mesurera donc le rapport de l'énergie calorifique qui rayonne après avoir traversé l'eau à l'énergie totale, au moyen d'une pile thermo-électrique et d'une cuve à solution sulfocarbonée d'iode; cette solution arrête les radiations lumineuses et laisse passer les radiations obscures; en faisant tomber sur la pile, à travers la solution, un faisceau de rayons qui ont traversé le calorimètre, on ne devrait avoir aucune déviation : on en a une qui est une fraction déterminée de celle qu'on obtient en supprimant la cuve. On a dès lors ce qu'il faut pour calculer l'énergie lumineuse.

Un procédé plus simple consiste à employer la pile thermo-électrique pour la mesure principale, au lieu de la réserver à la mesure d'un terme correctif. On arrêtera cette fois la chaleur obscure par une solution d'alun, et l'on comparera les déviations galvanométriques quand on interpose et quand on supprime la cuve. La correction, tenant à ce que l'alun n'a pas arrêté toute la chaleur obscure, se fait comme précédemment. L'auteur a rencontré, dans ces mesures, une difficulté : le galvanomètre est très délicat, et l'aiguille ne prend pas tout de suite sa déviation finale, elle met jusqu'à quatre minutes à se fixer, et pendant ce temps l'éclat de la lampe peut avoir très sensiblement varié. Voici comment il prétend lever la difficulté : on observe que l'aiguille, sous l'influence d'une source de chaleur constante, commence par dévier brusquement, puis, au bout de quatre ou cinq secondes, s'arrête, revient en arrière, et ne se fixe qu'après quelques oscillations, et de plus qu'il y a dans ce cas un rapport déterminé, fixe, entre la déviation finale et l'angle de première impulsion; rapport dont l'inverse est 0,325 pour des déviations finales dépassant 20^{div} de l'échelle. On observera donc, uniquement avec la lampe à incandescence, la première impulsion au moment où l'on enlève l'écran situé devant la pile, et l'on en déduira la déviation finale vraie. Il est superflu d'insister sur ce que cette correction a d'arbitraire et d'incertain.

Les résultats généraux sont les suivants : le rapport de l'énergie lumineuse à l'éclat mesuré photométriquement diminue quand l'énergie totale augmente; plus on dépense d'énergie électrique, plus on a d'éclat pour un même nombre de watts transformés en lumière. Le rapport de l'énergie transformée en lumière à l'énergie dépensée, *le rendement lumineux,* augmente aussi, et très rapide-

ment; à ce point de vue du rendement, la lampe à incandescence est un progrès immense sur le gaz et sur la lampe à huile.

W. LECONTE STEVENS. — Les flammes sensibles comme moyen de recherches, p. 257.

L'auteur a répété les expériences de Lord Rayleigh sur les flammes sensibles; il a notamment fait, sur le son, l'expérience des franges de diffraction de Grimaldi; avec un sifflet donnant de 15000 à 20000 vibrations par seconde, placé à 34 pouces en avant d'un écran de carton qui est percé de deux fentes verticales de $\frac{1}{4}$ de pouce chacune, et à 3 pouces l'une de l'autre, on réalise très bien le phénomène; la flamme qui permet d'explorer l'espace, montre l'existence de bandes hyperboliques où il n'y a pas de son. On peut aussi faire l'expérience des miroirs de Fresnel. L'auteur estime que ces flammes peuvent être d'un emploi très précieux, notamment dans les recherches qui ont pour objet la comparaison du son et de la lumière.

CARL BARUS. — Résistance électrique du verre comprimé, p. 339-351.

Le verre chaud est un électrolyte : il y a intérêt à voir comment varie sa conductibilité quand on exerce sur lui des actions mécaniques, telles qu'une traction ou une torsion.

Deux tubes de verre sont placés verticalement, l'un à côté de l'autre; ils traversent un manchon qu'on remplira de mercure. mélangé d'un peu d'amalgame de sodium, pour empêcher la polarisation de l'électrode au contact du verre. Les tubes contiennent aussi à leur intérieur du mercure avec de l'amalgame de sodium. et de chacun d'eux part un fil métallique relié à l'un des deux circuits d'un galvanomètre différentiel. Les deux fils se réunissent ensuite pour aboutir à l'un des pôles d'une pile dont le second pôle est en communication métallique avec le mercure du manchon. Le courant se rend de la pile dans ce mercure, puis se bifurque en deux courants qui traversent les tubes de verre, et dont le galvanomètre mesure la différence. On prend soin de vérifier que, quand on n'exerce sur aucun des tubes une action mécanique, l'aiguille du galvanomètre est bien au zéro.

L'un des tubes est saisi à sa partie supérieure et à sa partie inférieure dans des pinces rigides, dont on pourra faire varier la distance en suspendant des poids à la pince inférieure, ou l'orientation relative, en appliquant à l'une d'elles un couple horizontal.

Une traction ou une torsion a pour effet constant d'augmenter la conductibilité du tube.

L'action mécanique change les dimensions du tube cylindrique sur lequel elle s'exerce; elle fait en outre varier légèrement sa température : de là une double cause de variation de la résistance. L'auteur calcule l'effet de ces deux causes dans le cas le plus défavorable, et montre qu'il est loin d'atteindre l'effet observé. Il a opéré de 100° à 360°.

On sait que les fils métalliques soumis à une traction ont une résistance plus grande : l'inverse a lieu pour un électrolyte. Ceci ne doit point surprendre, puisqu'on sait qu'une autre cause de variation, l'élévation de température, produit des effets inverses sur la conductibilité métallique et sur la conductibilité électrolytique. Les nombres donnés par l'auteur montrent que, si l'on considère un métal et un électrolyte solide comme le verre, et pour chacun de ces corps les coefficients de variation de la conductibilité avec la traction et avec la température, ces quatre quantités sont sensiblement proportionnelles.

WILLIAMS HALLOCK. — Actions chimiques entre corps solides, p. 402-406.

L'auteur, qui a commencé et qui continue des recherches sur les alliages, a été conduit à penser qu'il peut y avoir action chimique entre deux solides, même qui ne sont pas absolument au contact. En maintenant à côté l'un de l'autre, dans une enceinte où la température est constamment inférieure à — 10°, un morceau de glace et un cristal de sel marin, on constate qu'une partie du sel se dissout, et que le cristal se déplace de plusieurs millimètres, pour se rapprocher de la glace. Si, dans un bain d'essence de pétrole, on amène au contact un morceau de potassium et un de sodium, il y a immédiatement abaissement de température au moment du contact, et les métaux commencent à fondre. Ces phénomènes sont dus probablement à ce que le corps solide est toujours environné

d'une atmosphère de sa vapeur, et que cette vapeur agit chimiquement sur l'autre corps, quand celui-ci est suffisamment près du premier.

Dans les cas où l'on a constaté depuis longtemps une action chimique d'un solide sur un autre, c'est à cette cause qu'elle doit être attribuée. On peut combiner du soufre et du cuivre en les plongeant dans deux tubes réunis par une mèche de coton : cette mèche sert de véhicule à la vapeur du soufre. De même dans l'action du chlorure mercurique sur le cuivre, la vapeur émise à la température ordinaire par le chlorure suffit à colorer l'iodure de potassium. Il doit se passer quelque chose d'analogue dans le cas où la vapeur émise par le solide a une tension assez faible pour échapper à nos moyens ordinaires d'investigation.

Arthur-E. BOSTWICK. — Note préliminaire sur les spectres d'absorption des liquides mêlés, p. 471-473.

En 1865, Melde a montré que le spectre d'absorption d'un mélange de liquides n'est pas uniquement formé par la superposition des spectres des liquides séparés; il semble y avoir attraction de petites bandes d'un liquide vers de larges bandes de l'autre. Melde ne s'est pas mis en garde contre une cause d'erreur grave : ces déplacements de bandes peuvent être un simple effet d'optique, et Shuster a soutenu qu'on observait exactement les mêmes phénomènes en étudiant le spectre fourni par la lumière qui traverse successivement les divers liquides, ceux-ci étant contenus dans des vases séparés.

Cette assertion est exagérée. L'auteur a repris ces expériences en observant d'abord le spectre de la lumière qui a traversé l'un après l'autre les liquides séparés, et ensuite le spectre de la lumière qui a traversé le mélange, et il y a des cas, comme le cas du mélange d'une solution de sulfate de cuivre ammoniacal et d'une solution de carminate d'ammoniaque, où il y a bien en réalité déplacement de certaines raies, par le fait du mélange.

C.-C. HUTCHINS. — Notes sur les spectres métalliques, 474-476.

Par une étude des raies données par le cuivre et par le zinc, étude faite par une méthode précédemment indiquée ([1]), l'auteur établit d'une façon incontestable l'existence du cuivre dans l'atmosphère solaire, et rend probable la présence du zinc.

T. XXXVIII.

WILLIAM FERREL. — La loi du rayonnement de la chaleur, p. 3-29.

Les deux principales formules données pour représenter la loi du refroidissement

$$(1) \qquad H = ma^{\tau}$$

et

$$(2) \qquad H = m\left(\frac{T}{273}\right)^{e},$$

la première donnée par Dulong et Petit, la seconde par Stéfan, sont toutes deux en défaut quand on essaye de les appliquer à toute l'échelle des températures. La valeur de a, que Dulong et Petit regardent comme constante, diminue quand la température s'élève; la valeur de e de la formule (2), au lieu d'être constante et égale à 4 comme l'admet Stefan, doit croître avec la température. Mais de la discussion des expériences de Rosetti, de Winkelmann, de Schleiermacher, de Graetz, il résulte que, dans un intervalle de température assez étendu, l'une et l'autre des expressions (1) et (2) conviennent également, pourvu que l'on donne aux coefficients m et a ou m et e des valeurs convenables dépendant de la température moyenne des observations; et, de plus, qu'on peut, étant donné une série d'expériences, faire varier simultanément les deux coefficients de la formule qui les représente, et les faire varier dans une large mesure, sans détruire l'accord de l'observation et du calcul. Il s'ensuit qu'une grande incertitude subsiste sur la valeur

([1]) *American Journal*, t. XXXVII, p. 114. — *Journal de Physique*, 2e série, t. IX, p. 445.

du coefficient m, coefficient dont la connaissance est importante, entre autres questions, dans le problème de la température du Soleil. Il est particulièrement difficile d'avoir la valeur de m pour des températures voisines de la température ordinaire, et il serait important d'instituer des expériences sur le rayonnement à basse température.

S.-P. LANGLEY. — Sur l'observation des phénomènes soudains, p. 93-100.

Quand on veut déterminer l'instant auquel se produit un phénomène soudain, révélé par le sens de la vue, on commet toujours une erreur qui dépend de l'observateur, et qui constitue l'*équation personnelle*. M. Langley fait remarquer que cette erreur dépend aussi du genre de phénomène observé : elle n'est pas nécessairement la même si on considère l'apparition d'un astre caché derrière la Lune, par exemple, et l'occultation du même astre. On simplifie le problème en cherchant à déterminer non plus *quand*, mais *où* se voit le phénomène, projeté en quelque sorte sur un champ de vision mobile.

Si un accident arrive à un voyageur emporté par un train rapide, et qu'on l'aperçoive d'une chambre où se trouvent deux fenêtres donnant sur la voie, on pourra toujours dire à travers quelle fenêtre on a vu l'accident; et si la vitesse du train est uniforme entre deux points auxquels il passe à des instants connus, on pourra, par cette simple observation, resserrer l'intervalle de temps dans lequel l'accident a dû se produire. Il s'agit maintenant de se placer dans des conditions analogues, lorsque le phénomène se produit en un point fixe : supposons qu'on veuille déterminer l'instant de l'apparition d'une étoile cachée derrière la Lune; on regardera le point où elle doit apparaître à travers un diaphragme circulaire divisé en quatre quadrants et tournant en une seconde, de telle sorte que le point paraisse tourner sur le diaphragme en entrant dans le premier quadrant au commencement de chaque seconde : le mouvement qui règle cette rotation est complètement indépendant de l'observateur. Il suffira à celui-ci de pouvoir dire dans quel quadrant l'étoile a apparu pour avoir l'instant de l'apparition à $\frac{1}{4}$ de seconde près. En divisant chaque quadrant en cinq secteurs, on a le $\frac{1}{20}$ de seconde.

On pourra réaliser cette disposition dans un observatoire en plaçant sur l'axe d'un télescope un double prisme à réflexion totale, ayant pour effet de déplacer latéralement et parallèlement à eux-mêmes les rayons parallèles à l'axe optique de l'instrument. Le prisme tourne autour de l'axe optique par un mouvement d'horlogerie; la trace du rayon qui vient de l'astre visé paraît ainsi décrire une circonférence sur un diaphragme fixe situé dans le plan focal. On peut d'ailleurs se servir du même dispositif en regardant à l'œil nu. M. Langley a pu constater qu'un grand nombre d'observateurs, ignorants de l'usage de l'appareil, invités à déterminer le quadrant et le secteur dans lequel ils voyaient l'étoile apparaître, ont tous fait la même réponse.

E.-L. NICHOLS et W.-S. FRANKLIN. — Comparaison photométrique de sources de lumière artificielles, p. 100-114.

De nombreux tableaux numériques résument cette comparaison. On a comparé à une lampe Edison donnant 16 bougies pour 100 volts, les lumières d'une bougie, de lampes à huile et à pétrole, du gaz, la lumière Drummond, celle du jour par un ciel couvert et par un ciel sans nuages, des lampes à arc, et enfin des lampes à incandescence identiques présentant entre leurs pôles des différences de potentiel variables.

Les lumières du pétrole et du gaz sont sensiblement identiques, comme couleur, à celle de la lampe Edison; ce qui est naturel, car ce qui éclaire, c'est toujours du charbon porté à l'incandescence. La chaux incandescente donne une lumière plus violette : le rapport de l'intensité d'une radiation à l'intensité de la même radiation dans la lampe étalon croît régulièrement du rouge au violet. Il en est de même pour la lumière du jour, l'accroissement étant beaucoup plus considérable quand le ciel est sans nuages.

La lumière de l'arc voltaïque ne présente pas le même spectre, suivant qu'on l'observe dans le plan horizontal passant par l'arc, au-dessus ou au-dessous de ce plan. En observant au-dessous de ce plan, les auteurs ont constaté un accroissement énorme d'éclat, au voisinage de la raie G.

Enfin, si on prend des lampes à incandescence identiques à la lampe étalon, et qu'on établisse entre les bornes des forces élec-

tromotrices régulièrement croissantes, on constate que la proportion de rouge diminue et la proportion de bleu augmente à mesure que la force électromotrice croît; on trouve entre les raies C et D une radiation dont l'éclat est sensiblement proportionnel au nombre de bougies, mesuré par les méthodes photométriques ordinaires. Mais l'énergie dépensée en radiation lumineuse et la *luminosité* totale ne sont pas proportionnelles au nombre de bougies, et croissent plus vite avec la force électromotrice.

Albert-A. MICHELSON et Edw.-W. MORLEY. — Sur la possibilité d'établir une longueur d'onde comme dernier étalon de longueur, p. 181-186.

Il s'agit d'évaluer pratiquement une fraction dérivée du mètre en longueurs d'onde; on prendra, par exemple, la longueur d'onde de la raie verte du mercure. On peut, entre deux plans situés à $\frac{1}{8}$ de mètre, produire des anneaux de Newton, par suite évaluer cette distance en longueurs d'onde; la difficulté est seulement d'avoir non pas la fraction supplémentaire qui s'ajoute au nombre entier de longueurs d'onde contenues dans la distance donnée, mais ce nombre entier lui-même : on peut se tromper d'une ou de plusieurs unités. Pour éviter cette erreur, on construit une série d'étalons ayant pour longueurs respectivement 2^{-7}, 2^{-8}, 2^{-9}, 2^{-10}, 2^{-11} mètre. Chacun de ces étalons consiste en une pièce de cuivre portant deux miroirs argentés dont on peut régler le parallélisme. Un appareil précédemment décrit sous le nom de *comparateur interférentiel* permettra, par une disposition facile à imaginer, de vérifier si l'une de ces pièces présente entre ses deux faces réfléchissantes une distance rigoureusement double de la précédente, et, dans le cas où cette condition n'est pas parfaitement réalisée, de compter le petit nombre de longueurs d'onde qui constitue la différence entre l'un des étalons et le double du précédent. Comme pour le plus petit on peut évaluer directement sa longueur en longueurs d'onde, on arrive ainsi à connaître des longueurs de l'ordre de 1 million de λ avec une erreur certainement inférieure à une unité. La longueur d'onde de la raie G serait, d'après les mesures des auteurs, égale à $546^{\mu},0850$, le sixième chiffre 5 étant certainement exact.

CARL BARUS. — L'énergie emmagasinée à l'état potentiel dans les changements permanents de configuration moléculaire, p. 193-198.

Quand un fil métallique est allongé par un poids, une partie du travail dépensé se retrouve sous forme de chaleur produite : le fil s'échauffe. En retranchant cette fraction de l'énergie du travail total, on a la fraction d'énergie qui s'est transformée en énergie potentielle. On aura le rapport de cette fraction à l'énergie totale en mesurant le travail accompli et l'échauffement du fil. L'auteur apporte un perfectionnement dans la mesure de l'échauffement du fil ; il fait servir le fil lui-même comme un des deux éléments d'un couple thermo-électrique ; la variation du pouvoir thermo-électrique par la tension n'introduit qu'une erreur négligeable, bien inférieure à celles qui résultent de la présence de trois métaux en contact.

H. CREW. — Période de rotation du Soleil, p. 204-213.

Plusieurs astronomes ont été conduits à penser que le mot *période de rotation du Soleil* n'a pas de sens, s'il n'est pas expliqué ; chaque latitude héliocentrique aurait sa période propre de rotation. Une des méthodes employées pour étudier la rotation solaire est la méthode spectroscopique fondée sur le principe de Döppler : en la perfectionnant et l'appliquant à l'étude de la rotation de points de la surface solaire situés à 60° de latitude, l'auteur démontre, par la discussion des causes d'erreur que présente la méthode, qu'aucune variation de la période avec la latitude n'a pu être mise en évidence par le spectroscope.

J. TROWBRIDGE. — Énergie radiante et énergie électrique, p. 217-219.

De la comparaison des diélectriques au point de vue de leur opacité et de leur pouvoir inducteur spécifique, l'auteur tire cette conclusion que les ondes électriques les plus longues se comportent comme les ondes longues qui constituent la chaleur rayonnante, et produisent de l'énergie au sein du diélectrique à travers lequel elles sont transmises ; les courtes ondes électriques, si elles étaient analogues aux ondes lumineuses les plus courtes, ne

devraient pas être absorbées dans un diélectrique parfait; la théorie qui attribue l'attraction des corps électrisés à des vibrations de l'éther produisant des mouvements des corps matériels (de même qu'une balle de sureau qui est attirée par un diapason) paraît ainsi ne pas s'accorder avec la théorie qui assimile les courtes ondes électriques aux courtes ondes lumineuses; car l'absorption de ces ondes par le milieu diélectrique devrait croître avec l'attraction des corps électrisés, et Maxwell a montré d'autre part que la proportion de lumière transmise à travers un corps imparfaitement isolant diminue quand la conductibilité croît : pour un diélectrique parfait, il n'y aurait donc pas de perte de lumière.

Dr.-L. DUNCAN, Gilbert WILKES et Cary-T. HUTCHINSON. — Détermination, en valeur absolue, de la résistance de l'unité de l'Association Britannique, par la méthode de Lorenz, p. 230-237.

L'application de la méthode de Lorenz, sous la forme que lui a donnée Lord Rayleigh, et avec quelques modifications de détail, a donné comme valeur moyenne de l'unité B.A, $0^{ohm},9863$ (ce qui donne pour l'ohm $106^{cm},34$); les nombres ont varié entre $0^{ohm},98472$ et $0^{ohm},98758$.

J.-H. LANG. — Pouvoir rotatoire de certains tartrates dissous, p. 264-276.

Divers tartrates doubles, ou boro-tartrates, sont étudiés au point de vue de la variation de leur pouvoir rotatoire par la concentration, ou par l'addition de sels inactifs : les tartrates doubles d'antimoine et d'un métal alcalin ont leur pouvoir rotatoire toujours diminué par l'addition d'un sel inactif; le pouvoir rotatoire du tartrate neutre de thallium est généralement augmenté par un sel inactif. Tous les bitartrates alcalins et les tartrates doubles (tels que le tartrate thallio-potassique) ont un pouvoir rotatoire moléculaire qui diminue quand la concentration de la solution augmente.

Quant aux phénomènes que présentent les borotartrates, quand le pouvoir rotatoire croît par addition de sel alcalin inactif, ils s'expliquent en admettant qu'il y a décomposition partielle et mise en liberté d'acide borique.

F.-E. NIPHER. — Sur la représentation du rendement d'une machine à vapeur sans condensation, en fonction de la vitesse et de la pression, p. 281-289.

En désignant par w la charge effective à l'extrémité de la bielle et r la longueur de cette bielle, par P_0 la pression nécessaire pour faire marcher la machine à une vitesse constante de n tours par seconde, sans charge (pour $w = 0$), par P la pression nécessaire quand on a la charge w; par R le rayon du piston, et l la longueur de sa course, on a

$$\pi R^2 (P - P_0) l = \pi r w;$$

le nombre de chevaux-vapeur indiqués est

$$I = \frac{2\pi R^2 l n P}{33000},$$

et le nombre de chevaux-vapeur disponibles sur l'arbre de couche est

$$D = \frac{2\pi r n w}{33000} = \frac{2\pi R^2 l n (P - P_0)}{33000}.$$

En considérant n, P et I ou D comme les coordonnées d'un point de l'espace, les surfaces représentées par les équations précédentes sont des paraboloïdes hyperboliques. La considération de ces surfaces peut être utile pour la solution de certains problèmes relatifs aux machines.

H.-S. CARHART. — Une pile étalon Clark perfectionnée ayant un faible coefficient de variation avec la température, p. 402-405.

Les irrégularités observées dans la force électromotrice des Latimer Clark tiennent à des actions locales, s'exerçant entre le zinc et le sulfate de mercure solide. Il suffit d'empêcher tout contact entre ces deux corps pour faire disparaître les écarts. Plusieurs éléments étudiés par l'auteur ont donné une force électromotrice variant avec la température suivant la loi

$$E = E_{15}[1 - 0,000387(t - 15) - 0,0000005(t - 15)^2].$$

Le coefficient de variation, qui est négatif, décroît légèrement

en valeur absolue quand la température s'élève, contrairement aux conclusions de lord Rayleigh.

CARL BARUS. — Note sur la relation entre le volume, la pression et la température dans le cas des liquides, p. 407-408.

L'auteur a fait des expériences prouvant que la pression nécessaire pour solidifier une substance est toujours supérieure à la pression à laquelle elle redevient liquide, et il annonce qu'il en a tiré des conclusions relatives aux phénomènes de retard en général; il a des données relatives à la paraffine, à la naphtaline, aux acides palmitique et chloracétique.

Il a observé que l'eau chauffée à 185° dans un tube de verre arrive à dissoudre le verre, la compressibilité de l'eau augmente jusqu'à tripler, en même temps que le volume du verre diminue. Enfin il a observé qu'il y a proportionnalité entre la diminution de résistance électrique du mercure, par la pression et la contraction correspondante.

S.-P. LANGLEY. — La température de la Lune, p. 421-440.

M. Langley résume les expériences qu'il a poursuivies de 1884 à 1887 pour déterminer la température de la Lune. Il a étudié au bolomètre le spectre infra-rouge de la Lune; ce spectre présente deux maxima d'intensité correspondant, le premier, à la chaleur envoyée par le Soleil et réfléchie par la Lune, le second à la chaleur absorbée par la Lune et émise ensuite; ce dernier correspond au maximum observé dans le spectre calorifique d'un corps rayonnant dont la température est — 10° environ, et M. Langley en conclut que telle est, approximativement, la température du sol de la Lune. Cette conclusion est contraire aux idées qui ont été longtemps admises; Sir John Herschel croyait que le sol de la Lune soumis à l'action solaire était à une température dépassant 100°; la chaleur envoyée par la Lune était absorbée, selon lui, par l'atmosphère terrestre.

M. Langley montre que l'absorption tellurique constitue en effet une énorme difficulté, d'abord parce que le passage à travers l'atmosphère introduit dans le spectre obscur des bandes très larges,

bien plus étendues que les raies de Fraunhofer; ensuite parce que l'atmosphère elle-même, agissant comme source de chaleur, donne des raies qui se superposent à celles du spectre étudié. Mais il a prouvé d'autre part, et sans réplique, que la chaleur lunaire n'est pas entièrement absorbée par l'atmosphère, en observant ce qu'elle devenait durant une éclipse de la Lune. Au moment de l'éclipse, le bolomètre indique un très notable abaissement de température et un accroissement correspondant à la fin de l'éclipse, et il ressort de cette observation que, dans cet espace de quelques heures, les conditions climatériques de la Lune éprouvent des modifications plus profondes que celles qui résulteraient du passage de notre zone torride aux plus grands froids de l'hiver polaire.

On arrive à éliminer les causes d'erreur dues à l'atmosphère terrestre par un grand nombre d'observations; chacune d'elles consiste à diriger l'appareil vers un point du ciel à l'est de la Lune, puis vers la Lune, et ensuite vers un point du ciel à l'ouest. Un immense cube de Leslie de 1^{mc}, plein d'eau bouillante, est situé à 100^{m} de l'appareil et cette distance est suffisante pour que l'atmosphère intermédiaire exerce une influence perturbatrice notable.

La conclusion générale est que le sol de la Lune éclairé par le Soleil ne doit pas être à une température au-dessus de 0°.

John TROWBRIDGE et Samuel SHELDEN. — Le magnétisme des alliages de nickel et de tungstène, p. 462-465.

L'addition d'un peu de tungstène à l'acier augmente son magnétisme spécifique. Il en est de même pour le nickel. L'addition de 3 ou 4 pour 100 de tungstène au nickel porte le magnétisme spécifique de 1,23 à 10, à la condition que l'alliage soit forgé ou tourné; s'il n'est que fondu, l'accroissement des propriétés magnétiques est peu sensible.

B.-O. PEIRCE et R.-W. WILLSON. — Note sur la mesure de la résistance intérieure d'une pile, p. 465-468.

En déduisant la résistance intérieure B de la formule

$$V_R = \frac{V.R}{B+R},$$

où V est la différence de potentiel en circuit ouvert et V_R la différence de potentiel aux deux bouts d'une résistance R, par laquelle on ferme le circuit pendant un temps très court (variant de $\frac{1}{100}$ à $\frac{1}{2}$ seconde), on a toujours une valeur supérieure à celle que donne la méthode des courants alternatifs. Cette résistance intérieure a une tendance à croître avec la résistance extérieure, c'est-à-dire quand le courant décroît. BERNARD BRUNHES.

JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ PHYSICO-CHIMIQUE RUSSE.

Tome XXI, année 1889; n°s 6-9.

W. MICHELSON. — A propos de quelques recherches récentes sur la théorie du spectre continu, p. 87-102.

L'auteur examine les travaux de MM. Kövesligethy, H.-F. Weber et W.-H. Julius et leur relation avec le sien : « Essai d'une explication théorique de la distribution de l'énergie dans le spectre d'un corps solide » ([1]). Il réfute les formules proposées par M. Kövesligethy pour l'expression de la radiation d'un corps quelconque. Quant à la formule de M. Weber, il démontre qu'elle est identique avec la sienne par rapport à la distribution de l'énergie dans un spectre pour lequel les constantes sont déterminées. Mais l'accord cesse d'exister, si l'on applique les deux formules au même corps porté à une autre température : la formule de Weber contient un coefficient proportionnel à la deuxième puissance de la température, à la place d'un coefficient simplement proportionnel à la température, de la formule de l'auteur.

N. OUMOFF. — Potentiel thermodynamique des solutions salines, p. 103-128.

Il est nécessaire de posséder un grand nombre de données expérimentales sur les propriétés d'un corps pour pouvoir établir son potentiel thermodynamique. Les expériences publiées en 1888 par

---

([1]) Voir *Journal de Physique*, [2], t. VI, p. 467.

M. Gueritsch, sur la loi générale de la contraction des dissolutions aqueuses des sels, ayant complété nos connaissances sur ce point, l'auteur en a profité pour calculer le potentiel thermodynamique de quelques solutions salines. Plusieurs propriétés, calculées à l'aide de ces expressions, ont été trouvées d'accord avec les données de l'expérience.

C. KRAIEWITSCH. — Sur la relation entre la chaleur d'ébullition et les autres propriétés d'un corps, p. 138-153.

Quelques réflexions, plus ou moins bien fondées, ont amené l'auteur à l'expression suivante pour la chaleur latente de vaporisation

$$r = \mathrm{ADT} \log \frac{1000\, dc}{\mathrm{A}p \dfrac{\partial\Delta}{\partial t}} + \frac{3}{2}\mathrm{ADT},$$

où, P étant le poids moléculaire, $\mathrm{D} = \frac{848,7}{\mathrm{P}}$; c, p, A et T ont leur signification habituelle, d représente le poids spécifique du corps à 0°, et Δ l'accroissement de l'unité de son volume, causée par l'échauffement de 1°C.

Pour 37 liquides, les différences des valeurs de r calculées d'après cette formule et observées par divers auteurs ont varié de — 6 à + 5 pour 100, mais pour quatre autres elles ont été beaucoup plus considérables, de — 32 à + 17 pour 100.

A. STOLETOFF. — Recherches actino-électriques, p. 159-206.

Le Mémoire contient une exposition détaillée des expériences faites par l'auteur, avec le concours de M. Oussaguine, pendant 1888 et le premier semestre de 1889, et relatives à l'action de la lumière de l'arc voltaïque sur la décharge des corps électrisés. Le condensateur (ou la paire d'électrodes) employé était formé d'un disque en toile métallique, recevant le premier les rayons directs de l'arc, et d'un second disque métallique continu. Une batterie de 1 à 200 éléments, chargeait le condensateur, et un galvanomètre de Thomson (dont 1 division $= 2,7 \cdot 10^{-11}$ ampère) mesurait le courant. Pendant les expériences quantitatives, un autre condensateur constant, exposé aux mêmes radiations et ob-

servé simultanément à l'aide d'un galvanomètre séparé, servait d'appareil de contrôle.

Le galvanomètre accuse la présence d'un courant, même avec un seul élément au lieu de la batterie entière, lorsque les rayons directs de l'arc éclairent le condensateur, dont le disque continu est négatif. S'il est chargé positivement, on obtient un courant inverse bien faible, dû uniquement à l'action des rayons réfléchis tombant sur la surface intérieure du disque-réseau négatif, de sorte qu'on peut affirmer la non-existence de l'action des rayons sur la charge positive. Il est probable que l'électrisation des corps neutres par l'action des radiations peut être expliquée par cette même cause. L'élévation de température augmente l'intensité des phénomènes électro-actiniques.

Les rayons de longueur d'onde très petite ($a < 295.10^{-6mm}$), produisent seuls le phénomène; son intensité augmente beaucoup si l'on introduit de l'aluminium métallique dans l'arc, elle diminue sensiblement quand on interpose une plaque de sélénite sur le trajet des rayons; le quartz, la glace ou une couche d'eau agissent de même, mais toute action disparaît quand on interpose un écran en verre. L'air même produit une absorption mesurable, ainsi que l'hydrogène. L'acide carbonique absorbe beaucoup plus, le gaz d'éclairage encore davantage, et les vapeurs d'éther, d'ammoniaque et de sulfure de carbone ne laissent passer qu'une partie insignifiante des rayons actifs.

La condition essentielle du phénomène est l'absorption des radiations par la surface : une couche d'eau sur l'électrode négative arrête l'action complètement, mais une couche d'une solution de fuchsine l'augmente dans le rapport de $1\frac{1}{2}$, celle du violet de méthyle de $2\frac{1}{2}$ et celle du vert de méthyle de plus de 3 par rapport à la surface métallique non altérée. Mais toutes ces surfaces éprouvent une *fatigue* prononcée sous l'action prolongée de la lumière de l'arc.

Une série d'expériences, faite à l'aide d'un disque tournant, a permis de constater la proportionnalité de l'intensité du courant, traversant le condensateur, à celle de la lumière incidente. La vitesse du disque a été sans influence appréciable sur l'intensité du courant, d'où l'auteur conclut que le courant s'établit dans moins d'un millième de seconde.

L'intensité du courant est une fonction du quotient de la force électromotrice par la distance des électrodes, c'est-à-dire une fonction de la densité de la charge du condensateur. La résistance totale apparente de la couche d'air du condensateur a été trouvée variable entre 200 et 4400 mégohms pour chaque millimètre d'épaisseur de cette couche; elle ne suit pas la loi d'Ohm, mais possède néanmoins une valeur déterminée par les conditions de l'expérience. La polarisation des électrodes n'existe pas dans les conditions des expériences : l'auteur a observé un courant même en employant une force électromotrice de $0^{volt},01$, et un condensateur formé de Zn et Ag a donné une force électromotrice sensiblement égale à celle du contact de ces deux métaux.

Une série d'expériences a été faite en mesurant le courant instantané de décharge d'un condensateur qu'on a laissé chargé pendant dix et vingt secondes sous l'influence des rayons de l'arc. Les résultats de ces expériences confirment encore mieux le fait que l'action des rayons tend à égaliser les potentiels des armatures, la couche d'air soumise aux radiations se comportant comme un isolant imparfait.

P. BAKHMETIEFF. — De l'influence des étincelles électriques sur la déperdition de la charge d'un corps électrisé dans divers gaz, p. 207-215.

L'auteur a répété les expériences de M. Naccari sur la déperdition de la charge d'un corps électrisé, placé à proximité d'une étincelle électrique, en disposant tout le système dans une cloche remplie de différents gaz. Les étincelles électriques accélèrent en général la décharge des corps électrisés, mais la charge positive se dissipe plus vite dans l'acide carbonique et dans le gaz d'éclairage, tandis que la négative se dissipe plus vite dans l'air, l'hydrogène et l'oxygène. L'auteur suppose, pour expliquer ce résultat, que sous l'influence de l'étincelle les gaz subissent une modification allotropique moléculaire, très peu stable et conductrice pour une espèce d'électricité seulement.

N. KHAMANTOFF. — Fixation des spectres magnétiques à l'aide du papier photographique positif de M. Souhatscheff, p. 217.

Le papier positif de M. Souhatscheff (que l'on trouve maintenant dans le commerce), permet d'obtenir très facilement des copies permanentes des spectres magnétiques. Il suffit de produire le spectre sur un morceau de ce papier, de l'exposer pendant quelques minutes à la lumière, jusqu'à ce que les parties non couvertes de limaille jaunissent, et de le faire flotter sur l'eau, la surface sensible en haut, après avoir éloigné la limaille, pour développer l'image. On fixe ensuite dans une solution d'hyposulfite à 1 pour 100.

N. PIROGOFF. — Sur le viriel des forces, p. 219-249.

L'auteur continue ses savantes recherches sur la théorie cinétique des gaz (voir *Journal de Physique,* 1889).

P. PREOBRAJENSKY. — Hypothèse des couleurs physiologiques, p. 249-259.

Pour pouvoir mieux expliquer les diverses particularités de l'œil atteint de la cécité des couleurs, l'auteur a modifié l'hypothèse de Yung-Helmholtz; au lieu de trois sortes d'éléments nerveux dans l'œil, il n'y en suppose que deux, l'un sensible pour les rayons de $400 . 10^{12}$ à $600 . 10^{16}$ vibrations par seconde et l'autre, pour les rayons de $520 . 10^{12}$ à $790 . 10^{12}$. Les sensations les plus précises correspondent aux vibrations extrêmes; quant aux moyennes, elles produisent une sensation vague de couleur grise. La perception de l'intensité de la lumière est commune aux deux systèmes. La sensation de couleur grise est produite aussi par l'impression simultanée, de même intensité, de deux couleurs également distantes des extrêmes. Par exemple, le mélange du rouge et du vert bleuâtre produit une sensation de gris, parce que leurs nombres de vibrations sont aux limites du premier système, et que le vert bleuâtre est au milieu du second. Le jaune produit une sensation de couleur peu saturée parce qu'il correspond simultanément au milieu du second système et à l'extrémité du premier.

Chez un daltonien qu'il a observé, l'auteur suppose la cécité pour l'extrémité rouge et verte du premier système, tandis que le

second fonctionne normalement. En effet, toutes les pièces de papier coloré que ce daltonien a choisies comme semblables de couleur, ont aussi apparu semblables aux personnes douées de vue normale quand on éclairait ces papiers par le mélange de toutes les couleurs du spectre, à l'exception du rouge et du vert.

V. BASILEWSKY. — La photographie sans objectif, p. 260-263.

L'auteur a obtenu de belles photographies à l'aide de trous de $0^{mm},3$ à $0^{mm},5$, percés dans une mince feuille de métal. Une ou deux minutes d'exposition étaient suffisantes pour une épreuve de $13^{cm} \times 18^{cm}$ à 12^{cm} de distance du trou de $0^{mm},3$, mais une épreuve de $30^{cm} \times 40^{cm}$ demande de dix à quinze minutes. Contrairement à l'opinion de M. Colson, l'auteur s'est assuré qu'une distance focale déterminée n'existe pas pour cette sorte d'objectif-trou, mais que la netteté de l'image dépend de l'éclairement. Quand la lumière est intense, que l'air est pur, et que les objets éloignés sont nettement visibles, on obtient des épreuves nettes. Mais par une journée brumeuse, sans soleil, les épreuves sont planes et sans netteté de contours. L'intensité relative des clairs et obscurs du paysage, comme elle apparaît à l'œil, est mieux rendue par une photographie obtenue à l'aide d'un trou que par une photographie produite à la manière usuelle. Pour éviter le voile produit par les rayons obliques, il est bon de placer devant le trou-objectif un cône noirci d'angle convenable.

P. BAKHMETIEFF. — Recherches thermo-électriques, p. 264-287.

E. SPATSCHINSKY. — A propos du Mémoire de M. Bakhmetief, vol. XXII, p. 163-168.

D'après M. Bakhmetieff, le plus grand nombre des éléments de la série de Seebeck présente un sens de courant conforme à la règle suivante : le courant thermo-électrique entre deux éléments consécutifs du système périodique de Mendeleef change de sens après chaque couple de paires. Les résultats, bien compliqués, des expériences de l'auteur sur les courants thermo-électriques entre un fil métallique et la même matière dont la densité a été modifiée par l'extension, lui semblent confirmer cette règle.

M. Spatschinsky remarque qu'il n'y a pas lieu de chercher une relation entre les poids atomiques et la direction du courant thermo-électrique, car cette dernière change de sens à différentes températures.

W. LERMANTOFF.

A. NACCARI. — **Sulla dispersione dell' elettricità per effetto del fosforo et delle scintille elettriche (Sur la déperdition de l'électricité sous l'influence du phosphore et des étincelles électriques);** *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino*, t. XXV; 1890.

I. Un fragment de phosphore, placé au voisinage d'une boule métallique isolée et électrisée, détermine une déperdition rapide de l'électricité. Cet effet paraît étroitement lié à la phosphorescence. Il n'a lieu que si le phosphore est lumineux et émet autour de lui une auréole brillante atteignant la boule électrisée. Il cesse de se produire sous l'influence des corps qui, comme l'essence de térébenthine, font disparaître la phosphorescence.

II. Dans une Note précédente (1), l'auteur avait montré que les étincelles électriques paraissent avoir une action sur la déperdition de l'électricité. L'effet produit semble dépendre un peu du signe de l'électrisation. Des nombreuses expériences qu'il a faites depuis lors, l'auteur conclut que la déperdition de l'électricité négative n'est pas, comme l'avait annoncé Bachmetiew (2), plus grande que celle de la positive. S'il y avait entre les deux une différence, elle serait plutôt en sens inverse.

Les vapeurs d'eau, d'alcool, d'essence de térébenthine, d'éther, de pétrole, introduites dans l'espace où se trouve le corps électrisé, atténuent considérablement l'effet des étincelles.

J. PIONCHON.

---

(1) *Atti della R. Acc. di Torino*, décembre 1888, t. XXIV, p. 195.

(2) *Journal de la Société physico-chimique russe*, t. XXI, p. 207; 1889.

A. RIGHI. — Sulla convezione elettrica (Sur la convection électrique); *Atti della Reale Accademia dei Lincei*, serie quarta, Rendiconti, t. IV, p. 151; 1890.

Dans cette Note, l'auteur décrit de nouvelles expériences qui, avec celles qu'il a antérieurement publiées, lui paraissent établir :

Que, dans tous les cas où a lieu une déperdition d'électricité, soit par une pointe, soit par un corps incandescent, soit par un métal exposé à des radiations ultra-violettes, le phénomène est dû à une convection; et que les particules en mouvement suivent sensiblement les lignes de force du champ dans lequel elles se meuvent. Dans un air de plus en plus raréfié, les trajectoires semblent devoir s'écarter de plus en plus des lignes de force; et, dans le cas d'une extrême raréfaction, elles devraient être presque rectilignes, comme paraissent l'être celles des particules de matière radiante dans les tubes de Crookes.

L'auteur se propose d'instituer des expériences pour voir si réellement peut avoir lieu ce passage graduel de l'une à l'autre des deux formes extrêmes du phénomène. J. PIONCHON.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, tome XXI; septembre 1890.

TH. MOUREAUX. — *Sur la construction des cartes magnétiques*, p. 5.

E. MATHIAS. — *Sur la chaleur de vaporisation des gaz liquéfiés*, p. 69.

Octobre 1890.

A. CROVA et HOUDAILLE. — *Observations faites au sommet du mont Ventoux sur l'intensité calorifique de la radiation solaire*, p. 188.

PH.-A. GUYE. — *A propos du volume de l'équation des fluides*, p. 206.

PH.-A. GUYE. — *Le coefficient critique et le poids moléculaire des corps au point critique*, p. 211.

A. CHASSY. — *Sur un nouveau transport électrique des sels dissous*, p. 241.

Novembre 1890.

L. Poincaré. — *Recherches sur les électrolytes fondus*, p. 289.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXX ; août 1890.

J.-J. Thomson. — *Expériences sur la vitesse de transmission des perturbations électriques; application à la théorie des décharges stratifiées dans les gaz*, p. 129.

W.-G. Robson. — *Variations diurnes du magnétisme à Kew*, p. 140.

H. Tomlinson. — *Effet des variations de température sur le point critique du fer découvert par Villari*, p. 145.

M. Maclean. — *Électrisation de l'air par un jet d'eau*, p. 148.

A.-B. Basset. — *Théorie électromagnétique du quartz*, p. 152.

F.-J. Smith. — *Méthode pour éliminer des mesures chronographiques l'effet perturbateur des styles électromagnétiques*, p. 160.

J.-H. Gladstone. — *Notes sur les piles secondaires*, p. 162.

J. Brown. — *Sur les électrodes mercurielles à écoulement*, p. 170.

F.-Y. Edgeworth. — *Problèmes sur les probabilités*, p. 171.

M. Maclean. — *Propriétés électriques des flammes*, p. 188.

Septembre 1890.

J.-A. Ewing. — *Contributions à la théorie moléculaire du magnétisme induit*, p. 205.

J. Perry. — *Formule pour le calcul approché de la self-induction d'une bobine*, p. 223.

G. Gore. — *Changement de propriétés des amalgames par des fusions répétées*, p. 228.

O. Lodge. — *Force électrostatique entre des conducteurs transportant des courants permanents ou instantanés*, p. 230.

C.-G. Knott. — *Réactions de l'aimantation circulaire et longitudinale*, p. 244.

C.-V. Boys. — *Notes sur les photographies d'objets animés d'un mouvement rapide; sur les étincelles électriques oscillantes*, p. 248.

S.-P. Langley et F.-W. Very. — *Études faites à l'observatoire d'Allegheny sur la forme la plus économique de lumière*, p. 260.

Octobre 1890.

Lord Rayleigh. — *Sur la théorie des forces superficielles*, p. 285.

S.-H. Burbury. — *Quelques problèmes de la théorie cinétique des gaz*, p. 298.

W. Sutherland. — *Nouvelle propriété périodique des éléments*, p. 318.

J. Trowbridge et W.-C. Sabine. — *Oscillations électriques dans l'air*, p. 323.

H.-E.-J.-G. du Bois. — *Sur les circuits magnétiques*, p. 335.

C. Barus. — *Les isométriques de la matière liquide*, p. 338.

Wiedemann's Annalen.

T. XL, n° 8, 1890.

M. Planck. — *Sur la différence de potentiel entre deux dissolutions étendues d'électrolytes binaires*, p. 561.

H. Hertz. — *Sur les équations fondamentales de l'électrodynamique pour des corps en repos*, p. 577.

E. Cohn. — *Systématique de la Science électrique*, p. 625.

E. Wiechert. — *Deux moyens pour faciliter l'observation des ondes électrodynamiques*, p. 640.

W. Voigt. — *Symétrie élastique de la dolomie*, p. 642.

W. Voigt. — *Sur les sons résultants de deux sons simples*, p. 652.

A. Winkelmann. — *Dispersion anomale des verres colorés*, p. 661.

P. Drude. — *Coefficients d'absorption des cristaux*, p. 665.

E. Lommel. — *Phosphoro-photographie du spectre infra-rouge*, p. 681.

E. Lommel. — *Phosphoro-photographie du spectre infra-rouge des réseaux*, p. 687.

E. Blasius. — *Influence des bords du vase et de la densité de la vapeur sur l'évaporation*, p. 691.

W. Eichhorn. — *Variation de la conductibilité calorifique des gaz avec la température*, p. 697.

F. Himstedt. — *Réclamation au sujet d'un Mémoire de M. Röntgen*, p. 720.

A. Heydweiller. — *Sur la décharge de la bobine d'induction. Réponse aux remarques de M. v. Œttingen*, p. 727.

A. Winkelmann. — *Remarque sur un Mémoire de M. Donle*, p. 732.

W. Ostwald. — *Sur la variabilité de la conductibilité de l'eau distillée*, p. 735.

A. Wangerin. — *Remarques sur un travail de M. W. Flux*, p. 738.

T. XLI, n° 9, 1890.

E. Warburg. — *Théorie de la polarisation galvanique et notamment des phénomènes électrocapillaires*, p. 1.

F. Tegetmeier. — *Conductibilité électrolytique du verre et du cristal de roche*, p. 18.

F. Paschen. — *Une solution du problème des électrodes à écoulement*, p. 42.

P. Cohn. — *Changements résiduels de résistance des fils étirés*, p. 71.

F. Streintz et G. Neumann. — *Contributions à la théorie de l'élément secondaire*, p. 97.

J. Seyffart. — *Méthode pour évaluer la dispersion rotatoire*, p. 113.

E. Lommel. — *Ombre propre d'une flamme*, p. 135.

E. Mach et L. Mach. — *Interférence des ondes sonores de grande amplitude*, p. 140.

E. Mach et P. Salcher. — *Étude optique de l'écoulement de l'air*, p. 144.

F. Kolacek. — *Les équations aérodynamiques et le premier principe de la théorie mécanique de la chaleur*, p. 151.

P. Drude. — *Remarques sur un travail de M. Wiener*, p. 154.

N° 10, 1890.

J. Elster et H. Geitel. — *Sur l'emploi de l'amalgame de sodium pour les recherches de lumière électrique*, p. 162.

J. Elster et H. Geitel. — *Obstacle opposé par le magnétisme à la production des décharges électriques lumineuses dans les gaz raréfiés*, p. 166.

F. Paschen. — *Force électromotrice à la surface de séparation de deux dissolutions inégalement concentrées d'un même sel*, p. 177.

F. Paschen. — *Différence de potentiel au contact des métaux*, p. 186.

L. Zehnder. — *Influence de l'extension et de la torsion sur le moment magnétique de fils de fer et de nickel, et sur les courants qui se produisent alors dans ces fils*, p. 210.

J. Trötsch. — *Influence de l'eau de cristallisation sur la conductibilité électrique des dissolutions salines*, p. 259.

W. Donle. — *Recherches sur l'aimantation transversale de lamelles d'acier*, p. 288.

E. Wiedemann. — *Notes d'Optique : 1. Sur les couleurs de l'iode. 2. Vapeurs fluorescentes*, p. 299.

H. Kayser et C. Runge. — *Sur les spectres des alcalis*, p. 302.

W.-C. Röntgen. — *Sur l'épaisseur de couches d'huile cohérentes à la surface de l'eau*, p. 321.

G. Stradling. — *Sur la méthode de S' Gravesende pour la mesure du module d'élasticité*, p. 330.

P. Gruner. — *Sur l'homogénéité de l'acier*, p. 334.

H. Ebert. — *Sur la nature du spectre de la lumière zodiacale*, p. 339.

H. Ebert. — *Expérience de Cours relative à la Géographie physique*, p. 351.

F. Auerbach. — *Raréfaction de l'air produite par les machines pneumatiques à mercure*, p. 364.

FORCES ÉLECTROMOTRICES DANS LES ÉLECTROLYTES FONDUS;

PAR M. LUCIEN POINCARÉ.

Je me suis, dans de précédentes recherches, occupé du passage de l'électricité dans les électrolytes rendus bons conducteurs par l'élévation de la température; la mesure de la conductibilité fournit à cet égard un certain nombre de renseignements.

Dans le présent travail, j'ai cherché à étudier les phénomènes qui peuvent se produire au contact du sel et des électrodes métalliques.

Plusieurs cas sont à distinguer, que j'examinerai successivement :

1° Les deux électrodes sont de même métal et maintenues à la même température; il s'établit entre elles une force électromotrice opposée au courant qui traverse l'électrolyte; elles se polarisent.

2° Les deux électrodes sont de même métal, mais leurs températures sont inégales; alors même qu'aucune force électromotrice étrangère n'est introduite dans le circuit métallique qui les réunit, elles deviennent le siège d'une force thermo-électrique.

3° Les deux électrodes peuvent enfin être formées de métaux différents; on constitue ainsi un couple voltaïque possédant une force électromotrice qui lui est propre.

I. Les questions relatives à la polarisation des électrodes sont nombreuses; j'étudierai seulement ici un point très particulier.

Quand une auge électrolytique est traversée par un courant dont l'intensité I est supérieure à une certaine limite, on ne remarque plus d'accroissement de la force électromotrice de polarisation établie entre les deux électrodes, il existe un maximum de polarisation P; la valeur de ce maximum varie avec la température. On peut, dans le cas des sels fondus, suivre cette variation dans un grand intervalle de température; c'est ce que je me suis proposé de faire.

Le maximum P est d'autant plus rapidement atteint que les électrodes employées sont de plus faible étendue; il convient

donc de se servir de fils fins et courts pour hâter l'établissement de ce maximum (¹).

Lorsqu'on emploie des fils d'argent, les résultats obtenus sont parfaitement concordants (²), et la variation est très régulière. On voit, par exemple, que la force électromotrice maxima de polarisation d'électrodes d'argent dans l'azotate de sodium pur fondu a pour valeur $0^{\text{volt}},33$ à 330°; puis elle décroît, n'est plus que $0^{\text{volt}},1$ à 440° et tend vers zéro quand la température s'approche de la température de décomposition du sel (470°).

Il y avait lieu de se demander si ce résultat est général et subsiste, d'une part quand on change la nature de l'électrolyte, d'autre part quand on emploie des électrodes formées d'autres métaux non attaqués par le sel fondu.

Si l'on remplace l'azotate de sodium par l'azotate de potassium, l'azotate d'ammonium, le chlorate de potassium, le chlorate de sodium, ou des mélanges de ces sels se décomposant à des températures très variables, on constate encore que la polarisation de l'argent est nulle à la température de décomposition de l'électrolyte employé.

On peut substituer aux fils d'argent des fils d'or ou de fer et recommencer les mêmes expériences; la polarisation n'a pas la même régularité, mais les expériences se font encore aisément. Dans le nitrate de soude, par exemple, la valeur de la polarisation est sensiblement plus forte avec l'or, mais elle baisse quand la température augmente; elle a encore une valeur égale à $0^{\text{volt}},2$ à quelques degrés avant la décomposition, puis elle tombe à zéro quand les vapeurs rutilantes apparaissent.

Cette chute est encore plus marquée dans le chlorate de potassium; quelques instants avant de se décomposer en donnant de l'oxygène, ce corps devient le siège d'une légère ébullition; la po-

(¹) Il faudrait bien toutefois se garder d'employer comme cathode une électrode à la Wollaston au moins dans le cas des sels alcalins, de l'azotate de sodium par exemple. Le sodium qui se rend au pôle négatif attaque le verre qui entoure le fil métallique et le silicate formé donne naissance à un élément de pile.

(²) Les forces électromotrices ont, dans tous les cas, été mesurées par la méthode d'opposition, en prenant comme étalon un élément Gouy dont M. Pellat avait bien voulu déterminer la force électromotrice.

larisation des fils d'or est encore voisine de $0^{volt},4$ à ce moment; mais quand les bulles d'oxygène apparaissent, elle tombe brusquement au-dessous de $0^{volt},09$.

On peut conclure de ces expériences que la polarisation des électrodes est nulle à la température de décomposition de l'électrolyte. Il est intéressant de rapprocher ce fait d'une remarque faite par M. Bouty (1) : dans l'acide azotique pur de concentration supérieure à 4 équivalents d'eau, si facilement décomposable, la polarisation d'électrodes de platine est extrêmement faible.

Il n'est guère possible de donner, dans l'état actuel de nos connaissances sur les phénomènes de polarisation, une interprétation certaine des faits qui viennent d'être résumés. Si l'on admet, toutefois, que le maximum de polarisation est égal ou supérieur à l'équivalent de l'énergie dépensée dans la réaction électrolytique, on serait amené à supposer que l'élévation de température tend à dissocier un sel en séparant les deux ions dont il est formé; si les produits de la décomposition que l'on peut recueillir sont parfois différents, le fait serait attribuable à des actions secondaires, qui, d'ailleurs, se produisent aussi bien dans l'électrolyse. La chaleur, dans cette hypothèse, donnerait naissance à une dissociation identique à celle que produirait une dissolution étendue d'après M. Arrhenius (2).

II. Le contact de deux lames d'un même métal inégalement chaudes avec un liquide développe, on le sait depuis longtemps, une force thermo-électrique (3). Pour déterminer cette force dans le cas d'un électrolyte fondu; j'ai employé la méthode d'opposition de Poggendorf en remplaçant le galvanomètre par un électromètre de M. Lippmann.

L'appareil thermo-électrique est formé de deux petits vases V et V′ en terre poreuse, remplis de l'électrolyte fondu et plongeant dans un bain du même sel. Deux fils d'un même échantillon de métal entourent les réservoirs de deux thermomètres à mercure *t*

---

(1) *Mémoire du centenaire de la Société Philomathique.*

(2) *Zeitschrift für Physikalische Chemie*, 1887-1889.

(3) *Voir* pour l'historique de cette question : BOUTY, *Journal de Physique*, 1re série, t. IX, p. 230.

et t' gradués jusqu'à 460° et comparés tous deux à un thermomètre étudié dans des expériences antérieures; ces fils plongent chacun dans l'un des vases, et sont reliés par leurs extrémités à l'électromètre. Par un procédé de chauffage convenable on parvient à provoquer entre les deux surfaces de contact du fil et de l'électrolyte des différences de température bien déterminées qui peuvent atteindre 50°. Quand le métal lui même peut fondre dans les conditions de l'expérience, on coule ce métal au fond des deux vases poreux V et V'; au-dessus se trouve le sel, les deux métaux sont réunis à l'électromètre par l'intermédiaire d'un conducteur de même métal contenu dans un tube de verre ouvert à ses deux extrémités; le métal est liquide à la partie inférieure, solide à la partie supérieure.

Il faut avoir soin, au moment de chaque mesure, d'éteindre le feu; les températures t et t' des deux thermomètres passent ainsi par un maximum et varient lentement; on élimine en outre une assez grave cause d'erreur, due à l'agitation du liquide autour des électrodes, agitation qui pourrait produire une force électromotrice presque comparable à celle que l'on veut mesurer.

Les nombres les plus intéressants et les plus précis sont relatifs à un métal et à un sel de ce métal; on évite dans ce cas les erreurs que feraient commettre, dans d'autres, les phénomènes de polarisation.

Pour faire une expérience, il faut d'abord mesurer la force électromotrice e qui peut exister entre les deux fils à une même température θ et s'assurer que cette force électromotrice ne varie pas sensiblement quand la température θ change; il faut, de plus, que cette force électromotrice ne varie pas pendant la durée des mesures et qu'elle soit très faible. On provoque ensuite une différence entre les températures t et t' des deux fils, et l'on mesure la force électromotrice résultante E. En retranchant e de E, on aura la force thermo-électrique correspondant à la différence de température $t - t'$.

Le Tableau suivant se rapporte à une des séries de mesures effectuées avec de l'argent plongeant dans de l'azotate d'argent fondu.

$t°$.	$t'°$.	$t° - t'°$.	E volts $\times 10^5$.	$(E - e) \times 10^5$.	$\frac{E - e}{t - t'} \times 10^5$.
280.......	230	+50	−1350	−1330	27
290.......	247	+43	−1138	−1118	26
300.......	260	+40	−1140	−1120	28
300.......	283	+17	− 489	− 459	29
280.......	290	−10	+ 280	+ 300	28
225.......	240	−15	+ 415	+ 435	29
200.......	240	−40	+1140	+1160	29
200.......	250	−50	+1130	+1150	25
290.......	290	0	− 20	0	»
330.......	330	0	− 20	0	»

L'examen de ce Tableau montre que la force thermo-électrique ε peut être considérée comme proportionnelle à la différence de température $t - t'$, et indépendante de la valeur absolue des températures.

Dans ce cas, le métal chaud est à l'extérieur le pôle négatif du couple thermo-électrique et, pour une différence de $\theta°$, la valeur de ε est

$$\varepsilon = +\ 0^{\text{volt}},00027\,\theta.$$

Les températures sont corrigées et rapportées au thermomètre à air. Il est à remarquer que le nombre ainsi obtenu est presque identique à celui qu'a trouvé M. Bouty dans le cas d'une dissolution concentrée ($+0^{\text{volt}},00024$ pour l'argent dans l'azotate d'argent).

Des mesures analogues effectuées avec le zinc dans le chlorure de zinc fondu donnent pour ε une valeur différente et de signe contraire

$$\varepsilon = -\ 0^{\text{volt}},00013\,\theta$$

(M. Bouty trouve pour la dissolution concentrée $-0^{\text{volt}},00012$). Pour l'étain fondu au contact avec du chlorure d'étain fondu on a une valeur plus faible

$$\varepsilon = +\ 0^{\text{volt}},000028\,\theta.$$

Si le sel vient à se solidifier dans l'un des vases, on ne constate pas de changement dans la force thermo-électrique; il est également indifférent qu'il se solidifie dans l'autre.

Quand on mélange de l'azotate de sodium avec de l'azotate d'argent, la force thermo-électrique au contact de l'argent varie avec le poids x d'azotate d'argent contenu dans 1^{gr} du mélange.

suivant la formule

$$E = \frac{a \times 10^{-5}\ \text{volts}}{b + x} - \theta, \qquad \text{où} \qquad a = 58,16, \qquad b = 1,154.$$

Dans ce cas, des troubles considérables se produisent lorsque le sel se solidifie dans l'un des vases; ils sont dus à des différences de concentration produites par des inégalités dans la solidification [1].

III. Deux métaux de nature différente plongés dans un électrolyte porté à une température assez élevée pour devenir bon conducteur forment une pile voltaïque; il m'a paru intéressant de rechercher si ces couples obéissent aux lois établies par la théorie et par l'expérience dans le cas des piles hydro-électriques [2].

Soit une pile qui est le siège d'une réaction chimique dégageant une quantité de chaleur q par équivalent du corps formé dans son intérieur; si toute cette chaleur était employée à produire le courant, la force électromotrice E de la pile pourrait se calculer *a priori*, et elle aurait pour valeur en volts $E = \frac{q}{10000} \times 0,432$, en admettant que 1 coulomb décompose $0,1035 \times 10^{-4}$ de l'équivalent électrochimique d'un corps, exprimé en grammes. Le calcul ainsi dirigé conduit à des résultats souvent en désaccord avec l'expérience, comme l'ont prouvé divers physiciens, Favre et M. Raoult entre autres. La chaleur transformée en énergie électrique n'est donc pas q, mais une quantité tantôt plus grande, tantôt plus petite. Helmholtz le premier a donné l'interprétation complète de ces faits en s'appuyant sur les deux principes de la Thermodynamique. Il trouve que la force électromotrice réelle E_1 n'est pas

---

(1) On constate en effet directement l'existence de courants dus à des différences de concentration de l'azotate d'argent dans l'azotate de sodium fondus, baignant deux électrodes d'argent. Le métal qui plonge dans le mélange le plus riche en argent est positif; la force électromotrice augmente avec la différence de concentration et croît avec la température.

(2) On a depuis longtemps constitué de tels éléments. Schweigger, Davy et Faraday avaient constaté la production de forces électromotrices dans les sels fondus. A.-C. Becquerel montra le premier que ces piles se comportent d'une façon générale comme les piles ordinaires. *Voir* à ce sujet une Note historique de M. H. Becquerel (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CX, p. 444).

égale à E, mais que l'on a

$$E_1 = E + T \frac{dE_1}{dT}. \tag{1}$$

M. Lippmann, par l'application des mêmes principes, est de son côté arrivé à une relation importante; si l'on désigne par c la chaleur spécifique du système qui constitue la pile, et par m la quantité d'électricité qui la traverse, on a

$$\frac{1}{T} \frac{dc}{dm} = K \frac{d^2E}{dT^2}. \tag{2}$$

Ces deux formules sont-elles encore vraies dans le cas des électrolytes rendus conducteurs par suite de l'élévation de la température? Il est probable qu'il en est ainsi, mais la chose ne saurait être considérée comme évidente *a priori;* la chaleur joue ici un rôle tout spécial, et l'on pourrait avoir quelques doutes; j'ai pensé que, malgré la difficulté de vérifier numériquement les conséquences de la théorie, il y avait grand intérêt à aborder la question. Les résultats exprimés par les relations (1) et (2) ne s'établissent d'une façon absolument certaine que dans le cas des piles réversibles; indépendamment d'ailleurs des difficultés théoriques, l'emploi de piles non réversibles permettrait assez mal de faire des expériences probantes; il importe en effet d'opérer des mesures sur des éléments absolument impolarisables et possédant, à une température donnée, une force électromotrice parfaitement déterminée.

Pour obtenir de tels éléments, il est nécessaire de prendre deux métaux et deux sels de ces métaux ayant même acide; comme les quatre corps doivent exister à la même température, il est malaisé de trouver un grand nombre de couples pratiquement réalisables.

Le couple zinc solide | chlorure de zinc fondu | chlorure d'étain fondu | étain fondu, répond à la question; la pile ainsi formée est parfaitement constante; on la peut fermer, même en court circuit, pendant un temps assez long sans que sa force électromotrice varie d'une façon appréciable.

Le zinc solide et l'étain fondu obéissent sensiblement à la loi de Dulong et Petit; d'autre part, on peut, d'après les remarques de

Person, admettre que la loi de Wæstyn est très voisine de la vérité pour les deux chlorures fondus, de même composition ($ZnCl^2$ et $SnCl^2$), fondant à des températures très voisines, 262° et 250°; on doit donc, d'après le théorème de M. Lippmann, s'attendre à ce que, $\frac{dc}{dm}$ étant presque nul, la force électromotrice de la pile soit ou fonction linéaire de la température, ou indépendante de la température; l'expérience faite avec soin de façon que toute la pile possède à chaque instant une température bien définie prouve qu'entre 275° et 350° la force électromotrice demeure invariablement égale à $0^{volt},355$. Si l'on prend au contraire un élément de pile où l'un des électrolytes change d'état par suite du passage du courant, $\frac{dc}{dm}$ sera très certainement différent de zéro et E ne pourra plus rester indépendant de la température; ainsi dans l'élément zinc | chlorure de zinc fondu | chlorure d'argent solide | argent, l'expérience montre qu'à 300° la force électromotrice a pour valeur $0^{volt},35$ et à 400°, $0^{volt},39$. Il en est de même des piles où le passage de l'électricité dégage un gaz, comme par exemple dans le couple argent | azotate d'argent | chlorure de zinc | zinc; on observe encore de notables variations avec la température.

La formule d'Helmholtz serait particulièrement intéressante à vérifier, mais les données thermiques font le plus souvent défaut: il y a lieu en outre d'observer que, d'après les remarques de M. Berthelot, la chaleur chimique correspondant à une réaction produite entre deux corps amenés à l'état liquide peut elle-même varier notablement avec la température. On ne peut pas déterminer directement cette chaleur correspondant à la réaction entre corps fondus; mais en considérant, comme le fait M. Berthelot, des cycles d'opération fermés, on la peut calculer en fonction des chaleurs spécifiques, des chaleurs latentes et de la chaleur de la réaction, déterminée en supposant les éléments solides.

La quantité de chaleur Q de substitution de 1 équivalent de zinc à 1 équivalent d'étain, les deux sels étant supposés solides, est d'après M. Thomsen 8400^{cal}. Ces chlorures sont assez bons conducteurs même à l'état solide vers 220°, pour que l'on puisse aisément mesurer la force électromotrice de la pile entièrement solidifiée; on trouve ainsi comme moyenne de plusieurs expé-

riences $0^{\text{volt}},39$. La force électromotrice calculée en supposant la chaleur chimique égale à la chaleur voltaïque est $0^{\text{volt}},363$. Quand les deux sels sont liquéfiés, la chaleur de substitution n'est plus Q, mais prend une nouvelle valeur Q'; on voit facilement que l'on doit avoir

$$Q' = Q - A,$$

A étant une quantité positive de l'ordre du dixième de Q; la force électromotrice de la pile à l'état liquide doit donc être légèrement plus faible qu'à l'état solide; nous avons vu quelle est, en général, égale à $0^{\text{volt}},355$.

Ainsi, dans la limite de précision qu'il est possible d'atteindre, la théorie d'Helmholtz conduit ici à des résultats conformes à la réalité, puisque pour cette pile dont la force électromotrice est indépendante de la température, la chaleur voltaïque est très voisine de la chaleur chimique.

On ne connaît pas encore d'une façon bien certaine la relation qui lie la différence entre ces deux chaleurs, et la somme des effets Peltier dans la pile [1]; il n'est pas inutile, néanmoins, d'observer que, dans le cas actuel où cette différence est nulle, les effets Peltier, calculés par la formule de Sir W. Thomson

$$P = \frac{T}{J} \frac{dE}{de},$$

au moyen des valeurs des forces thermo-électriques correspondantes E déterminées plus haut, ont une très faible valeur.

Cette étude prouve, en résumé, qu'il n'y a aucune différence essentielle entre les électrolytes rendus conducteurs ou bien par l'élévation de la température, ou bien par la dissolution; quel que soit le procédé employé pour écarter les molécules, ou, si l'on veut, pour mettre en liberté un certain nombre d'ions, les propriétés apparaissent identiques et se développent parallèlement; l'absence de dissolvant permet toutefois, dans le premier cas, d'arriver à une plus grande simplicité, pour l'étude de la polarisation par exemple.

---

[1] *Voir* sur ces questions : DUHEM, *Potentiel thermodynamique* et *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. XII; 1887.

RAPPORT DES TRAVAUX DE DILATATION ET D'ÉCHAUFFEMENT DES MÉTAUX;

PAR M. P. JOUBIN.

On a souvent cherché une relation entre le coefficient d'élasticité et les autres constantes qui caractérisent un corps : densité, coefficient de dilatation, etc.; ces différentes comparaisons n'ont conduit à aucun résultat important. Je crois avoir été plus heureux en me bornant aux corps simples métalliques.

Rappelons que le coefficient d'élasticité E, ou second module d'élasticité, ou module de Joule, est le poids, exprimé en kilogrammes, qui doublerait la longueur d'une tige prismatique de 1^{mmq} de section, si la proportionnalité de l'allongement à la tension se prolongeait indéfiniment. La connaissance de ce module permet de calculer l'allongement l d'une tige de longueur L de section S (en millimètres carrés), tendue par un poids p (en kilogrammes), par la formule

$$l = \frac{Lp}{SE}. \tag{1}$$

Considérons un fil métallique de 1^m de long, par exemple, et de 1^{mmq} de section; soumettons-le à une tension telle, que son allongement soit égal à son coefficient de dilatation (en négligeant la *contraction* transversale). La pression nécessaire p sera, d'après (1),

$$p = E\alpha. \tag{2}$$

Cette pression p aura donc exactement le même effet qu'une élévation de température de 1° du fil (en négligeant pareillement la *dilatation* transversale); et, dans ce second cas, la chaleur fournie au métal aura effectué un travail égal à $E\alpha$. Or, la chaleur nécessaire pour élever le fil de 0 à 1° est $C \times D$, C désignant la chaleur spécifique à pression constante, et D le poids du métal qui peut être représenté par sa densité, puisque le volume du fil est égal à 1.

Ce sont ces deux quantités $E\alpha$ et CD que je vais comparer.

Remarquons que, $E\alpha$ représentant un travail, $\frac{E\alpha}{J}$ (J désignant

l'équivalent mécanique de la chaleur) sera la quantité de chaleur équivalente. De sorte que nous comparons en somme la quantité de chaleur correspondant à la dilatation du métal à la quantité de chaleur nécessaire pour élever de 1° la masse du fil.

I. La comparaison n'est pas des plus faciles pour tous les métaux, à cause de l'indécision où l'on se trouve pour plusieurs d'entre eux sur la vraie valeur du coefficient E. Cependant, pour un assez grand nombre, en prenant soit la moyenne des valeurs trouvées par plusieurs expérimentateurs, soit, dans quelques cas, la valeur la plus probable ([1]), on arrive à ce résultat remarquable que le rapport $\frac{E\alpha}{CD}$ est constant. C'est ce que montre le Tableau suivant :

Métaux.	E.	α.	C.	D.	$\frac{E\alpha}{CD}$.	
Pt....	17000	0,000009	0,032	21,0	0,228	
Ag....	7500	0,0000192	0,057	10,6	0,235	
Cu....	12500	0,0000170	0,095	8,9	0,245	
Au ...	8600	0,0000155	0,032	18,0	0,231	
Pd ...	12200	0,0000118	0,059	11,2	0,218	Moyenne. 0,230
Al....	6700	0,0000220	0,218	2,7	0,250	
Fe....	19900	0,0000110	0,114	7,8	0,246	
Sn....	4500	0,0000200	0,056	7,3	0,220	
Pb ...	2600 ([2])	0,0000295	0,031	11,2	0,220	
Zn....	9500 (?)	0,0000299	0,096	6,2	0,421	
Cd....	6000 (?)	0,0000310	0,057	8,8	0,375	

Ce Tableau montre que :

1° Pour les neuf premiers métaux le rapport $\frac{E\alpha}{CD}$ est *sensiblement* constant; la moyenne des résultats obtenus est 0,230; les écarts avec cette moyenne ne dépassent pas $\frac{1}{15}$.

2° Pour les deux derniers, le zinc et le cadmium, il n'y a pas à s'étonner de la différence que présente le rapport $\frac{E\alpha}{CD}$, car on peut dire sans crainte que le coefficient E n'est pas connu, sa valeur

([1]) VIOLLE, *Cours de Physique*, t. I, p. 413. — MASCART et JOUBERT, *Cours d'Électricité*, t. II. — *Annuaire du Bureau des Longitudes*, p. 534; 1890.

([2]) Déduit du coefficient de compressibilité du plomb.

variant suivant les expérimentateurs, pour le zinc de 10000 environ à 8000, pour le cadmium de 6000 à 4000; en particulier, ce dernier nombre ramènerait le rapport à la valeur 0,250. Il est donc impossible d'en rien conclure. Ces métaux offrent d'ailleurs, on le sait, une structure cristalline.

3° Si nous voulons que D représente non plus la densité, mais le poids du fil de métal considéré exprimé en kilogrammes, il suffira de multiplier le rapport par 10^3, ce qui donnera comme moyenne : 230.

II. Admettons donc qu'on ait pour tous les métaux la relation

$$\frac{E\alpha}{CD} = 0,23 \cdot 10^3. \tag{2}$$

On peut en tirer des conséquences intéressantes au point de vue de la Thermodynamique.

1° Reprenons le fil de métal précédent; appliquons-lui pendant un temps très court la tension E. Il se refroidira d'un nombre de degrés Θ donné par la formule [1]

$$\Theta = \frac{T}{J}\frac{E\alpha}{CD},$$

D désignant le poids de l'unité de longueur. Comme la tension E est très grande, le fil se romprait; appliquons-lui seulement la tension mE ($m = \frac{1}{1000}$ par exemple). Alors

$$\Theta = m\frac{T}{J}\frac{E\alpha}{CD}.$$

Θ étant petit, T sera sensiblement constant (273° par exemple). Et comme $\frac{E\alpha}{CD}$ est constant aussi, on en conclura que :

Un fil d'un métal quelconque de même longueur et de même section soumis à une tension égale à une même fraction de son coefficient d'élasticité se refroidira d'un même nombre de degrés.

En remplaçant T, J, $\frac{E\alpha}{CD}$ respectivement par 273, 430 et 230,

(1) [illegible] t. VII, p. [illegible]

on trouve

$$\theta = 0^{\circ},15.10^{3} \times m,$$

Si $m = \frac{1}{1000}$,

$$\theta = 0^{\circ},15.$$

Or Joule a étudié le refroidissement θ_1 de fils métalliques soumis à une traction et a donné ([1]) « l'effet thermique d'une traction de 1 livre sur un prisme de 1 pied de longueur, pesant 1 livre à 0° C ».

Ces prismes ont alors une section proportionnelle à $\frac{1}{d}$ et la tension de 1^{livre} représente la tension par unité de surface

$$\theta_1 = \frac{T}{J}\,\frac{\alpha}{CD} \times \left(\frac{1^{\text{livre}}}{s}\right).$$

Si nous multiplions θ_1 par E, nous devons donc trouver un nombre constant, d'après ce qui a été dit. Or Joule donne les valeurs suivantes de θ_1 :

	θ_1.	E.	$E\theta_1$.
Fer..........	0,000022	19900	0,438
Cuivre.......	0,0000355	12500	0,443
Plomb.......	0,0001847	2600	0,478
		Moyenne....	0,45

La vérification paraîtra satisfaisante si l'on considère que les deux facteurs du produit varient de 1 à 10 et que le coefficient E pour le plomb n'est pas absolument sûr; 2600 est la limite supérieure. Les deux voies qui nous conduisent au même résultat sont si différentes, qu'elles peuvent être regardées comme un contrôle précieux l'une de l'autre.

2° Dans la relation $\frac{E\alpha}{CD} = 230$, divisons $E\alpha$ par J, nous aurons

$$\frac{\frac{E\alpha}{J}}{CD} = \frac{230}{J},$$

$\frac{E\alpha}{J}$ étant la quantité de chaleur équivalente au travail de dilatation $E\alpha$. Le nombre J étant sensiblement égal à 430, on voit que le rapport $\frac{\frac{E\alpha}{J}}{CD}$ est à peu près $\frac{1}{2}$. Donc :

([1]) Verdet, *loc. cit.*

Si l'on porte un fil d'un métal quelconque de 0°C. *à* 1°C., *le rapport de la quantité de chaleur équivalente au travail de dilatation de ce fil à la quantité de chaleur totale fournie est constant et sensiblement égal à* $\frac{1}{2}$.

Ou encore :

La quantité de chaleur nécessaire pour porter le fil de 0°C. *à* 1°C. *se partage en deux : une moitié effectue le travail de dilatation, l'autre moitié élève la température.*

3° Considérons, au lieu du coefficient de dilatation linéaire du métal, le coefficient de dilatation cubique $\alpha_1 = 3\alpha$; au lieu du coefficient d'élasticité E, ce qu'on pourrait appeler le coefficient d'élasticité cubique (par mètre carré) E_1, autrement dit l'inverse du coefficient de compressibilité cubique; d'après Poisson, on a

$$E_1 = \frac{2}{3} E.$$

La *chaleur de dilatation* l à 0°C est (¹)

$$l = \frac{T}{J} E_1 \alpha_1,$$

rapportée à l'unité de volume, le mètre cube; si D représente la densité, $D.10^3$ est le poids du mètre cube. Nous aurons donc

$$l = \frac{T}{J} \times \frac{2}{3} E \times 3\alpha \times 10^6 = \frac{T}{J} \times 2 E\alpha 10^6.$$

et en comparant cette valeur au produit $CD.10^3$

$$\frac{l}{CD.10^3} = 2T \cdot \frac{\frac{E\alpha}{J}}{CD} \cdot 10^3,$$

ou si on prend $\frac{E\alpha}{CD \times J} = \frac{1}{2} \cdot 10^{-3}$,

$$\frac{l}{CD.10^3} = T.$$

(¹) VERDET, *loc. cit.*

Donc :

Le rapport de la chaleur de dilatation à la capacité calorifique de l'unité de volume est constant pour tous les métaux et égal sensiblement à la température absolue T.

On pourra donc calculer la chaleur latente de dilatation de tous les métaux, connaissant leur chaleur spécifique à pression constante.

4° Cette quantité une fois connue, on aura de même la chaleur spécifique à volume constant par l'application de la formule

$$C = c + l\frac{dv}{dt},$$

c'est-à-dire

$$C = c + l\frac{\alpha_1}{D.10^3},$$

d'où

$$c = C(1 - \alpha_1 T).$$

Donc, connaissant la chaleur spécifique à pression constante et le coefficient de dilatation cubique de tous les métaux, on aura leur chaleur spécifique à volume constant.

5° Il en sera de même des autres coefficients h, λ, et k employés en Thermodynamique : on obtient immédiatement

$$h = -\frac{T}{J}\frac{\alpha_1}{D}10^{-3}, \qquad \lambda = \frac{CD}{\alpha_1}10^3, \qquad k = \frac{1}{J}\frac{1-\alpha_1 T}{D}10^{-3}.$$

Toutes les quantités l, c, h, λ et k sont donc définies au moyen des trois autres C, α_1 et D.

En résumé, si l'on admet la relation (2), qui semble exacte au moins avec la même approximation que la loi de Dulong et Petit sur la capacité atomique CM = const., on voit qu'elle établit : d'abord une corrélation entre l'élasticité et les autres propriétés des métaux, ce qui permettrait de calculer directement les coefficients d'élasticité non encore mesurés. De plus, elle permet, connaissant seulement la densité, le coefficient de dilatation, et la chaleur spécifique à pression constante, de faire l'étude thermique complète des métaux. A ce double point de vue, il m'a semblé intéressant de la signaler.

CORRECTIONS RELATIVES AUX EXTRÉMITÉS DES TUBES DANS LA MÉTHODE DE POISEUILLE;

PAR M. M. COUETTE.

Le coefficient de frottement intérieur ε d'un liquide coulant, suivant le premier régime, dans un tube circulaire indéfini de rayon R, avec un débit q et une différence de charge C entre deux sections droites distantes de l, est donné par la formule

$$(1) \qquad \varepsilon = \frac{\pi R^4 C}{8 l q}.$$

Mais, si le tube est limité à la longueur l, et qu'alors C soit la différence de charge entre les réservoirs d'amont et d'aval, cette formule doit être modifiée par deux termes correctifs.

Le premier est la dépense de charge qui se fait, à l'entrée du tube, pour communiquer au liquide sa vitesse d'écoulement. L'application du théorème des forces vives m'a permis (¹) d'en calculer la valeur, qui est $\frac{\rho q^2}{\pi^2 R^4}$, c'est-à-dire double de celle que l'on trouve pour une vitesse en mince paroi.

Le second est relatif aux frottements qui se produisent au voisinage des extrémités du tube, surtout de l'entrée, tant au dehors que dans la région intérieure, où le mouvement n'est pas encore le même que dans un tube indéfini. J'ai montré qu'il pouvait être représenté par un allongement fictif λ du tube, probablement de l'ordre de grandeur de quelques diamètres, mais dont je n'ai pu assigner *a priori* la valeur.

En conséquence, la formule (1) doit être remplacée par la suivante (²) :

$$(2) \qquad \varepsilon = \frac{\pi R^4 \left(C - \frac{\rho q^2}{\pi^2 R^4} \right)}{8(l + \lambda) q}.$$

(¹) Thèse de doctorat, p. 66; 1890.

(²) La formule de M. E. Hagenbach (*Pogg. Ann.*, t. CIX, 1860), souvent employée en Allemagne, diffère de la nôtre : 1° en ce que $\frac{\rho q^2}{\pi^2 R^4}$ y est multiplié par $\frac{1}{\sqrt{2}}$, 2° par l'absence de λ.

En désignant par ε_1 et ε_2 les deux valeurs approchées que l'on obtient en négligeant les deux corrections ou seulement la seconde, nous poserons

$$\varepsilon_1 = \frac{\pi R^4 C}{8 l q}, \qquad \varepsilon_2 = \frac{\pi R^4 \left(C - \frac{\rho q^2}{\pi^2 R^4}\right)}{8 l q},$$

et nous aurons par suite les relations

$$(3) \qquad \varepsilon_2 = \varepsilon_1 - \frac{\rho q}{8 \pi l},$$

$$(4) \qquad \varepsilon = \varepsilon_2 \frac{l}{l + \Lambda}.$$

Dans la première série des expériences de Poiseuille [1], les corrections se sont trouvées négligeables, à cause de la petitesse du débit q et de la grandeur du rapport $\frac{l}{R}$. Mais, dans la seconde série, elles ont une influence notable, qui fait croître rapidement ε_1 en même temps que q dans un même tube. Au contraire, ε_2 ne croît que très lentement. Par exemple [2], pendant que

ε_1 varie de 0,0138 à 0,0186,
ε_2 varie de 0,0136 à 0,0139.

Cela montre : 1° l'importance et l'exactitude de la correction de force vive; 2° la constance approximative de Λ relativement aux variations de q.

Les valeurs de ε_2 données, pour les plus faibles débits, par deux tubes de même rayon et de longueurs différentes ($l = 1^{cm},575$ et $l' = 0^{cm},6775$) sont notablement différentes

$$\varepsilon_2 = 0{,}01339, \qquad \varepsilon'_2 = 0{,}01363,$$

ce qui prouve que Λ n'est pas nul. Donc, en ralentissant l'écoulement, sans augmenter la longueur du tube, on peut rendre négligeable la dépense de charge à l'entrée, mais on ne rend pas négligeable l'allongement fictif.

Mais, quand on diminue la longueur d'un tube sans modifier l'orifice d'entrée, il semble évident que l'on n'altère pas Λ; et

---

(1) *Mémoires des savants étrangers*, t. IX.

(2) *Loc. cit.* Tableaux II et IV de la deuxième série, p. 465-467.

alors l'application de la formule (4) aux deux longueurs successives, fournit deux équations

$$\varepsilon = \varepsilon_2 \frac{l}{l + \Lambda} = \varepsilon'_2 \frac{l'}{l' + \Lambda},$$

qui déterminent les deux inconnues ε et Λ. On trouve ainsi, pour l'exemple cité,

$$\Lambda = 0^{cm},041,$$

c'est-à-dire à peu près le triple du diamètre (0^{cm},014) des tubes, et

$$\varepsilon = 0,01303,$$

nombre qui diffère de moins de $\frac{1}{200}$ de celui (0,01309) que donne la première série de Poiseuille.

WIEDEMANN'S ANNALEN DER PHYSIK UND CHEMIE.

T. XXXVI, XXXVII, XXXVIII; 1889.

P. BOHL. — La loi de l'attraction moléculaire, t. XXXVI, p. 333-346.

M. Bohl suppose que les molécules d'un gaz s'attirent en raison inverse d'une puissance n de la distance, et cherche à exprimer, dans cette hypothèse, la relation qui lie la température t au volume v et à la pression p. Il trouve que l'on devrait avoir

$$t = pv\varphi\left(p^{-\frac{3}{n+2}} v\right).$$

Il cherche ensuite à déterminer n à l'aide des expériences de M. Amagat sur l'acide carbonique et de M. Roth sur l'ammoniaque, l'acide sulfureux et l'éthylène. Il trouve, dans tous les cas, des valeurs de n voisines de 2.

O. MULLER. — Solubilité de l'acide carbonique dans des mélanges d'alcool et d'eau, t. XXXVII, p. 24-43.

Le coefficient de solubilité de l'acide carbonique dans des mélanges d'alcool et d'eau présente un minimum très net pour une solution contenant 28 pour 100 d'alcool en poids, et dont la

composition est sensiblement représentée par $C^2H^5OH + 6H^2O$. On sait que cette composition de la liqueur correspond à un dégagement de chaleur maximum.

W. MICHELSON. — Sur la vitesse d'inflammation normale des mélanges gazeux explosifs, t. XXXVII, p. 1-24.

Les expériences de M. Michelson ont été réalisées par une méthode proposée par M. Gouy (¹) et consistant essentiellement à observer le débit de gazomètres qui alimentent la flamme bien immobile d'un brûleur. Si le cône lumineux intérieur à la flamme n'est animé d'aucun mouvement de translation appréciable, la composante normale de la vitesse d'écoulement en un point quelconque de ce cône est égale et directement opposée à la vitesse d'inflammation qu'il s'agit de mesurer. Soit V le volume du mélange brûlé par seconde, S la surface totale du cône, u la valeur moyenne de la vitesse d'inflammation, on aura

$$V = uS. \quad (1)$$

On admet que le gaz arrive à l'orifice du brûleur à la température moyenne des gazomètres, ce qui permet de calculer V.

Pour évaluer S, on prend des photographies de la flamme et on les agrandit dans un rapport suffisant pour pouvoir ensuite appliquer avec exactitude la règle de Simpson au calcul de la surface conique intérieure.

Les expériences ont porté sur des mélanges de gaz d'éclairage et d'air, d'hydrogène et d'air, d'oxyde de carbone et d'oxygène ou d'air, de méthane et d'air, enfin d'hydrogène et d'oxygène. Elles ont fourni pour la vitesse d'inflammation directe des nombres inférieurs à ceux de Bunsen et de MM. Mallard et Le Châtelier. Il faut sans doute attribuer en partie ce désaccord à ce que la température du gaz arrivant à la surface d'inflammation est supérieure à la température des gazomètres. Le volume du gaz qui s'écoule à travers la surface se trouve alors évalué trop bas, et il en résulte, d'après la formule (1), une vitesse u trop faible.

Les maxima de la vitesse mesurée par M. Michelson ne se

(¹) GOUY, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 5ᵉ série, t. XVIII, p. 1.

produisent pas exactement pour les mélanges en proportions équivalentes : ils correspondent toujours à un excès de gaz inflammable. Les courbes construites en prenant pour coordonnées la vitesse maximum d'inflammation et la composition du mélange offrent une courbure continue.

G. TAMMANN. — Sur les lois proposées par Babo et par Wüllner pour représenter les tensions de vapeur des dissolutions salines, t. XXXVI, p. 692-714.

Confirmant par la discussion des expériences de divers observateurs (Nicol, Emden, Bremer) les conclusions qu'il avait déjà tirées de ses expériences propres (1), M. Tammann montre que les lois de Babo et Wüllner ne peuvent être regardées que comme des approximations assez grossières. Il vérifie, au contraire, les lois de Kirchhoff sur la variation des tensions de vapeur des dissolutions salines avec la température.

A. SCHLEIERMACHER. — Sur la conductibilité calorifique de la vapeur de mercure, t. XXXVI, p. 346-357.

M. Schleiermacher emploie la méthode qu'il a précédemment décrite (2) à la recherche de la conductibilité calorifique de la vapeur de mercure; il remplace toutefois le fil de platine qui, dans ces conditions, s'amalgamerait rapidement, par un fil de nickel. Il trouve à la température de 203°

$$k = 0,0000185.$$

H. HENNEBERG. — Conductibilité calorifique des mélanges d'alcool éthylique et d'eau, t. XXXVI, p. 146-164.

D'après M. F. Weber, si l'on désigne par k la conductibilité calorifique, par c la chaleur spécifique, par ρ la densité d'un liquide, enfin par d la distance moyenne de deux molécules à l'état liquide, la quantité

$$\frac{kd}{c\rho}$$

(1) Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 489.
(2) *Wied. Ann.*, t. XXXIV, p. 623; 1888. Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. VIII, p. 140.

est sensiblement constante pour des liquides de propriétés chimiques semblables, et varie peu pour des liquides de propriétés différentes.

En étudiant divers mélanges d'alcool éthylique et d'eau, M. Henneberg trouve que leur conductibilité calorifique est toujours comprise entre les valeurs extrêmes correspondant à l'alcool et à l'eau et qu'elle varie d'une manière continue avec la composition du mélange. Mais la loi de Weber n'est pas exactement vérifiée. Peut-être faut-il considérer les mélanges étudiés comme contenant diverses combinaisons d'alcool et d'eau.

W. JAEGER. — Sur la vitesse du son dans les vapeurs, et sur l'évaluation de la densité des vapeurs, t. XXXVI, p. 165-213.

M. Jaeger a étudié, par la méthode de Kundt, la vitesse du son dans la vapeur d'éther, saturée ou non saturée, dans la vapeur d'alcool et dans la vapeur d'eau.

Pour tirer de cette étude les conclusions qu'elle comporte relativement au rapport des chaleurs spécifiques sous pression constante et sous volume constant, il faut remplacer, dans la formule de Laplace, le coefficient d'élasticité de la vapeur et sa densité par leurs valeurs exactes, ce qui suppose qu'on connaît d'une manière générale la relation qui lie la pression de la vapeur à son volume et à la température. Si l'on adopte pour cette relation (*Zustandsgleichung*) la forme proposée par Clausius

$$(1) \qquad \begin{cases} \dfrac{p}{RT} = \dfrac{1}{v-\alpha} - \dfrac{1}{\Theta(v+\beta)^2}, \\ \Theta^{-1} = a\,T^{-n} - b, \end{cases}$$

et si l'on désigne par d la densité de la vapeur considérée comme un gaz parfait, par u la vitesse du son, par k le rapport des deux chaleurs spécifiques, par R' la valeur de R relative à l'air, la formule de Laplace devient

$$(2) \qquad u = \sqrt{g\frac{R'T}{d_0}k}\sqrt{\frac{1}{\left(1-\frac{\alpha}{v}\right)^2} - \frac{2}{\Theta v\left(1+\frac{\beta}{v}\right)^3}}$$

et donne pour u des valeurs notablement différentes de celles que l'on calculerait en se bornant à substituer dans la formule

ordinaire de la vitesse du son dans les gaz, la densité vraie d calculée par la formule de Clausius à la densité normale d_0.

Après une discussion des valeurs de la densité d_s d'une vapeur saturée qu'il convient d'adopter dans l'état actuel de la science. M. Jaeger développe les procédés de calcul qu'il a employés et en résume les résultats dans le Tableau suivant :

Valeurs de $\frac{d_s}{d_0}$ d'après divers modes de calcul.

t.		0°.	20°.	40°.	60°.	80°.	[illegible]
Formule d'Herwig pour toutes les vapeurs		0,9831	1,018	1,053	1,086	1,118	[illegible]
D'après l'équation de Clausius	éther	1,011	1,023	1,041	1,068	1,107	[illegible]
	alcool	1,001	1,002	1,006	1,012	1,023	[illegible]
	eau	1,000	1,000	1,001	1,003	1,007	1,013
Eau, d'après Winkelmann (1)		»	»	»	»	1,020	[illegible]

On voit par la comparaison des nombres de ce Tableau quelle incertitude règne encore sur cette importante question.

Les valeurs de k calculées par la formule (2) pour l'éther sont très sensiblement constantes; mais, pour l'alcool et surtout pour l'eau, il y a encore des irrégularités graves liées peut-être à l'incertitude des constantes de la formule de Clausius. En somme, M. Jaeger adopte les valeurs moyennes suivantes :

	k.
Vapeur d'éther à 20°	1,097
Vapeur d'alcool	1,133
Vapeur d'eau	1,33

A. RAPS. — Représentation objective de l'intensité du son, t. XXXVI, p. [illegible].

Pour étudier l'amplitude et la forme des vibrations dans une colonne d'air vibrante, M. Raps emploie un procédé fort original, qui se rattache aux méthodes stroboscopiques.

Imaginons que la paroi d'un tuyau est munie, sur un nœud de vibration, d'une soupape en relation avec un manomètre sensible, que cette soupape est liée à un diapason, et que la période de vibration de celui-ci diffère d'une quantité très petite de la période

(1) *Wied. Ann.*, t. IX, p. [illegible] et [illegible]; [illegible].

de vibration du tuyau. A chaque vibration du diapason, la soupape s'ouvre sur une phase différente de la vibration du tuyau; mais, à deux ouvertures successives de la soupape, les phases sont très rapprochées et leur ensemble, pendant une période un peu longue, équivaut aux phases d'une vibration différentielle très lente. La colonne manométrique, trop paresseuse pour obéir directement aux variations rapides de pressions telles qu'elles se produisent réellement au nœud du tuyau, obéira sans difficulté aux variations lentes transmises par le jeu de la soupape. Les deux sortes de vibrations suivent d'ailleurs une loi identique. On voit que la soupape employée par M. Raps remplace la fente d'un stroboscope; le manomètre joue le rôle de l'œil de l'observateur.

La mise en pratique de cette ingénieuse méthode exige des appareils construits avec une grande précision et dont la description nous entraînerait trop loin. La soupape mobile, mise en mouvement tantôt par l'intermédiaire d'un électro-aimant, tantôt directement par le diapason excitateur, doit à la fois produire une fermeture hermétique quand elle est close, et n'opposer aucun obstacle à la libre communication du tuyau sonore et du manomètre pendant l'instant où elle est ouverte. D'autre part, le mode d'excitation du tuyau doit être tel que la hauteur du son rendu soit d'une invariabilité à peu près absolue pendant toute la durée de la période stroboscopique (8 à 9 secondes). Enfin, le manomètre doit se prêter d'une manière commode à l'enregistrement de ses indications; M. Raps emploie un manomètre à membrane et à style comparé à un manomètre à eau.

Les premières observations ont porté sur un tuyau d'orgue fermé, excité par un courant d'air dont on faisait varier l'intensité et rendant le son fondamental (184 vibrations par seconde). Avec les courants d'air les plus faibles qui font parler le tuyau, les variations de pression au fond du tuyau (nœud) sont de $\pm 0^{atm},00771$; avec les courants les plus intenses, elles atteignent $\pm 0^{atm},03481$. Ces variations correspondent respectivement à des excursions des particules d'air de $1^{mm},514$ et $6^{m},830$ au ventre de vibration, et, à cause du rétrécissement de l'embouchure, de $4^{mm},578$ et $20^{mm},18$ à cette embouchure même.

La courbe des pressions pour les plus faibles courants d'air est

une sinusoïde simple, pour des courants plus forts une sinusoïde complexe, où se révèle l'influence du premier harmonique; deux observations avec des courants moyens et forts ont donné respectivement pour l'amplitude relative du son fondamental R_1 et du premier harmonique R_3, et enfin pour la différence de phase φ entre les deux :

$$R_1 = 47,10, \quad R_3 = 3,124, \quad \varphi = 6^\circ 32',$$
$$R_1 = 53,39, \quad R_3 = 13,88, \quad \varphi = 22^\circ 21'.$$

M. Raps a pu réaliser sans difficulté, avec le même appareil, des mesures de variation de pression dans l'air libre à plus de 4^m d'un tuyau sonore. Enfin, par une disposition spéciale de deux soupapes synchroniques placées l'une au nœud, l'autre au ventre d'un tuyau ouvert et en relation avec un même manomètre, il a pu mettre en évidence la différence de phase de $\frac{1}{4}$ d'ondulation qui existe entre les vibrations en ces deux points.

M. WIEN. — Sur la mesure de l'intensité du son, t. XXXVI, p. 834-857.

M. Wien emploie un résonateur dont l'ouverture postérieure, élargie, est fermée par une membrane métallique analogue à celle d'un baromètre anéroïde. Un style appuie sur cette membrane par l'une de ses extrémités; l'autre extrémité agit sur un miroir éclairé par une fente lumineuse dont on observe l'image dans une lunette. Quand le résonateur entre en vibration, l'image de la fente s'élargit en un rectangle nettement limité sur les bords et dont on mesure la largeur à l'aide d'un micromètre oculaire. Cette largeur est proportionnelle à l'amplitude de la vibration de la membrane, par conséquent à l'excès de pression à l'intérieur du résonateur et, en dernière analyse, à l'amplitude des vibrations dans l'air au point où se trouve placé le résonateur, c'est-à-dire à la racine carrée de l'intensité.

Pour produire des sons dont on puisse modifier l'intensité très aisément, M. Wien emploie des téléphones et intercale dans leur circuit des résistances qu'on peut faire varier d'une manière arbitraire. En introduisant dans le même circuit deux téléphones placés côte à côte, et dont on attache les communications de façon que le courant parcoure les deux bobines d'abord dans le même sens.

puis en sens inverse, on vérifie sans peine que les indications du résonateur sont bien proportionnelles aux amplitudes, comme on l'a supposé ci-dessus. Nous ne reproduirons pas ici les raisonnements et les calculs assez douteux par lesquels l'auteur transforme les indications brutes de son appareil en mesures absolues.

M. Wien a fait plusieurs applications de sa méthode. En premier lieu, il cherche à reconnaître si la loi bien connue de Fechner s'applique aux sensations auditives. A cet effet, il fait varier périodiquement, et de très petites quantités, la résistance introduite dans le circuit téléphonique et il cherche à reconnaître lui-même, ou à faire reconnaître par des observateurs non prévenus, celui des deux sons émis qui est le plus intense : la fraction dont il faut altérer l'intensité pour que l'oreille apprécie le changement est sensiblement constante, conformément à la loi de Fechner, tout au moins quand l'intensité est notable; pour les intensités les plus faibles, la loi de Fechner est en défaut. On parvient à représenter les expériences par des formules telles que

$$E = C\left(\log\frac{R}{a} - p\log^2\frac{R}{a} - q\log^3\frac{R}{a}\right),$$

dans lesquelles E représente ce que Fechner est convenu d'appeler l'intensité de la sensation, R l'intensité du son, a l'intensité minimum à partir de laquelle la perception sonore commence à se produire. Les coefficients de cette formule changent, bien entendu, avec la hauteur du son.

L'étendue de la variation des intensités d'un même son perceptible à l'oreille est, pour le *la normal,* de l'ordre de 10^{12}. M. Wien évalue l'amplitude du plus faible son perceptible à $0^{\mu\mu},066$, c'est-à-dire à $6,6.10^{-9}$ centimètres.

M. Wien a encore étudié comment varie l'intensité du son avec l'énergie consommée pour le produire, 1° dans le cas d'une sirène et 2° dans celui d'un tuyau fermé. Le rapport de l'intensité à l'énergie est d'abord sensiblement constant pour les intensités les plus faibles, mais décroît pour les intensités les plus considérables : les frottements absorbent donc une fraction de l'énergie d'autant plus grande que le son rendu est plus intense.

La dernière partie du Mémoire de M. Wien est consacrée à vérifier que, dans une plaine nue (le champ de courses de Charlot-

tenburg), l'intensité du son varie en raison inverse du carré de la distance à la source sonore. Cette vérification n'est d'ailleurs qu'assez médiocrement satisfaisante.

W. PREYER. — Sur les sons résultants, t. XXXVIII, p. 131-136.

L'auteur a constaté que les sons résultants différentiels ne sont pas perceptibles pour les sujets chez lesquels le tympan est détruit ou simplement perforé. Mais il suffit parfois de verser quelques gouttes d'eau dans l'oreille lésée pour qu'une bulle. complétant momentanément le tympan perforé, rende ces sons perceptibles.

M. Preyer a réussi à produire des sons additifs sensibles par l'emploi de diapasons dont l'oreille la plus délicate ne pouvait saisir les harmoniques. Il conclut à la réalité objective des sons additifs.

B. WALTER. — Sur les indices de réfraction des dissolutions salines. t. XXXVIII, p. 107-118.

M. Walter considère les dissolutions très étendues des sels de même concentration moléculaire. Mettant à profit 1° les déterminations antérieures de Beer et Kremers ([1]), Hofmann ([2]), van der Willigen ([3]), qu'il calcule à nouveau en rapportant la concentration non à des poids égaux d'eau, mais à des poids égaux de dissolution; 2° de nouvelles mesures qu'il a lui-même réalisées, il détermine l'accroissement d'indice moyen de l'eau, qu'il rapporte ensuite fictivement à une dissolution pesant 1000^{gr}, et contenant une molécule de sel évaluée en grammes. Le Tableau suivant résume les résultats obtenus.

---

(1) BEER et KREMERS, *Pogg. Ann.*, t. CI, p. 133; 1851.
(2) HOFMANN, *Pogg. Ann.*, t. CXXXIII, p. 575; 1868.
(3) VAN DER WILLIGEN, *Musee Tayler*, t. II, p. 322; t. III, p. 15; 1869-70.

Premier groupe. — *Sels à réfraction moléculaire simple.*

Sel.	Accroissement de réfraction moléculaire.	Excès sur la moyenne.
KCl	0,01025	— 0,00006
$NaCl$	0,01036	+ 0,00005
AzH^4Cl	0,01022	— 0,0,009
$LiCl$	0,00910	— 0,00121
$KAzO^3$	0,01010	— 0,00021
$NaAzO^3$	0,00978	— 0,00053
AzH^4AzO^3	0,01040	+ 0,00009
$LiAzO^3$	0,00904	— 0,00127
$KClO^3$	0,03078	+ 0,00047
$NuClO^3$	0,01097	+ 0,00066
CH^3COOK	0,01137	+ 0,00106
CH^3COONa	0,01140	+ 0,00109
Moyenne....	0,01031	

Deuxième groupe. — *Sels à réfraction moléculaire double.*

Sel.	Accroissement de réfraction moléculaire.	Excès sur la moyenne.
K^2SO^4	0,02158	— 0,00002
Na^2SO^4	0,02144	— 0,00016
$(AzH^4)^2SO^4$	0,02033	— 0,00127
Li^2SO^4	0,01848	— 0,00312
K^2CO^3	0,02305	+ 0,00155
Na^2CO^3	0,02290	+ 0,00130
$K^2C^2O^4$	0,02341	+ 0,0.181
Moyenne....	0,02160 = 0,01080 × 2	

On remarquera que, pour ces deux groupes de sels, si au lieu de rapporter les résultats aux poids moléculaires on les rapporte aux équivalents (égaux aux poids moléculaires dans le premier groupe, moitié moindres dans le second), les excès de réfraction produits par les équivalents de ces divers sels sont sensiblement égaux.

Troisième groupe. — *Sels à réfraction moléculaire triple.*

Sel.	Accroissement de réfraction moléculaire.	Excès sur la moyenne.
$CuCl^2$	0,03095	+ 0,00015
$CuSO^4$	0,03021	— 0,00059
$ZnSO^4$	0,03091	+ 0,00011

Troisième groupe. — ***Sel à réfraction moléculaire triple*** **(suite).**

Sel.	Accroissement de réfraction moléculaire.	Excès sur la moyenne.
$FeSO^4$	0,02994	— 0,00084
$Cu(AzO^3)^2$........	0,03310	+ 0,00230
$Pb(AzO^3)^2$........	0,03094	+ 0,00014
$Ba(AzO^3)^2$	0,03080	0,00000
$Sr(AzO^3)^2$........	0,02954	— 0,00126
Moyenne....	$0,03080 = 0,01027 \times 3$	

Pour ces derniers sels, si l'on rapportait les résultats à l'équivalent, l'excès de réfraction serait les $\frac{3}{2}$ de ce qu'il est pour les sels des deux groupes précédents.

R. EMDEN. — Sur le commencement de l'émission lumineuse par les métaux incandescents, t. XXXVI, p. 214-235.

On admet communément, d'après Draper (¹), que tous les corps solides commencent à émettre de la lumière vers 525°, que la lumière émise est alors rouge sombre et que son spectre s'étend de B à *b*; enfin qu'à mesure que la température s'élève ce spectre se développe d'un seul côté, à savoir vers les longueurs d'onde décroissantes.

Les conclusions de Draper ont été infirmées par les recherches récentes de F. Weber (²), de Stenger (³) et de Ebert (⁴). D'après M. Weber, l'incandescence d'un corps commence à se manifester par la perception d'une sorte de gris sombre (*gespenstergrau, düsternebelgrau*), qui devient peu à peu plus clair, puis gris jaunâtre, enfin rouge sombre. La longueur d'onde du premier gris que l'on aperçoit coïncide à peu près avec celle du jaune verdâtre du spectre. Il en résulte qu'au lieu de s'étendre d'un seul côté, comme le veut Draper, le spectre des corps incandescents commence à apparaître vers la partie moyenne et s'étend ensuite

(¹) Draper, *Phil. Mag.*, t. XXX, p. 345; 1847.
(²) F. Weber, *Wied. Ann.*, t. XXXII, p. 256; 1887.
(³) Stenger, *Wied. Ann.*, t. XXXII, p. 271; 1887.
(⁴) Ebert, *Wied. Ann.*, t. XXXIII, p. 136; 1888.

de part et d'autre, simultanément, vers le violet et vers le rouge.

M. Emden indique à cet égard une expérience à la fois très simple et très probante. Elle consiste à faire rougir, par un courant, un fil fin placé verticalement et à en examiner le spectre à l'aide d'un prisme dont l'arête est aussi verticale. En réglant convenablement l'intensité du courant, le fil, refroidi par le contact des pinces terminales, ne commence à rougir qu'à une distance sensible de ses extrémités. On constate que le spectre correspondant est triangulaire : sa partie la plus intense, à la base, correspondant aux régions les plus chaudes du fil, s'étend du rouge jusque vers le violet, tandis que la partie supérieure s'amincit progressivement de part et d'autre du jaune verdâtre, et ne laisse à son extrémité, correspondant à un point du fil relativement froid, qu'une faible sensation de gris.

L'auteur s'est proposé de déterminer la température à laquelle apparaît la première trace de lumière, et de reconnaître si cette température est la même pour différents métaux. A cet effet, il a opéré de nuit et dans une chambre noire. Un bec de gaz était coiffé d'une sorte de chapeau conique fermé à sa partie supérieure par une lame mince du métal à étudier. Cette lame, à son tour, fermait à sa partie inférieure un cône évasé vers le haut, de 20^{cm} de hauteur, et à la partie supérieure duquel se plaçait l'œil de l'observateur. Un couple thermo-électrique, soigneusement calibré, était en contact par l'une de ses soudures avec la partie supérieure de la lame, tandis que l'autre soudure était maintenue dans la glace. Un aide, placé dans une salle voisine, observait, à un signal donné, l'impulsion d'un galvanomètre balistique en communication avec le couple thermo-électrique.

L'observation du premier gris sombre, avec un métal donné, fournit des résultats concordants à 3° ou 4° près. Voici les moyennes obtenues avec divers métaux :

Maillechort	403°	Platine	408°
Platine (impur). ...	404	Argent	415
Fer.................	405	Cuivre..............	415
Laiton..............	406	Or.................	423
Palladium...........	408		

Ce résultat paraît, au premier abord, en contradiction avec cette loi de Kirchhoff que tous les corps commencent à émettre une

même radiation à la même température : il n'en est rien. On sait, en effet, que notre œil exige, pour être impressionné, un certain minimum de force vive, et M. Emden fait observer qu'on n'est en droit de tirer de ses expériences qu'une seule conclusion : à savoir que le minimum nécessaire à la perception n'est pas atteint pour les divers métaux à la même température. Il explique de même l'apparition du premier gris sombre par la remarque que le minimum de force vive nécessaire pour impressionner la rétine varie beaucoup avec la longueur d'onde : l'œil est particulièrement sensible au jaune verdâtre avoisinant la raie D ; sa sensibilité décroît rapidement vers les deux extrémités du spectre. On ne serait donc nullement fondé à conclure que les métaux incandescents commencent effectivement à émettre de la lumière jaune verdâtre avant d'émettre de la lumière rouge, ce qui paraît bien improbable. Les curieuses expériences que nous venons de résumer prouvent seulement que notre œil est impropre à résoudre seul de telles questions.

H. ÉBERT. — Le principe de Doppler est-il applicable aux molécules gazeuses. t. XXXVI, p. 466-473.

Si l'on admet que le principe de Doppler est applicable à une molécule isolée et qu'on adopte la théorie cinétique des gaz, la longueur d'onde apparente, correspondant à l'émission lumineuse d'une même radiation par un gaz incandescent, variera, suivant *la vitesse* de la molécule et *sa direction*, entre des valeurs extrêmes dont on peut trouver une limite inférieure, en admettant que toutes les molécules du gaz possèdent une vitesse de direction quelconque, mais toujours égale en grandeur à leur vitesse moyenne à la température considérée.

D'autre part, on sait que la largeur des raies spectrales limite les différences de marche susceptibles de donner des franges d'interférence distinctes. Dans un travail antérieur, M. Ébert [1] a obtenu des franges nettement visibles avec des valeurs de la différence de marche supérieures aux limites calculées d'après les considérations du paragraphe précédent. Il en conclut que le principe de Doppler n'est pas applicable individuellement aux molécules d'une masse gazeuse.

---

[1] *Wied. Ann.*, t. XXXII, p. 337, et t. XXXIV, p. 56 ; 1887-88.

E. WIEDEMANN. — Sur le mécanisme de l'émission lumineuse, t. XXXVII, p. 177-248.

Sur le second principe de la Thermodynamique, t. XXXVIII, p. 485-487.

Sur la cathodo- et la phospholuminescence des verres, p. 488-489.

En vue d'éclaircir le mécanisme de l'émission lumineuse, notamment dans le cas des corps phosphorescents ou fluorescents, M. Wiedemann a entrepris des recherches de très longue haleine dont il ne publie, dans les Mémoires actuels, que les premiers résultats.

1. Après avoir comparé, à diverses températures, le rayonnement total d'un fil de platine incandescent à l'intensité photométrique de la lumière émise et confirmé les résultats déjà publiés à ce sujet par Sir W. Siemens ([1]) et M. Violle ([2]), M. E. Wiedemann détermine en particulier l'intensité du rayonnement total émis vers 1000° par un centimètre carré de platine et en fixe la valeur à 4,7 calories-grammes par seconde. Si l'on admet, d'après M. Wien ([3]), que l'épaisseur de la couche qui prend part à l'émission est d'environ 10^{-5} centimètres, on trouve que 1^{gr} de platine superficiel à 1000° émet $2,2.10^4$ calories par seconde. Il suffit de 38 calories pour échauffer 1^{gr} de platine de 0° à 1000° : l'énergie rayonnée par seconde et pour 1^{gr} de platine superficiel est, d'après ce qui précède, 600 fois supérieure.

M. Wiedemann a aussi déterminé le rapport des énergies rayonnées par le platine à 1000° et par une flamme monochromatique à chlorure de sodium. A cet effet, il calcule d'abord, à l'aide de la courbe des intensités calorifiques de la lampe Bourbouze donnée par M. Mouton ([4]), le rapport r de l'intensité calorifique rayonnée par le platine entre deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 comprenant la raie D, à l'intensité calorifique rayonnée totale ; les limites λ_1 et λ_2 sont fixées par la largeur de la fente et par la

([1]) W. Siemens, *Proceed. Roy. Soc. London*, t. XXXV, p. 166; 1883.

([2]) Violle, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XCII, p. 866 et 1204.

([3]) Wien, *Wied. Ann.*, t. XXXV, p. 57; 1888.

([4]) Mouton, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXXXIX, p. 295; 1879.

dispersion du prisme. M. Wiedemann a trouvé $r = \frac{1}{556}$. Il a ensuite comparé, au photomètre, l'intensité des lumières jaunes rayonnées par le platine et par la lampe monochromatique. Celle-ci est du système de M. Ébert ([1]) : un pulvérisateur spécial introduit dans la flamme une quantité de sel que l'on peut déterminer quantitativement; dans des limites assez larges, on trouve que l'intensité de la lumière émise varie proportionnellement à la quantité de sel.

Cela posé, il n'y a aucune difficulté à rapporter l'intensité de la radiation émise par la lampe à 1^{gr} de sodium, et comme la totalité de l'énergie rayonnée par le sodium (abstraction faite des raies infra-rouges) se trouve dans la lumière jaune, si l'on veut comparer les énergies totales émises par 1^{gr} de sodium ou de platine, il faudra multiplier par 556 le rapport des intensités lumineuses évalué pour la raie D. On trouve ainsi, pour la valeur absolue de l'énergie rayonnée par 1^{gr} de sodium, $3,22.10^3$ calories par seconde.

Enfin M. Wiedemann a cherché, mais sans succès bien décisif, à calculer la quantité totale d'énergie que serait en mesure de rayonner un corps phosphorescent abandonné à lui-même. Les phosphorescences persistantes paraissent souvent liées à une altération chimique : l'intensité des radiations émises ne décroît pas suivant la loi exponentielle que l'on serait porté à prévoir. Toutefois on peut soupçonner l'ordre de grandeur de cette quantité d'énergie disponible, que l'on doit supposer emmagasinée à l'état de force vive, soit dans les molécules matérielles ou dans l'éther qui les entoure. Eu égard à la petitesse de la masse de l'éther lumineux, M. Wiedemann pense que cette force vive ne peut raisonnablement être assignée qu'aux molécules matérielles elles-mêmes.

2. M. Wiedemann appelle *température de luminescence* d'un corps luminescent pour les radiations d'une certaine longueur d'onde, la température à laquelle il faudrait porter ce corps pour qu'il émît, par la voie ordinaire de l'incandescence, des rayons de cette même longueur d'onde. Il attribue l'incandescence aux vibrations d'ensemble des molécules matérielles; la luminescence

([1]) Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. VIII, p. 602.

aux mouvements internes des molécules. On admet que, dans le cas des gaz, un équilibre déterminé s'établit, par suite des chocs de molécule à molécule, entre les deux sortes de force vive; mais on peut imaginer des conditions telles que cet équilibre ne puisse s'établir que d'une manière très lente : si une cause convenable excite alors au sein des molécules des vibrations internes de très grande intensité, la luminescence se produira, bien que la température, rapportée à la force vive des vibrations d'ensemble, puisse être très basse. Dans ces conditions, la définition de la température perd sa rigueur, et, d'après M. Wiedemann, le second principe fondamental de la Thermodynamique, tel qu'il a été formulé par Clausius, cesse d'être applicable.

« Excitons la phosphorescence d'un morceau de spath à 0° sous l'action de la lumière : il émet une lueur rouge clair. Portons-le, à ce moment, au centre d'une sphère creuse de platine à température plus haute (par exemple à 1°), dans laquelle nous faisons le vide le plus complètement possible, pour éviter toute convection, toute conductibilité. Pour les rayons infra-rouges émis par le platine, la loi de Clausius conserve sa rigueur, mais, puisque le spath est transparent pour ces rayons, ils ne l'échauffent pas; on pourrait d'ailleurs interposer entre le platine et le spath une enveloppe à 0°, opaque pour les rayons obscurs, transparente pour les rayons visibles. Les rayons rouges émis par le spath sont absorbés par le platine et l'échauffent : on a donc transporté de la chaleur d'un corps froid sur un corps chaud, en dehors de toute dépense simultanée de travail. »

Il est vrai que si l'on fait entrer en compte la source lumineuse qui a excité la phosphorescence et si l'on ne considère le spath que comme un intermédiaire, la loi de Clausius se trouve vérifiée : la source lumineuse, le Soleil par exemple, est à une température supérieure à celle du platine qui est en définitive échauffé. Mais on observera que les deux phénomènes élémentaires ne sont pas simultanés : il est donc légitime de considérer séparément le dernier, auquel la loi de Clausius ne s'applique pas.

3. Dans son dernier Mémoire, M. Wiedemann insiste sur la différence des radiations émises par un même corps suivant son

mode de luminescence. Les flints lourds boratés ou phosphatés sont phosphorescents, c'est-à-dire présentent la *photoluminescence*, ils ne présentent pas de *cathodoluminescence* sensible : les crowns offrent une belle photoluminescence verte, une cathodoluminescence vert-serin ; enfin les flints à base de plomb et quelques rares crowns ont, avec la photoluminescence verte, une belle cathodoluminescence bleue.

V. KLATT et PH. LENARD. — Sur la phosphorescence du cuivre, du bismuth et du manganèse dans les sulfates alcalino-terreux, t. XXXVIII, p. 90-107.

Conformément à des faits déjà constatés par MM. Verneuil (¹) et Lecoq de Boisbaudran (²), les auteurs rejettent l'hypothèse qui attribue les différences de propriétés d'un même sulfure alcalino-terreux à des différences de structure. Ces sulfures, à l'état de pureté absolue, n'offriraient pas de phosphorescence propre.

Les auteurs résument ainsi leurs conclusions :

1. Les sulfures de calcium doués d'une belle phosphorescence sont des mélanges de trois éléments : 1° le sulfure de calcium; 2° un métal actif; 3° un troisième corps qui, ajouté *seul* au sulfure de calcium, se montre inactif.

2. Les métaux actifs sont le manganèse, le cuivre, le bismuth et un quatrième métal non déterminé. A chacun de ces métaux correspond une bande spéciale dont la situation est invariable. Des masses extraordinairement faibles de ces métaux sont déjà actives : l'intensité de la phosphorescence produite croît d'abord avec la proportion de métal étranger, puis diminue et s'annule. Le maximum est obtenu avec des masses de métal très faibles.

3. Le troisième élément employé est toujours un sel incolore, fusible à la température où l'on prépare les *phosphores*. Il enduit la masse et la pénètre d'une sorte de vernis, en dissolvant le métal actif et produisant une coloration très faible, sans laquelle il n'y a pas de phosphorescence.

(¹) VERNEUIL, *Comptes rendus*, t. CIII, p. 600, t. CIV, p. 501 ; 1886-87.

(²) LECOQ DE BOISBAUDRAN, *Comptes rendus*, t. CIII, p. 468, 629 et 1107 ; t. CIV, p. 330, 478, 554, 824 et 1680 ; t. CV, p. 45, 206 et 1228 ; t. CVI, p. 452, 1381, 1708 et 1781 ; 1886-87.

O. TUMLIRZ. — Équivalent mécanique de la lumière, t. XXXVIII, p. 640-662.

Sous le nom d'*équivalent mécanique de la lumière,* M. Tumlirz entend simplement l'énergie rayonnée par seconde sous forme de radiations visibles par un étalon lumineux pris pour unité. C'est la lampe à acétate d'amyle.

1. M. Tumlirz détermine d'abord le rayonnement total de la lampe à l'aide d'un thermomètre à air de construction spéciale. Le réservoir de ce thermomètre cylindrique et horizontal, noirci à l'intérieur, est fermé à la base par une plaque de sel gemme exposée au rayonnement de la lampe; il est protégé latéralement par une double enveloppe, et sa tige, inclinée à l'horizon, se termine dans un réservoir contenant un liquide très mobile qui monte dans la tige jusqu'à une certaine hauteur.

L'appareil ainsi disposé n'est jamais en équilibre. On observe la marche de la colonne thermométrique : 1° quand la plaque de sel gemme est protégée contre le rayonnement de la lampe; 2° quand elle y est soumise.

Pour déduire de là la quantité de chaleur rayonnée par la lampe, il faut d'abord remarquer que les réflexions sur les deux faces du sel gemme affaiblissent la chaleur admise à l'intérieur du thermomètre à air dans le rapport $\frac{1}{1,094}$.

Connaissant la valeur en eau du réservoir thermométrique, on déduit de la valeur de l'échauffement en une seconde dû à la lampe : 1° la quantité de chaleur admise; 2° en multipliant par 1,094 la chaleur incidente; 3° enfin, on multiplie par le rapport $\frac{4\pi r^2}{s}$ de la surface sphérique ayant pour centre le centre de la flamme et pour rayon r sa distance à la plaque de sel gemme, à la surface s de la plaque; on obtient ainsi la chaleur rayonnée totale.

2. Un second groupe d'expériences est réalisé à l'aide d'une simple pile thermo-électrique que l'on expose successivement au rayonnement direct de la flamme et au même rayonnement tamisé à travers la dissolution normale d'iode dans le sulfure de carbone. On en déduit le rapport de l'énergie lumineuse à l'énergie totale. Cette dernière étant connue par les expériences thermométriques,

on est en mesure de calculer l'énergie lumineuse évaluée en unités absolues.

M. Tumlirz trouve pour la lampe à acétate d'amyle 0,00361 calories-grammes par seconde. La bougie allemande de paraffine, qui vaut 1,24 unités de M. Tumlirz, représente donc une énergie lumineuse de 0,00447 calories-grammes par seconde ([1]).

H. EBERT. — Deux formes de spectrographes, t. XXXVIII, p. 489-493.

Aujourd'hui que l'on possède des plaques photographiques sensibles pour toutes les régions du spectre, un intérêt de plus en plus grand s'attache à la production de spectres photographiques normaux.

Les deux spectrographes de M. Ebert sont d'une grande simplicité et ne comprennent, en dehors d'un réseau plan à réflexion, qu'un seul organe optique : dans le premier, une lentille de quartz; dans le second, un miroir concave. Les rayons issus de la fente et rendus parallèles par la lentille ou le miroir tombent sur le réseau. Les rayons diffractés parallèles sont à leur tour réunis par la lentille ou le miroir et vont former leur foyer sur la plaque photographique. On incline à volonté le réseau sur la lumière incidente, pour photographier dans leurs diverses parties lumineuses ou ultra-violettes les spectres des divers ordres.

H. KAYSER et C. RUNGE. — Bandes du charbon dans l'arc électrique, t. XXXVIII, p. 80-90.

Les auteurs ont étudié photographiquement les bandes de l'arc électrique attribuées au charbon ou à ses combinaisons. Ils reconnaissent, contrairement à l'opinion antérieurement émise par M. Kayser ([2]), que certaines de ces bandes doivent être attribuées

([1]) Nous ajouterons que, si l'on adopte pour le rapport des valeurs photométriques des divers étalons les nombres donnés par M. Violle, et si l'on veut bien admettre, avec M. Tumlirz, la proportionnalité de l'énergie lumineuse à la valeur photométrique, il en résulterait pour l'énergie lumineuse de l'étalon Carcel 0,03527 et pour l'étalon absolu de M. Violle 0,07332 calories-grammes par seconde. Remarquons d'ailleurs que l'hypothèse de M. Tumlirz est vraisemblablement inexacte, pour des interpolations aussi considérables que celles que nous effectuons ici.

([2]) KAYSER, *Lehrbuch der Spectranalyse*, p. 249.

au cyanogène, mais ils persistent à attribuer les autres au charbon lui-même. Quoi qu'il en soit de cette affirmation (bien difficile à contrôler puisque le charbon n'est jamais complètement dépouillé de gaz absorbés physiquement ou de traces de combinaisons carbonées), MM. Kayser et Runge décrivent, avec un soin auquel il faut rendre justice, la structure très complexe de ces bandes, et essayent, d'ailleurs sans succès bien net, d'appliquer à leurs éléments linéaires les diverses formules proposées par M. Deslandres (¹).

Chaque bande est limitée vers le rouge par une ou plusieurs *arêtes* à partir desquelles prennent naissance les groupes réguliers de raies (doublets ou triplets) qui les constituent; ces éléments diminuent d'éclat à mesure que l'on s'écarte de l'arête correspondante. Voici les longueurs d'onde attribuées, par MM. Kayser et Runge, aux arêtes caractéristiques :

Bandes du charbon.

Arêtes.	1ʳᵉ bande.	2ᵉ bande.	4ᵉ bande.	5ᵉ bande.
1..........	5635,43	5165,30	4737,18	4381,93
2..........	5585,50	5129,36	4715,31	4371,31
3..........	5540,86	»	4697,57	4365,01
4..........	»	»	4684,94	»

Bandes du cyanogène.

Arêtes.	2ᵉ bande.	3ᵉ bande.	4ᵉ bande.
1..............	4216,12	3883,55	3590,48
2..............	4197,24	3871,54	3585,95
3..............	4180,98	3861,86	3584,06
4..............	4167,77	3855,06	»
5..............	4156,17	»	»
6..............	4152,88	»	»

A. WULLNER. — Sur la transformation progressive des spectres des gaz, t. XXXVIII, p. 619-640.

Les nouvelles observations de M. Wüllner ont porté exclusivement sur l'azote et sur l'oxygène.

Le spectre de bandes que présente le premier de ces gaz, soumis à une pression assez élevée, à la décharge d'une bobine d'induction, se compose en réalité d'un très grand nombre de lignes

(¹) DESLANDRES, *Comptes rendus*, t. CIII, p. 75, t. CIV, 972; 1886-87.

brillantes très fines et très rapprochées : on les sépare très bien les unes des autres, en observant à travers une couche de gaz d'épaisseur suffisante. M. Wüllner emploie à cet effet des tubes de $1^m,50$ de long, courbés en double T, de façon qu'on puisse placer les électrodes latéralement, et il présente ces tubes à l'appareil spectroscopique dans le sens de leur longueur.

Le spectre de bandes de l'azote se modifie sensiblement quand on élève la température du gaz par l'introduction dans le circuit d'une bouteille de Leyde et d'une petite interruption en dehors du tube à gaz raréfié. Cette modification ne se produit d'ailleurs d'une manière appréciable qu'à partir d'une longueur d'onde de 571,5. Mais si l'on vient ensuite à diminuer la pression à l'intérieur du tube, en maintenant la bouteille de Leyde dans le circuit, l'aspect du spectre se modifie progressivement et profondément; il finit par se confondre avec le spectre de lignes de Plücker.

L'oxygène se comporte d'une manière moins complexe, mais le nombre et l'éclat relatif des raies se modifient aussi d'une manière continue avec la pression du gaz.

Le Mémoire est accompagné d'une description détaillée des spectres de l'azote et de l'oxygène. Le nombre de raies mesurées par M. Wüllner, à l'aide de ses longs tubes, est très supérieur à celui des raies signalées jusqu'ici par les divers expérimentateurs.

M. Wüllner est toujours opposé à l'idée qui fait dépendre les diverses formes du spectre d'un même gaz de phénomènes de dissociation dont la molécule du gaz serait le siège.

W. WIRTZ. — Influence de l'électricité sur l'évaporation des liquides et sur leur écoulement par des tubes capillaires, t. XXXVII, p. 516-521.

L'auteur croit pouvoir tirer de ses expériences les conclusions suivantes :

L'électrisation d'un liquide dont la surface est bien exempte de poussière diminue son évaporation : cette diminution est plus marquée avec l'électricité positive qu'avec l'électricité négative, tout au moins quand l'électrisation de l'atmosphère est elle-même positive. Elle devient moindre et peut même se changer en augmentation quand la surface du liquide est suffisamment riche en poussière.

La vapeur qui s'échappe d'un liquide électrisé est elle-même à l'état neutre.

Quand on fait écouler par un tube capillaire un liquide qui mouille ce tube, l'électrisation du liquide produit un accroissement du débit d'autant plus grand que le tube est plus fin, plus court et meilleur conducteur.

K. WAITZ. — Méthode pour la mesure absolue des potentiels élevés, t. XXXVII, p. 330-337.

Le principe de l'appareil de M. Waitz est analogue à celui de l'électromètre sphérique de M. Lippmann ([1]). Remplaçons le système des hémisphères intérieures de cet électromètre par une calotte hémisphérique de laiton sur la base de laquelle on pourra souffler une bulle de savon destinée à compléter la sphère. Si l'on établit une forte différence de potentiel entre les sphères extérieure et intérieure, la pression de l'air à l'intérieur de la bulle de savon change d'une très petite quantité, qu'on mesure à l'aide d'un manomètre à eau et d'un microscope à fort grossissement.

M. Waitz prépare, avec une dissolution de savon à l'huile de coco additionnée de $\frac{1}{3}$ de glycérine, des bulles de 3^{cm} à 4^{cm} de diamètre qui peuvent persister plus de $\frac{1}{4}$ d'heure et qui conviennent parfaitement aux expériences.

Des mesures de différences de potentiel correspondant à diverses distances explosives entre des boules de 1^{cm} de rayon ont été exécutées à l'aide de l'électromètre de M. Waitz et ont fourni des résultats bien concordants, conformes à ceux de MM. Baille et Quincke. On en jugera par le Tableau suivant :

Distance explosive en centimètres.	V.		
	Baille.	Quincke.	Waitz.
0,1	14,67	14,78	14,43
0,2	25,51	26,39	25,54
0,3	35,35	37,31	36,04
0,4	44,77	46,69	45,96
0,5	54,47	56,35	55,95

([1]) Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 323.

S. TERESCHIN. — Constantes diélectriques de quelques composés organiques t. XXXVI, p. 792-804.

Les nombres suivants ont été obtenus par la méthode préconisée par MM. Cohn et Arons (1) pour déterminer la constante diélectrique K des milieux conducteurs, aux températures *t*,

Substance.		K.	*t*.
Alcools	méthylique	32,65	14°
	propylique.....	22,8	14
	amylique......	15,9	15
Formiates de	méthyle.......	9,9	13,75
	éthyle.........	9,1	14
	isobutyle......	8,4	13,5
	amyle...	7,7	15
Acétates de	méthyle.......	7,75	14
	éthyle.........	6,5	14
	propyle........	6,3	13
	isobutyle......	5,8	14,5
	amyle.........	5,2	14,5
Benzoates de	méthyle.......	7,2	13
	éthyle.........	6,5	13,5
	isobutyle.... .	6,0	14
	amyle.........	5,2	14
Propionate d'éthyle...........		6	14
Butyrate d'éthyle....		5,3	14
Valérate d'éthyle......		4,9	14
Aniline.......................		7,5	14
Tétrachlorure de carbone......		2,2	14
Xylol.........................		2,35	13,5

Pour l'eau, M. Tereschin trouve en moyenne $K = 83,8$.

F. PASCHEN. — Différence de potentiel nécessaire pour produire une étincelle à diverses pressions dans l'air, l'hydrogène et l'acide carbonique, t. XXXVII, p. 69-96.

1. M. Paschen a d'abord exécuté des expériences dans l'air libre avec des sphères de différents diamètres. Le Tableau suivant résume les observations faites avec des sphères de 1^{cm} de rayon :

(1) COHN et ARONS, *Wied. Ann.*, t. XXXIII, p. 14. (Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. VII, p. 379.)

on y a joint les résultats antérieurement obtenus par d'autres observateurs.

Valeurs de la différence de potentiel V : sphères de 1cm de rayon.

Distance explosive en centimètres.	Baille (1).	Quincke (2).	Czermak (3).	Paschen en hiver.	Paschen en été.
0,1.....	15,12	14,78	15,14	16,08	15,84
0,2.....	26,37	26,39	26,57	27,75	26,74
0,3. ...	36,96	37,31	37,50	38,85	37,88
0,4.....	47,20	46,69	47,69	49,41	48,26
0,5.....	54,81	»	»	60,05	58,35
0,6.....	65,23	»	»	69,36	69,01
0,7.....	73,04	»	»	78,87	»

Quand on diminue le rayon R des boules, la valeur de V nécessaire pour obtenir une étincelle varie d'une manière assez compliquée.

Distance explosive en centimètres.	R = 1cm.	R = 0cm,5.	R = 0cm,25.
0,01........	3,35	3,45	3,67
0,05........	9,56	9,75	10,04
0,1.........	16,08	16,36	16,53
0,2.........	27,75	28,12	28,25
0,3.........	38,85	38,94	38,74
0,4.........	49,41	49,45	47,68
0,5.........	60,05	59,21	54,82
0,6	69,36	68,20	60,13
0,7.........	78,87	75,36	63,96
0,8.........	87,79	82,61	66,83

L'influence du diamètre des conducteurs qui portent les boules terminales exerce aussi une influence appréciable, surtout pour les grandes distances explosives.

(1) BAILLE, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 5e série, t. XXV, p. 486; 1882.
(2) QUINCKE, *Wied. Ann.*, t. XIX, p. 545; 1883.
(3) CZERMAK, *Wien. Berichte*, t. XCVII, 2e Partie, p. 307; 1888.

Valeurs de V pour une distance explosive δ.

$R = 0^{cm},25$.

Diamètre des conducteurs.	$\delta = 0,15$.	$\delta = 0,35$.	$\delta = 0,50$.	$\delta = 0,70$.	$\delta = 1,00$.	$\delta = 1,20$.	$\delta = 1,5$
$0^{cm},07$.....	22,6	43,6	54,1	62,5	68,9	72,4	76,5
$0^{cm},33$.....	22,5	43,3	54,9	64,1	71,9	75,1	79,9
$0^{cm},50$.....	22,7	43,7	55,3	65,1	73,9	77,6	»

2. Le principal résultat des expériences faites sur divers gaz à des pressions différentes de la pression atmosphérique est le suivant :

Pour un même gaz, à la même température et à des pressions P *différentes, la différence de potentiel* V *nécessaire pour produire une étincelle n'est fonction que du produit* $P\delta$ *de la pression par la distance explosive.*

Cette conclusion est justifiée par les Tableaux suivants. La pression P est exprimée en centimètres de mercure.

$P\delta = 7,5$.

		V		
P.	δ.	Air.	Hydrogène.	Acide carbonique.
10......	0,75	16,23	9,50	16,45
15......	0,50	16,54	9,32	16,48
20......	0,38	16,75	9,47	17,02
25......	0,30	17,00	9,59	17,92
30......	0,25	16,83	9,58	17,79
40......	0,187	16,86	9,69	18,33
50......	0,15	16,68	9,90	17,77
75......	0,10	16,33	10,44	17,21
Moyennes.......		16,65	9,68	17,37

$P\delta = 20$.

P.	δ.	Air.	Hydrogène.	Acide carbonique.
28,6....	0,7	34,30	19,12	»
33,3....	0,6	34,63	19,25	33,03
40,0....	0,5	35,13	19,43	32,86
50,0....	0,4	34,77	19,43	33,46
66,6....	0,3	35,39	20,00	34,11
Moyennes......		34,64	19,45	33,37

La densité d'un gaz étant proportionnelle à sa pression, l'intéressant résultat que nous signalons peut encore être formulé de la manière suivante :

La différence de potentiel nécessaire pour produire une étincelle n'est fonction que du produit de la densité par la distance explosive; ou, en d'autres termes, *cette différence de potentiel ne dépend que du nombre des molécules que la décharge doit rencontrer sur son chemin, nullement de leurs distances relatives.*

M. Cardani ([1]) ayant démontré que la distance explosive ne change pas dans une masse d'air à volume constant que l'on échauffe jusqu'à 300°, on serait aussi en droit de conclure que *la distance explosive ne dépend pas de la vitesse relative des molécules gazeuses.*

M. WOLF. — Résistance opposée par les gaz à la décharge disruptive sous de hautes pressions, t. XXXVII, p. 306-315.

L'étincelle éclate dans une sorte de boîte prismatique entre deux boutons dont les surfaces convexes en regard appartiennent à des sphères de 5^{cm} de rayon et sont séparées par une distance de 1^{mm} : deux plaques de verre mastiquées intérieurement à la boîte permettent d'apercevoir les étincelles; deux tubulures à robinet servent à introduire le gaz comprimé sur lequel on veut opérer.

M. Wolf désigne sous le nom de *force électrique* F l'intensité du champ produit entre les deux pôles par la différence de potentiel V employée : la distance des deux pôles étant ici de $0^{cm},1$, on a donc $F = 10V$.

Soit p la pression du gaz évaluée en atmosphères. L'auteur résume les résultats de ses expériences par les formules suivantes :

Hydrogène................	$F = 65,09p + 62$
Oxygène................	$F = 96,0\ p + 44$
Air	$F = 107,0\ p + 39$
Azote....................	$F = 120,8\ p + 50$
Acide carbonique..........	$F = 102,2\ p + 72$

([1]) CARDANI, *Rendiconti della R. Acc. dei Lincei*, t. VI, p. 44-57; 1888.

Pour des pressions supérieures à la pression atmosphérique, l'intensité du champ correspondant à la décharge croît suivant une fonction linéaire de la pression.

Si on compare les coefficients A de la pression dans ces formule, aux longueurs L des chemins moyens des molécules du gaz correspondant, on trouve des produits presque égaux pour les gaz simples; mais le produit relatif à l'acide carbonique est sensiblement moitié moindre. Voici les valeurs de ces produits :

	A.	L.	AL.
Hydrogène.........	65	$186,10^{-7}$	$12,09.10^{-6}$
Oxygène...........	96	106	10,17
Air..............	107	100	10.70
Azote.............	121	99	11,98
Acide carbonique...	102	68	6,94

A. HEYDWEILLER. — Sur le passage de l'électricité à travers les gaz. I. Décharge de la bobine d'induction dans l'air normal, t. XXXVIII, p. 534-560.

Après avoir mesuré la quantité d'électricité q que donne la décharge d'une bobine de Ruhmkorff à travers un galvanomètre quand il n'y a pas d'interruption dans le circuit, l'auteur mesure la quantité d'électricité q correspondant à une interruption de longueur arbitraire dans l'air normal, entre des électrodes de dimension, de forme et de nature variées.

Il trouve que l'on a toujours

$$q = \frac{q_0 - b}{1 + \frac{c}{q_0}}.$$

Il est donc impossible de se représenter les résultats des expériences, en assimilant simplement l'interruption à une résistance introduite dans le circuit; mais on pourrait supposer que l'étincelle développe une force électromotrice inverse proportionnelle à b, et qu'elle introduit une résistance proportionnelle à c.

Les constantes b et c dépendent l'une et l'autre de la longueur de l'interruption suivant des lois complexes; mais c est indépendant de la nature et de la forme des électrodes et ne dépend par conséquent que de la nature et de l'épaisseur du gaz interposé.

E. WIEDEMANN et H. EBERT. — Sur les décharges électriques, t. XXXVI, p. 643-655.

Par diverses méthodes fondées sur l'observation soit des minima de Fraunhofer de seconde classe, soit des interférences avec de grandes différences de marche, les auteurs établissent les propositions suivantes :

1. Quelle que puisse être la modification qui se produit au voisinage de la cathode et d'où résulte l'espace sombre dont la résistance électrique est si considérable, la densité de l'éther dans cet espace n'est pas modifiée de la $\frac{1}{67000}$ partie de sa valeur primitive.

2. Les particules lumineuses des rayons cathodiques ne peuvent être animées de vitesses qui dépassent de plus de 5^{km} la vitesse moyenne dans la masse gazeuse ambiante. On ne peut non plus admettre un entraînement sensible de l'éther considéré en masse et s'effectuant de l'une des électrodes vers l'autre.

On constate enfin que le passage de la lumière polarisée à travers les diverses parties d'un tube de Geissler traversé par des décharges n'est accompagné d'aucune dépolarisation, d'aucune rotation appréciable du plan de polarisation.

F. QUINCKE. — Électrolyse du chlorure de cuivre, t. XXXVI, p. 270.

D'après la loi de Faraday, quand un métal possède deux oxydes salifiables, le métal doit présenter pour chacun d'eux un équivalent électrochimique particulier. La seule preuve expérimentale de cette loi a été fournie par Buff (1) en électrolysant simultanément dans le même circuit du sulfate de cuivre en dissolution et du sous-chlorure de cuivre fondu. Les pesées de l'anode parurent confirmer la loi, mais il fut impossible de tirer aucune conclusion des pesées de la cathode.

M. Quincke rencontre les mêmes difficultés et, de plus, les nombres trouvés pour l'anode subissent des oscillations telles qu'il paraît bien difficile de tirer un parti quelconque de l'accord

(1) BUFF, *Lieb. Ann.*, t. CX p. 257; 1859.

fortuit de leur moyenne avec les observations de Buff. Les électrodes de cuivre se dissolvent, en effet, dans le sous-chlorure de cuivre, en dehors du passage du courant; de plus, le cuivre déposé à la cathode forme des dendrites qui s'étendent d'une façon très rapide et très irrégulière, et réunissent parfois métalliquement les deux électrodes pendant une partie des expériences.

G. VON HOFE. — Sur la fonction magnétisante d'anneaux de fer, t. XXXVII, p. 482-493.

Expériences faites en appliquant à trois anneaux d'un même fer, soigneusement recuits, et dont la section présente des courbes différentes, la formule établie par Kirchhoff pour un anneau infiniment mince. Un essai d'intégration pour tenir compte des diamètres et de la forme des sections conduit à des valeurs de la fonction notablement différentes pour les trois anneaux.

La fonction magnétisante croît d'abord avec l'intensité du champ jusqu'à un certain maximum, qui n'est pas le même pour les trois anneaux, et diminue ensuite, d'abord d'une manière rapide, puis beaucoup plus lentement.

G. WIEDEMANN. — Recherches magnétiques, t. XXXVII, p. 610-628.

1. M. Wiedemann étudie la distribution du magnétisme dans des fils de fer soumis à des torsions successives de sens contraire, et ne trouve rien d'anormal. Les ordonnées des courbes qui représentent l'intensité de l'aimantation aux divers points d'un même fil sont toujours de même signe et varient à peu près dans le même rapport.

2. J'avais annoncé (¹) en 1876 que, quand un barreau d'acier aimanté régulièrement est soumis à l'action d'un champ uniforme de sens contraire, l'intensité de l'aimantation que possède ce barreau pendant l'action du champ inverse peut être considérée comme produite par la superposition de deux courbes d'intensité de forme différente et de sens contraire; il en résulte que, pour un choix de l'intensité du champ inverse tel que le moment résultant du barreau soit nul, les extrémités de ce barreau présentent une

(¹) BOUTY, *Ann. de l'École Normale*, 2ᵉ série, t. V, p. 152; 1876.

aimantation de signe contraire à celle du centre et, par suite, le barreau possède deux points conséquents. M. Wiedemann confirme l'exactitude expérimentale de cette dernière observation, mais il en fournit une interprétation différente de celle que j'avais proposée : il montre comment ces faits singuliers sont compatibles avec sa théorie bien connue des aimants moléculaires mobiles.

3. Enfin M. Wiedemann étudie le rôle que jouent, dans la production de l'aimantation anomale, les courants induits dans la masse du noyau de fer doux soumis à l'expérience. En se plaçant *dans des conditions où le courant qui produit l'aimantation n'est pas oscillatoire,* et en remplaçant le noyau plein de fer doux des expériences de ses devanciers par des noyaux de fils de fer fin, ou des noyaux de limaille de fer du même volume, il ne constate plus ni aimantation anomale, ni diminution du moment magnétique produite par l'action, sur le noyau déjà aimanté, d'un courant de même sens que celui qui a produit l'aimantation.

J. STEFAN. — Sur les moteurs thermomagnétiques, t. XXXVIII, p. 427-440.

De ce Mémoire, essentiellement théorique, nous ne détacherons qu'un fait expérimental, la possibilité de constituer très simplement des moteurs thermomagnétiques de démonstration en substituant au fer le nickel qui, d'après M. Berson (¹), perd ses propriétés magnétiques au-dessous de 330°. Un disque mince de nickel, mobile autour d'un axe vertical et placé entre les pôles d'un aimant en fer à cheval, se met à tourner d'un mouvement continu dès qu'on le chauffe d'une manière dyssymétrique avec une lampe à alcool ou un bec de gaz.

J. STEFAN. — Sur la production de champs magnétiques intenses, t. XXXVIII, p. 440-447.

Pour produire des champs très intenses, M. Stefan conseille de terminer les armatures de l'électro-aimant de Faraday par des cônes tronqués de 54°44′, c'est-à-dire dont l'angle ait pour tangente $\sqrt{2}$. Il calcule l'intensité au centre et le long de l'axe d'un

(¹) *Ann. de Chim. et de Phys.,* 6ᵉ série, t. VIII, p. 433; 1886.

tel champ, ou encore le long de l'axe du champ d'un électro-aimant percé longitudinalement d'un trou circulaire. Dans ce dernier cas, le champ diminue très rapidement d'intensité au voisinage des orifices. E. Bouty.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, t. XXI; décembre 1890.

M. Couette. — *Études sur le frottement des liqnides*, p. 433.

H. Lescœur. — *Recherches sur la dissociation des hydrates salins*. p. 511.

M. Berthelot. — *Remarques sur les chaleurs de combustion*, p. 573.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXX; novembre 1890.

Du Bois et Rubens. — *Sur la réfraction et la dispersion dans certains métaux*, p. 365-379.

Joly. — *Sur une méthode de détermination de la densité absolue d'un gaz*, p. 379-386.

Lord Rayleigh. — *Étude, par la méthode des ondulations, de la tension superficielle de l'eau propre ou souillée*, p. 386-400.

Spencer Umfreville Pickering. — *Expansion de l'eau et d'autres liquides*, p. 400-412.

Orme Masson. — *Sur la relation entre les points d'ébullition, les volumes moléculaires et les caractères chimiques des liquides*, p. 412-423.

Sydney Young. — *Sur la relation entre les points d'ébullition, les volumes moléculaires et les caractères chimiques des liquides*, p. 423-427.

John Bridge. — *Sur la mesure de l'astigmatisme et quelques autres défauts de l'œil*, p. 427-431.

A. Wanklyn et J. Cooper. — *Notes sur le gaz hydrogène*, p. 431-434.

Wiedemann's Annalen.

T. XLI; no 11, 1890.

H. Hertz. — *Sur les équations fondamentales de l'électrodynamique pour les corps en mouvement*, p. 369.

J. Stefan. — *Sur les oscillations électriques dans les conducteurs rectilignes*, p. 400.

J. STEFAN. — *Sur la théorie de la décharge oscillante*, p. 421.

K. WAITZ. — *Sur les longueurs d'onde des oscillations électriques*, p. 435.

F. BRAUN. — *Sur les électrodes à gouttes*, p. 448.

K. WESENDONCK. — *Sur la résistance cathodique*, p. 463.

L. ARONS. — *Observations sur des miroirs de platine polarisés électriquement*, p. 473.

S. KALISCHER. — *Sur les sons du téléphone et sur un phénomène de magnétisme rémanent*, p. 484.

T. ARGYROPOULOS. — *Oscillations d'un fil de platine chauffé au rouge, produites par des interruptions répétées d'un courant*, p. 503.

A. RIGHI. — *Réponse aux remarques de M. Hallwachs*, p. 505.

H.-E.-J.-G. DU BOIS et H. RUBENS. — *Réfraction et dispersion de la lumière dans quelques métaux*, p. 507.

O. LEHMANN. — *Sur des liquides cristallisés*, p. 525.

E. BLASIUS. — *Contributions à la cristallographie géométrique*, p. 538.

C. CHRISTIANSEN. — *Écoulement atmolytique des gaz*, p. 565.

B. GALITZINE. — *Sur la loi de Dalton*, p. 588.

F. BRAUN. — *Comparateur pour l'usage des physiciens*, p. 627.

W. NEGBAUR. — *Méthode pour la mesure des moments de rotation autour d'un axe vertical*, p. 631.

ERRATA.

Pages.	Lignes.	*Au lieu de :*	*Lisez :*
66	25	fait défaut	font défaut
»	14	unité pratique constante de l'élément	unité pratique constante : l'élément
327	10	Liquide L'	Liquide L
»	31	différence I	différence *d* .
328	11	tube de métal R	tube de métal M
»	21	entre V et S'	entre O et S
329	15	D(— M)	D(M)
333	6	$D_{10}(Zn) \mid D_{10}(Z_n)$	$D_{10}(Zn) \mid D_{10}(Ni)$
335	14	$1^v,981$	$1^v,175$
»	24 (tableau)	$0^v,037$	$0^v,021$
470	11	$p = 0^{mm},02,\ 0,02$	Le premier des deux nombres accouplés se rapporte à $p = 0^{mm},02$, le second à $p = 0^{mm},002$
471	5	$0^{mm},728$	$0^{mm},262$

TABLE DES MATIÈRES.

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

TABLE PAR NOMS D'AUTEURS

DES MATIÈRES CONTENUES DANS LES TOMES VII, VIII ET IX

DE LA 2e SÉRIE (1).

Les titres des Mémoires sont donnés en abrégé. Le premier nombre inscrit à la suite de chaque Mémoire désigne le volume; le second désigne la page.

(1) La Table des Tomes I, II et III est à la fin du Tome III; la Table des Tomes IV, V et VI est à la fin du Tome VI.

FIN DE LA TABLE PAR NOMS D'AUTEURS.

TABLE ANALYTIQUE DES MATIÈRES
DES TOMES VII, VIII ET IX
DE LA 2e SÉRIE (1).

Mécanique et Pesanteur.

---

(1) La Table des Tomes I, II, III est à la fin du Tome III; la Table des Tomes IV, V et VI, à la fin du Tome VI.

Actions moléculaires. — Phénomènes physico-chimiques.

Acoustique.

Chaleur.

Optique. — Radiations.

Électricité et magnétisme.

Météorologie. — Physique du globe.

Température des eaux, VIII, 539. — *Fol* et *Sarasin*. Pénétration de la lumière dans les eaux, VIII, 589.

PHYSIQUE CÉLESTE. — *Crew*. Période de la rotation solaire, VIII, 142; IX, 529. — *Langley*. Spectre invisible du Soleil et de la Lune, VIII, 193; température de la Lune, IX, 532; éclipse solaire, VIII, 541. — *Ångström*. Radiation du Soleil. IX, 492. — *Trowbridge* et *Hutchins*. Oxygène dans le Soleil, VII, 547: carbone dans le Soleil, VII, 547.

Histoire de la Physique.

Gay. Histoire de la pile, VIII, 527.

FIN DE LA TABLE ANALYTIQUE.

15903 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

